

Асадулло Шарифзода, Боймурод Алиев

АЛГЕБРА

Китоби дарсӣ барои синфи 7

Нашри дуюм

**Вазорати маорифи Ҷумҳурии Тоҷикистон
тавсия кардааст**

**ДУШАНБЕ
«МИР ИЗДАТЕЛЕЙ»
2011**

Шарифзода А., Алиев Б.

Алгебра. Китоби дарси барои синфи 7-ум

— Душанбе: «Мир издателей», 2011. - 232 саҳ.

Ҷадвали истифодаи иҷравии китоб

№	Ному насаби хонанда	Синф	Соли хониш	Ҳолати китоб (баҳои китобдор)	
				Аввали сол	Охири сол
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

Муаллимони муҳтарам!

Хоҳишмандем, фикру мулоҳизаҳои худро доир ба мазмуни китоби мазкур ба нишони 734024, ш. Душанбе, кучаи Айни 45, Пажуҳишгоҳи рушди маорифи Академияи таҳсилоти Тоҷикистон ирсол доред.

М У Н Д А Р И Ч А

БОБИ I. ИФОДАҲО, АЙНИЯТҲО ВА МУОДИЛАҲО

§ 1. ИФОДАҲО

1. Ифодаҳои адади	6
2. Ифодаҳои тағйирёбанда	9
3. Формулаҳо	14
4. Муқоисаи қимати ифодаҳо	17

§ 2. ТАБДИЛ ДОДАНИ ИФОДАҲО

5. Қонунҳои ҷамъ ва зарби аладҳо	22
6. Ифодаҳои айнияти ва айниятҳо	25
7. Табдилдиҳии айниятии ифодаҳо	30

§ 3. МУОДИЛАИ ЯКНОМАЉУМА

8. Муодила ва решаҳои он	33
9. Муодилаи хаттии якномаълума	37
10. Ҳалли масъала бо ёрии модела	40
Маълумоти мухтасари таърихи	44
Супоришҳои иловагӣ ба боби I	45
Ҷавобҳо	52

БОБИ II. ФУНКСИЯҲО ВА ГРАФИКҲО

§ 1. ФУНКСИЯҲО

11. Вобастагии байни тағйирёбандаҳо. Функция	53
12. Ҳисоб намудани қимати функция	57
13. Вобастагии мутаносиби роста	61
14. Вобастагии хаттии тағйирёбандаҳо	66

§ 2. ГРАФИКИ ФУНКСИЯҲО

15. Графики функция чист?	71
16. Графики вобастагии мутаносиби роста	76
17. Графики функцияи хаттӣ. Буриши хати рост бо тирҳо	81
18. Ҷойгиршавии байниҳамдигарии хатҳои рост	85
Графики вобастагӣҳои бо қимати мутлақ алоқаманд	90
Маълумоти мухтасари таърихи	94
Супоришҳои иловагӣ ба боби II	95
Ҷавобҳо	100

БОБИ III. ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ НАТУРАЛИ

§ 1. ДАРАҶА ВА ҲОСИЯТҲОИ ОН	
19. Квадрат ва куби адад. Дараҷаи n -уми адади a	101
20. Зарб ва тақсими дараҷаҳо	105
21. Ба дараҷа бардоштани дараҷа ва ҳосили зарб	109
§ 2. ЯКАЪЗОГИ	
22. Якаъзоги ва шакли стандартии навишти он	113
23. Зарби якаъзогиҳо. Ба дараҷа бардоштани якаъзоги	116
24. Функсияи $y = x^2$ ва графики он	119
25. Функсияи $y = x^3$ ва графики он	122
§ 3. ҲИСОБКУНИҲОИ ТАҚРИБИ	
26. Қимати тақрибии адад. Саҳви мутлақ	124
27. Саҳеҳии ченкуни. Саҳви нисби	128
28. Яклухткунии ададҳо. Аломатҳои даҳӣ ва рақамҳои қурбнок	131
Маълумоти мухтасари таърихи	134
Супоришҳои иловагӣ ба боби III	136
Чавобҳо	140

БОБИ IV. БИСЁРАЪЗОГИҲО

§ 1. СУММА ВА ФАРҚИ БИСЁРАЪЗОГИҲО	
29. Бисёраъзоги ва шакли стандартии навишти он	141
30. Чамъ ва тарҳи бисёраъзогиҳо	144
§ 2. ҲОСИЛИ ЗАРБИ БИСЁРАЪЗОГИҲО	
31. Зарби якаъзоги бо бисёраъзоги	148
32. Зарби бисёраъзоги бо бисёраъзоги	152
Системаи ҳисоби даҳӣ ва навишти ададҳо	156
§ 3. БА ЗАРБШАВАНДАҶО ҶУДО НАМУДАНИ БИСЁРАЪЗОГИ	
33. Аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ	160
34. Усули гуруҳбандии чамъшавандаҳо	164
35. Исботи баъзе айниятҳо	167
Маълумоти мухтасари таърихи	169
Супоришҳои иловагӣ ба боби IV	170
Чавобҳо	176

БОБИ V. ФОРМУЛАҲОИ ЗАРБИ МУХТАСАР

§ 1. КВАДРАТИ СУММА ВА КВАДРАТИ ФАРҚ	
36. Квадрати сумма	178
37. Квадрати фарқ	180

38. Татбиқи формулаҳои квадрати сумма ва квадрати фарқ	182
§ 2. ФАРҚИ КВАДРАТҲО	
39. Табдил додани ҳосили зарби сумма ва фарқ	185
40. Ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани фарқи квадратҳо	187
§ 3. СУММАИ КУБҲО ВА ФАРҚИ КУБҲО	
41. Суммаи кубҳо	189
42. Фарқи кубҳо	191
43. Татбиқи формулаи суммаи кубҳо ва фарқи кубҳо	192
Куби сумма ва куби фарқ	195
Маълумоти мухтасари таърихӣ	197
Супоришҳои иловагӣ ба боби V	198
Ҷавобҳо	202

БОБИ VI. СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ХАТТӢ

§ 1. МУОДИЛАИ ДУНОМАЪЛУМА. СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ДУНОМАЪЛУМА	
44. Муодилаи дуномаълума	203
45. Графики муодилаи хаттии дуномаълума	207
46. Системаи муодилаҳои хаттии дуномаълума	211
47. Системаҳои баробарқувва	215
§2. ҲАЛЛИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ХАТТӢ	
48. Тарзи гузориш	217
49. Тарзи ҷамъи алгебравӣ	220
50. Ҳалли масъалаҳо бо ёрии системаи муодилаҳо	224
Маълумоти мухтасари таърихӣ	229
Ҷавобҳо	230

БОБИ I

ИФОДАҲО, АЙНИЯТҲО ВА МУОДИЛАҲО

§ 1. ИФОДАҲО

1. Ифодаҳои адади

◁ **Масъалаи 1.** Тарафҳои росткунҷа ба 4 см ва 6 см баробаранд. Суммаи дарозии тарафҳои он — периметри росткунҷаро ҳисоб мекунем.

Тарафҳои муқобили росткунҷа бо ҳам баробаранд. Аз ин ҷост, ки периметри росткунҷа ба дучанди суммаи дарозии ду тарафаш баробар аст:

$$2 \cdot (4 + 6) \text{ см} = 20 \text{ см.}$$

Ҷавоб: 20 см.

Масъалаи 2. Заврақи мотордор 2,5 соат бо самти ҷараёни оби дарё ҳаракат намуда ба кули ором баромад ва баъди бо ҳамон суръат 30 дақиқа ҳаракат намуданаиш истод. Агар суръати ҳаракати заврақ дар кул ба 20 км/соат ва суръати ҳаракати оби дарё ба 10 км/соат баробар бошанд, заврақ кадом масофаро тай намудааст?

◁ Ҳангоми бо самти ҳаракати об ҳаракат кардани заврақ оби равон онро ба пеш тела медиҳад. Аз ин ру, суръати ҳаракати заврақ ба суръати ҳаракати об ҳам мешавад. Дар натиҷа заврақ бо суръати $(20+10)$ км/соат = 30 км/соат ҳаракат мекунад. Вале, заврақ дар дарё 2,5 соат ҳаракат намуд. Пас вай бо самти ҷараёни об масофаи $2,5 \cdot 30$ километрро тай намудааст. Баъд, заврақ бо ҳамон суръаташ дар оби кул 30 дақ = 0,5 соат ҳаракат намуд. Дарозии роҳи дар кул тайнамудаи заврақ ба ҳосили зарби суръати ҳаракати вай ва вақти барои тай намудани ин масофа сарфшуда баробар аст; $20 \text{ км/соат} \cdot 0,5 \text{ соат}$. Маълум мешавад, ки масофаи умумии тай намудаи заврақ ба суммаи $(2,5 \cdot 30 + 20 \cdot 0,5)$ км = 85 км баробар аст. ▷

Ҷавоб: 85 км.

Ҳангоми ҳал кардани масъалаи 1 ифодаи $2 \cdot (4+6)$ ва ҳангоми ҳал кардани масъалаи 2 ифодаи $2,5 \cdot 30 + 20 \cdot 0,5$ -ро ҳосил намудем. Чунин ифодаҳо *ифодаҳои ададӣ* номида мешаванд. Ифодаҳои ададӣ (ё доимӣ) ба воситаи аломатҳои амалҳои ҳисоб ва қавсҳо тартиб дода мешаванд.

Масалан, $47:8$; $(4,23-0,36) \cdot 6$; $36:(6,48-0,48)^2$.

Ададе, ки дар натиҷаи иҷро кардани амалҳои ифодаи ададӣ ҳосил мешавад, *қимати ифодаи ададӣ* ном дорад.

Мисоли 1. Қимати ифодаи $24 - 6 \cdot 2^3 : 12$ -ро ҳисоб мекунем.

◁ Аввал адади 2-ро ба дараҷаи 3 бардошта, баъд натиҷаро ба 6 зарб мезанем. Пас аз он натиҷаи ҳосили зарбро ба 12 тақсим мекунем:

$$1) 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8; \quad 2) 6 \cdot 8 = 48; \quad 3) 48 : 12 = 4; \quad 4) 24 - 4 = 20.$$

Ҳамин тавр, қимати ифодаи мазкур ба 20 баробар аст. ▷

Инак, қимати ҳар гуна ифодаи адади адад аст. Масалан, қимати ифодаи дар масъалаи 1 ҳосилшуда ва 20, қимати ифодаи дар масъалаи 2 омада 85 мебошанд.

Маълум аст, ки ду адади дилхоҳро бо ҳам ҷамъ, тарҳ ва зарб намудан мумкин аст. Ададҳои дилхоҳи ғайринулиро низ тақсим намудан мумкин. Агар дар ифодаҳо амали тақсим ба нул вохурад, ин гуна ифодаи ададӣ қимат надорад, зеро тақсим ба нул имконнопазир аст (!). Масалан, ифодаи $64 : (24 - 8 \cdot 3)$ маъно надорад, чунки махраҷи он $24 - 8 \cdot 3 = 0$ аст. ▷

Саволҳо барои пуршиш

1. Дуто ифодаи ададӣ тартиб диҳед. Фаҳмонед, ки дар онҳо кадом амалҳои ҳисоб истифода шудаанд. 2. Кадом амалҳои ҳисоб ба зинаи якум, кадомашон ба зинаи дуум ва кадомашон ба зинаи сеюм мансубанд? 3. Фаҳмонед, ки дар навбати аввал амалҳои кадом зинаҳо иҷро карда мешаванд? 4. Қимати ифодаи ададӣ гуфта чиро мефаҳманд? 5. Чӣ гуна каср маъно надорад? Бо мисол фаҳмонед. 6. Оё адади нулро ба адади ғайринули тақсим намудан мумкин аст? Адади ғайринулиро ба нул ҷи?

1. Қимати ифодаро ёбед:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 2,5 + 22,5; & \text{б) } 48,36 + 3,64; & \text{в) } 52,7 - 6,37; \\ \text{г) } 47 - 6,309; & \text{д) } 6,5 \cdot 2,25; & \text{е) } 1,48 \cdot 0,25; \end{array}$$

2. Амалҳоро иҷро намоед:

$$\begin{array}{l} \text{а) } (650 + 350) : (-50) + 35 : (-20 + 25); \\ \text{б) } 6 \cdot (-15) - 9 : (-20 + 11) - 88 : 11; \end{array}$$

3. Қимати ифодаро ёбед:

$$\begin{array}{l} \text{а) } -39 : (19 - 32) - 4 (18 + 36) : (-9); \\ \text{б) } (27 - 24) : (8 - 11) \cdot (-9 + 8 : (27 - 35)); \end{array}$$

4. Амалҳоро иҷро намоед:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \frac{2}{3} + \frac{3}{4}; & \text{б) } \frac{3}{5} + \frac{2}{7}; & \text{в) } \frac{5}{7} - \frac{3}{8}; & \text{г) } 3 - 2\frac{1}{4}; \quad \text{д) } 1 + 1\frac{2}{3}; \end{array}$$

5. Тартиби иҷрои амалҳоро нишон дода, қимати ифодаро ёбед:

- а) $(2\frac{1}{5}-3\frac{3}{4})\cdot\frac{3}{4}$; б) $1-3\frac{2}{5}\cdot4\frac{2}{7}$; в) $12-3\frac{2}{3}\frac{9}{22}$;
 г) $(\frac{6}{7}-3\frac{2}{5})\cdot6,5$; д) $(2\frac{2}{7}-1\frac{1}{7})\cdot4,2$; е) $(3,6-11\frac{2}{7}\frac{1}{2})\cdot6$;
 ё) $26-4^3\cdot5:2^6:12$; ж) $(1-2^3:4+3)\cdot3^2$; з) $(2^7:32-2^4)\cdot(3^4-61)$;

6. Ҳисоб кунед:

- а) $5\frac{4}{5}-9$; б) $-3\frac{5}{6}+4\frac{3}{5}$; в) $6\frac{1}{4}-5\frac{2}{5}$; г) $\frac{5}{8}\cdot(-\frac{25}{28})$;

7. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $2\frac{1}{7}\frac{1}{5}+4\frac{4}{5}\cdot0,8$; б) $\frac{2}{5}-\frac{30}{43}\cdot(\frac{3}{4}+1\frac{2}{5})$; в) $3\frac{5}{11}-2\frac{2}{5}\frac{5}{6}+1\frac{3}{4}\frac{7}{8}$;

8. Амалҳоро иҷро намоед:

- а) $3\frac{5}{14}+1\frac{1}{6}-3\frac{4}{15}$; б) $-\frac{1}{23}\cdot(\frac{3}{4}+1\frac{1}{6})\cdot\frac{46}{23}$; в) $(4\frac{5}{6}-\frac{5}{6}-2\frac{1}{4}\frac{1}{6})\cdot\frac{1}{16}$;

9. Қимати ифодаро ёбед:

- а) 12^2 ; б) 23^2 ; в) $2,4^2$; г) $0,6^3$; д) $(\frac{1}{2})^3$; е) $(\frac{4}{5})^2$;

10. Чор маротиба аз рақами 3 истифода бурда, ифодае тартиб диҳед, ки қиматаш ба: а) 12; б) 6; в) 0; г) -6; д) 1; е) 18; ё) 36; ж) 54; баробар бошад.

11. Аз руи матни зерин ифода тартиб дода, қиматашро ёбед: «Аз деҳаи Сағирдашт ва маркази ноҳияи Дарвоз, ки дар масофаи 65 км аз ҳам дур ҷойгиранд, дар як вақт ду шахс савора, ба пешвози ҳамдигар ба роҳ баромаданд. Яке аз онҳо соате 5 км, дигаре соате 8 км роҳ мерафт. Муайян намоед, ки баъд аз 3 соат масофаи байни онҳо ба чанд километр баробар мешавад. Баъд аз 4 соат чи? Пас аз чанд соат савораҳо бо ҳам вохӯрданд?»

12. Аз матни зерин ифода тартиб дода, қиматашро ёбед: «Дар як соат дастгоҳи якум 7 ва дастгоҳи дуюм 12 хишт истеҳсол менамояд. Дар 5 соат ҳар ду дастгоҳ якҷоя чанд дона хишт истеҳсол менамоянд? Агар баъди 3 соати кори якҷояи дастгоҳҳо дастгоҳи якум боз дошта шавад, дар 5 соат чанд дона хишт истеҳсол карда мешавад?»

13. Се маротиба аз рақами 2 истифода бурда, бо ёрии амалҳои ҳисоб адади ҳар чӣ калонтарро ҳосил намоед.

14*. Чор маротиба аз рақами 2 истифода бурда, бо ёрии амалҳои ҳисоб ва қавс ҳар яке аз ададҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10-ро ҳосил намоед. Оё адади 7-ро бо ин тарз ҳосил намудан мумкин аст?

15*. Шаш маротиба рақами 9-ро истифода бурда, адади 100 ҳосил кунед.

16*. Адади 9-ро бо воситаи даҳ рақами гуногун ифода намоед.

17*. Дар ифодаи $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ қавсҳоро тавре нависед, ки қимати он ба: а) 50; б) 72 баробар шавад.

18. Дар шакли ифодаи адади нависед: а) суммаи ададҳои 13 ва 74; б) фарқи ададҳои 41 ва 54; в) зарби ададҳои 6 ва 37; г) тақсими ададҳои 0,32 ва 0,8-ро.

Машқҳо барои такрор

19. 1%-и адади 180-ро ёбед. 10%, 18%, 45% -и ҳамин ададро ёбед.

20. $\frac{1}{4}$ -и адади 180-ро ёбед. $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{9}$ ва $\frac{11}{15}$ -ҳиссаи ҳамин ададро ёбед.

21. Масоҳати майдони кишт 60 га аст. Яке аз хоҷагиҳо 40%-и он ва хоҷагии дигар 80%-и қисми боқимондаи майдонро кишт намуд. Кадоме аз хоҷагиҳо майдони бештареро кишт намудааст ва чанд га зиёд?

22*. Автомобил аз Душанбе то маркази ноҳияи Ишкошим омад. Вай рузи аввал 35%-и тамоми роҳ, рузи дуюм 75%-и қисми боқимондаи он ва рузи сеюм қисми боқимондаи роҳро тай намуд. Агар масофаи байни Душанбе ва Ишкошим ба 632 км баробар бошад, автомобил рузи сеюм кадом масофаро тай кардааст?

23. Дарозии порча ёфта шавад, агар: а) нисфи он ба 10 см; б) сеяки он ба 36 см; в) чоряки он ба 18 см; г) аз ду се ҳиссаи он ба 8 см баробар бошад.

2. Ифодаҳои тағйирёбанда

Автомобил бо суръати 70 км/соат ҳаракат карда дар 2 соат масофаи $70 \cdot 2$ км, дар 3 соат масофаи $70 \cdot 3$ км, дар 5 соат масофаи $70 \cdot 5$ км-ро тай мекунад. Умуман, дар t соат

$70 \cdot t$ км масофаро мегузарад. Қимати t -ро тағйир дода мо бо воситаи ифодаи $70 \cdot t$ масофаи дар муддатҳои гуногуни вақт тайкардаи автомобилро ҳисоб карда метавонем. Барои ин танҳо ба ҷои t қиматашро гузошта амали зарбро иҷро кардан кофист. Дар ифодаи $70 \cdot t$ ҳарфи t -ро *тағйирёбанда* меноманд, худ ифодаи $70 \cdot t$ ифодаи *тағйирёбанда* ё *ифодаи ҳарфӣ* номида мешавад.

Мисоли дигареро меорем. Бигузор дарозии тарафҳои росткунҷа a см ва b см дода шуда бошанд. Он гоҳ масоҳати он ба $a \cdot b$ см² баробар аст. Ифодаи $a \cdot b$ ду тағйирёбанда дорад: a ва b . Ин ифода барои қиматҳои гуногуни a ва b чӣ тавр ҳисоб кардани масоҳати росткунҷаро нишон медиҳад. Масалан:

агар $a=6$ ва $b=12$ бошад, он гоҳ $ab=6 \cdot 12=72$;
агар $a=20$ ва $b=5$ бошад, он гоҳ $ab=20 \cdot 5=100$.

Агар дар ифодаҳои тағйирёбанда ба ҷойи ҳар як тағйирёбанда қиматашро гузорем, он гоҳ ифодаи адади ҳосил мешавад. Қимати онро қимати *ифодаи тағйирёбанда* ё *қимати ифода* меноманд.

Масалан, адади 72 қимати ифодаи $a \cdot b$ ҳангоми $a=6$ ва $b=12$ мебошад, адади 100 қимати ифодаи $a \cdot b$ ҳангоми $a=20$ ва $b=4$ аст.

Ифодаҳое дучор меоянд, ки пурра ё қисман аз ҳарфҳо тартиб ёфтаанд. Барои ишораи тағйирёбандаҳо ҳарфҳои хурди алифбои латинӣ $a, b, c, x, y, z, t, u, v$ ва ғайра истифода бурда мешаванд.

◁ **Мисоли 1.** Дар ифодаи $\frac{x}{x-9}$ тағйирёбандаи x қиматҳои гуногун қабул мекунад. Вобаста аз ин қиматҳои ифода низ гуногун мешаванд. Масалан, ҳангоми $x=4$ будан $4 : (4-9) = -0,8$ ва ҳангоми $x=10$ будан $10 : (10-9) = 10$ мешавад. Агар $x=9$ шавад, маънои ифодаи додашуда гум мешавад, зеро махраҷи он ба нул баробар мешавад. Бинобар ин, барои ҳамаи қиматҳои аз 9 фарқкунандаи x барои ин ифодаи ҳарфӣ амали тақсим иҷрошаванда аст. Дар чунин маврид мегуянд, ки *соҳаи қиматҳои имконпазири* (с.қ.и.) ифодаи $\frac{x}{x-9}$ ҳамаи қиматҳои аз 9 фарқкунанда, яъне $x \neq 9$ мебошад. ▷

◁ **Мисоли 2.** Дар ифодаи $(x - y)^2 + \frac{x}{y}$ низ тағйирёбандаҳо x ва y қиматҳои гуногун қабул мекунанд. Вобаста аз ин қиматҳои ифода низ гуногун мешаванд.

Масалан, ҳангоми $x=2$ ва $y=1$ будан $(x-y)^2 + \frac{x}{y} = (2-1)^2 + \frac{2}{1} = 3$ мешавад. Агар $x=-1$ ва $y=2$ бошад, пас

$$(x-y)^2 + \frac{x}{y} = (-1-2)^2 + \frac{-1}{2} = 8,5 \text{ аст.}$$

Дар ин ифода x қиматҳои дилхоҳ қабул кунад ҳам, тағйирёбандаи y танҳо қиматҳои ғайринули қабул мекунанд. Ҳангоми $y=0$ будан, ифодаи мазкур маъно надорад, зеро тақсим ба нол нумумкин аст. ▷

Саволҳо барои пурсиш

1. Ифодаҳои ҳарфи чӣ гуна мешаванд? 2. Қимати ифодаи ҳарфи чӣ тавр ёфта мешавад? 3. Соҳаи қиматҳои имконпазири ифода гуфта чиро мефаҳманд? Бо мисол фаҳмонед.

24. Қимати ифодаи:

- а) $6x-3$ -ро ҳангоми $x=5$; 0 ; -5 будан;
б) $-4-0,4x$ -ро ҳангоми $x=2$; 0 ; $-4,1$ будан ёбед.

25. Қимати ифодаи $-t - (1\frac{1}{2}t - 1)$ -ро ёбед, агар $t=2; 2,4$ бошад.

26. Қиматҳои тағйирёбандаи x дар сатри аввали ҷадвал навишта шудаанд. Қиматҳои ба онҳо мувофиқи ифодаҳои $2x+2$ ва $-2x+2$ -ро ёфта, дар сатрҳои дуҷум сеюми ҷадвал нависед:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x+2$							
$-2x+2$							

27. Аз рӯи қиматҳои дар сатри аввали ҷадвал овардашудаи тағйирёбандаи p қиматҳои мувофиқи ифодаҳои $2p - 3$ ва $-2p + 3$ -ро ёфта ҷадвалро пур кунед:

p	-5	-3,5	-1	2,5	4
$2p-3$					
$-2p+3$					

28. Қиматҳои тағйирёбандаи a дар сатри аввали ҷадвал оварда шудаанд. Аз онҳо истифода бурда ҷадвалро пур кунед:

a	-4	-3	-2	-1	0	5
$3a$						
$3a-2$						
$-3a-2$						

29. Ифодаи ҳарфие тартиб диҳед, ки тағйирёбандааш барои қимати: а) 4; б) -4; в) 0 маъно надошта бошад.

30. Қиматҳои тағйирёбандаи b ба 6; 3; 0; -3 баробаранд.

Қиматҳои мувофиқи ифодаи $-\frac{2}{3}b - \frac{1}{2}$ -ро ёбед.

31. Барои баъзе қиматҳои x ва y қимати ифодаи $y - x$ ба 1 баробар аст. Оё барои ин қиматҳо ифодаи $\frac{6}{y-x}$ маъно дорад?

32. Ифода барои кадом қиматҳои тағйирёбандааш маъно дорад:

а) $2b - 5$; б) $\frac{3}{x}$; в) $\frac{t}{4-t}$; г) $\frac{15}{y+3}$; д) $\frac{-2}{a}$?

33. Ифодае тартиб диҳед, ки қаратҳои : а) 5; б) 8; в) 45; г) 144 бошад.

34. Дар ҷадвали зерин p адади натуралист. Қимати ифодаҳои $6p-1$ ва $6p+1$ -ро ёфта, каталҳои холии ҷадвалро пур кунед:

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$6p-1$											
$6p+1$											

Аз ҷадвал маълум аст, ки дар сатрҳои дуёму сеюми он ададҳои содда ҳосил мешаванд. Оё аз руи чунин ҷадвал ҳамаи ададҳои соддаро ҳосил кардан мумкин аст?

35. Дар ифодаи n^2+n+41 ба ҷойи n , бо навбат ададҳои натуралии 1, 2, 3, ..., 38, 39, 40-ро гузошта, ҳамеша адади соддаро ҳосил кардан мумкин аст. Оё ҳангоми $n=41$ будан низ қимати ифодаи мазкур ба адади содда баробар мешавад?

36. Аз руи ҷумлаи зайл ифода тартиб диҳед: а) суммаи тағйирёбандаҳои x ва y ; б) фарқи ададҳои a ва e ; в) суммаи ададҳои 4, инчунин 12 ва ифодаи $2(a+e)$; г) ҳосили зарби фарқи ададҳои -3 ва $a+3$ бо адади 16.

37. Дар синф 22 нафар меҳонад. Шахси хайрхоҳе хост, ба тариқи ройгон, ба ҳар хонанда ба маблағи 5 сомонӣ дафтару ба маблағи умумии a сомонӣ китоб ҳада намояд. Барои бо китобу дафтар таъмин намудани синф y бояд чӣ қадар маблағ сарф намояд?

38. Тарафи квадрат ба a см баробар аст. Аз он росткунҷаи тарафҳояш ба a см ва h см баробарро ҷудо намуданд. Масоҳати қисми боқимондаи квадрат ба чӣ баробар аст?

39. Исбот намоед, ки агар n адади натуралӣ бошад, қимати ифодаи $2(6n-3) - 4(3n-7)$ ба 11 тақсим мешавад.

40. Исбот намоед, ки барои ҳар гуна адади натуралии n , қимати ифодаи $5(6n+5) - 2(15n-3) - 1$ якбора ҳам ба 5 тақсим мешаваду ҳам ба 6.

41*. Ду қубур мебоист дар 12 соат ҳавзи холиро пуроб созанд. Вале, баъди 8 соати кори якҷоя, яке аз қубурҳоро маҳкам карданд. Бинобар ҳамин ба қубури дигар лозим омад, ки то пур шудани ҳавз боз 7 соат кушода монад. Ҳар як қубур ҳавзро алоҳида дар чанд соат аз об пур карда метавонад?

Машқҳо барои такрор

42. Ададро маълум намоед, агар:

- а) 30%-и он ба 150; б) 15%-и он ба 60;
в) 130%-и он ба 5,6; г) 6,2%-и он ба 9,3 баробар бошад.

43. Баъди 20% арзон шудани нархи роҳкиро мусофир ба кассаи Автовокзал 1 сомонию 80 дирам супурд. Нархи роҳкиро то арзоншавиаш чанд сомонӣ буд?

44. Аз ресмони дарозияш 18 м аз чор се ҳиссаашро буриданд. Дарозии қисми боқимондаи ресмонро ёбед.

45. Дар ду қуттӣ 10 кг хурмо ҷойгир намуданд. Аз ҳашт панҷ ҳиссаи массаи умумии хурмо дар қуттии якум аст. Массаи хурмои қуттии дуюмро ёбед.

46. Муодиларо ҳал кунед: а) $x+2,4=6,6$; б) $-x + 12,2 = 4$.

3. Формулаҳо

Баробариеро, ки алоқаи тағйирёбандаҳоро ифода менамояд, *формула* меноманд.

Мисоли 1. Масоҳати росткунҷаи дарозии тарафҳояш x см ва y см бо формулаи

$$S = x \cdot y \text{ (см)}^2$$

ҳисоб карда мешавад.

Дар ин формула ба ҷойи x ва y қиматҳои мушаххас гузошта, қиматҳои мувофиқи S -ро ҳосил менамоем:

Агар $x = 4$ ва $y = 5$ бошад, пас $S = x \cdot y = 4 \cdot 5 = 20$ мешавад.

Агар $x = 0,5$ ва $y = 0,8$ бошад, пас $S = x \cdot y = 0,5 \cdot 0,8 = 0,4$ мешавад ва ғайра.

Агар тағйирёбандаҳои x ва y қиматҳои баробарро қабул намоянд, яъне $x=y$, формулаи масоҳати квадрат ҳосил мешавад:

$$S = x^2 \text{ (см)}^2$$

Дар ин навишт x дарозии тарафи квадратро ифода мекунад.

Мисоли 2. Периметри росткунҷаи дарозии тарафҳояш, мувофиқан, x ва y см бо формулаи $P = 2(x+y)$ (см) ҳисоб карда мешавад.

Агар дар ин формула $x=y$ шавад, формулаи периметри квадрати дарозии тарафҳояш x см ҳосил мешавад:

$$P = 4x \text{ (см)}.$$

Мисоли 3. Формулаи умумии ададҳои ҷуфт чунин аст:

$$m = 2k.$$

◁ Дар ин баробари ба ҷойи тағйирёбандаи k ададҳои бутуни мусбатро бо навбат гузошта, пайдарпайии ададҳои ҷуфтро ҳосил намудан мумкин аст:

ҳангоми $k = +1$ будан, адади $m = 2 \cdot 1 = 2$,

ҳангоми $k = 2$ будан, адади $m = 2 \cdot 2 = 4$

ҳангоми $k = 3$ будан, адади $m = 2 \cdot 3 = 6$ ҳосил мешавад. ▷

Мисоли 4. Формулаи умумии ададҳои тоқ чунин аст:

$$m = 2k - 1.$$

◁ Дар ин баробари ба ҷойи тағйирёбандаи k ададҳои бутуни мусбатро бо навбат гузошта, пайдарпайии ададҳои тоқро ҳосил намудан мумкин аст:

ҳангоми $k = +1$ будан, адади $m = 2 \cdot (+1) - 1 = 1$,

ҳангоми $k = 2$ будан, адади $m = 2 \cdot 2 - 1 = 3$,

ҳангоми $k = 3$ будан, адади $m = 2 \cdot 3 - 1 = 5$ ҳосил мешавад. ▷

Мисоли 5. Агар ҷисм бо суръати доимии v м/сония ҳаракат намояд, дар муддати t сония масофаи ба $v \cdot t$ метр баробарро тай мекунад. Агар масофаи тайшударо бо ҳарфи S ишора намоем, вобастагии байни тағйирёбандаҳои $t \cdot v$ ва S км-ро бо формулаи

$$S = v \cdot t$$

ифода намудан мумкин аст.

Аз баробарии овардашуда v -ро бо воситаи t ва S , инчунин t -ро бо воситаи v ва S ифода намудан мумкин аст:

$$v = \frac{S}{t} \text{ км/соат}; \quad t = \frac{S}{v} \text{ соат.}$$

Саволҳо барои пурсиш

1. Дар зери мафҳуми формула чиро фаҳмидан мумкин? 2. Формулаи периметри росткунҷаро навишта, фаҳмонед, ки он аз формулаи масоҳати росткунҷа чӣ тафовут дорад. 3. Формулаи периметри квадрат чиро мефаҳмонад? Вай аз формулаи масоҳати квадрат чӣ тафовут дорад? 4. Формулаи адалҳои ҷуфтро нависед. 5. Формулаи умумии адалҳои тоқро нависед.

47. Масоҳатҳои росткунҷаро ҳисоб кунед, агар тарафҳоиаш:

- а) 16 см ва 4 см; б) 8 дм ва 6 дм; в) 48 см ва 4 дм;
г) 1,5 см ва 4 м; д) 0,5 дм ва 0,05 м; е) 1,4 см ва 10 мм бошад.

48. Масоҳати росткунҷаро ҳисоб кунед, агар тарафҳоиаш ба:

- а) 0,4 м ва 2,5 м; б) 400 м ва 0,25 км;
в) 2,75 м ва 0,2 дм баробар бошанд.

49. Масоҳати квадратро ҳисоб кунед, агар тарафҳоиаш ба:

- а) 6 см; б) 12 см;
в) 0,5 дм; г) 0,05 м баробар бошанд.

50. Периметри квадратро ёбед, агар дарозии тарафааш ба:

- а) 2 см; б) 16 см;
в) 0,22 м; г) 1,5 дм баробар бошад.

51. Дарозии росткунҷа p см, бараш q см аст. Ифодаи зерин чиро мефаҳмонад:

- а) $p \cdot q$; б) $2p+2q$; в) $p+q$; г) $2p$?

52. Нархи як дона дафтар a дирам, нархи як дона китоб b сомонӣ аст. Ифодаи зерин чиро мефаҳмонад:

- а) $a+b$; б) $5a+b$; в) $3a+5b$?

53. Периметри росткунҷаро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафҳоиаш маълум бошанд:

- а) 2,3 м ва 3,2 м; б) 20 см ва 4 дм;
 в) 10 дм ва 1,2 м; г) 0,18 м ва 72 см.

54. Формулаҳои каратиҳои: а) 14; б) 21; в) 40-ро нависед.

55. Мошин аз Душанбе то маркази ноҳияи Фарм се соат бо суръати 62 км дар ҳар соат ҳаракат кард. Масофа аз Душанбе то Фарм ёфта шавад.

56. Аз формулаи квадрати ададҳо $N=n^2$ истифода бурда, квадратҳои ҳафт адади аввалини натуралиро ёбед.

57. Аз ду деҳаи дар масофаи 42 км аз ҳам дур ҷойгирифта дар як вақт ба пешвози ҳамдигар ду пиёдагард ба роҳ баромад. Суръати ҳаракати яке аз онҳо ба 6 км/соат, суръати дигаре ба 8 км/соат баробар буд. Онҳо дар кадом масофа аз деҳаи якум бо ҳам вохӯрданд?

58. Агар дарозии, бар ва баландии параллелепипеди рост-кунҷа (ба қуттии гугирд монанд) мувофиқан ба a (см), b (см) ва c (см) баробар бошад, ҳаҷми он V (см³) бо формулаи

$$V = a \cdot b \cdot c$$

ҳисоб карда мешавад. Ҳар кадоме аз бузургиҳои a , V , b ва c -ро бо воситаи сетои дигараш ифода намоед. Агар дар формулаи мазкур $a = b = c$ гузорем, формулаи ҳаҷми кадом ҷисми геометрии ҳосил мешавад? Онро нависед.

59. Формулаи периметри секунҷаи дарозии ҳар як тарафаш ба y см баробарро нависед. Қимати ин формуларо ҳангоми $y = 3$ будан ёбед.

60*. Аз ҷадвали дар мисоли № 34 омада истифода бурда, нишон диҳед, ки адади дилхоҳи соддаро (ба ғайр аз 2 ва 3) дар намуди $6p - 1$ ё ки $6p + 1$ навиштан мумкин аст. Оё баръакс, ҳар гуна адади намуди $6p + 1$ ё $6p - 1$ (дар он p адади натурали) адади содда аст? Инро шарҳ диҳед.

Машқҳо барои такрор

61. Амалҳоро иҷро намоед:

- а) $23,3 + (12,63 - 6,28) - (11,63 - 2,48)$;
 б) $(6,006 - 2,73) + (3,61 - 1,964) - (6,602 - 2,34)$;

62. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x + 0,935 = 1$; б) $1 - x = 2,51$; в) $3,05 - x = -4,95$.

63. Ҳисоб кунед:

- а) $0,861 \cdot 0,251 + 0,861 \cdot 0,749$; б) $39,4 \cdot 2,86 + 7,14 \cdot 39,4$;
 в) $96,3 + 3,7 \cdot 96,3$.

64. Сайёҳ рузи аввал 35% -и тамоми роҳ, рузи дуюм 75% -и роҳи дар рузи аввал тайкардааш ва рузи сеюм тамоми роҳи боқимондари тай намуд. Агар у рузи сеюм аз рузи дуюм 10 км бештар роҳ рафта бошад, дар ҳар рӯз чанд км роҳро тай кардааст?

4. Муқоисаи қимати ифодаҳо

Ифодаҳои ададиро бо тарзи бевосита иҷро намудани амалҳои дар онҳо овардашуда ва ёфтани қиматҳояшон қиёс намудан мумкин аст.

Масъалаи 1. Мошин аз ш. Панҷ то ш. Кулоб бо суръати доимии 36 км/соат ҳаракат намуда, масофаи ба 123 км баробарро тай намуд. Агар вай масофаи марказҳои шаҳрҳои Панҷу Душанберо, ки 208 км аст, бо суръати доимии 65 км/соат тай мекард, вақти бештар сарф мекард ё камтар?

◁ Агар масофаи тайшударо ба суръати ҳаракат тақсим намоем, вақти сарфшуда ҳосил мешавад. Аз ин ҷост, ки мошин барои тай намудани масофаи байни шаҳрҳои Панҷу

$$\text{Кулоб } \frac{123}{36} = 3\frac{13}{65} = 3\frac{5}{12} \text{ соат вақт сарф мекунад.}$$

Аз ҷониби дигар, агар вай масофаи ба 208 км баробарро бо суръати 65 км/соат тай мекард, $\frac{208}{65} = 3\frac{1}{5}$ соат вақт

сарф менамуд. Ададҳои омехтаи $3\frac{5}{12}$ ва $3\frac{1}{5}$ -ро бо ҳам муқоиса менамоем. Қисмҳои бутуни онҳо (3) баробаранд. Сурату махраҷи касри якумро бо 5 ва сурату махраҷи касри дуюмро ба 12 зарб карда, касрҳои суратҳояшон нобаробару

махраҷҳояшон баробари $\frac{5 \cdot 5}{12 \cdot 5}$ ва $\frac{1 \cdot 12}{5 \cdot 12}$ -ро ҳосил менамоем.

Дар асоси қоидаи муқоисаи касрҳои оддӣ (ниг. ба «Математика»-и синфи 6, п. 2.4) касри якум калонтар аст. Ҳамин тавр, дар мавриди дуюм вақти камтар сарф мешудааст, зеро $5 \cdot 5 > 12 \cdot 1$.

Масъалаи 2. Хоҷаги дар ду майдоне, ки масоҳатҳояшон ба 76 га ва 48 га баробаранд, пахта кишт намуд. Аз майдони калон 2280 сентнер ва аз майдони хурд 1464 сентнер ҳосил ғундошта шуд. Ҳосилнокии кадоме аз ин ду майдон баландтар аст?

◁ Ҳосилнокии майдон ба ҳосили тақсими массаи пахтаи аз майдон ғундошташуда ва масоҳати он баробар мебошад. Барои муқоисаи ҳосилнокии майдонҳои ҳоҷагӣ касрҳои $2280:76$ ва $1464:48$ -ро қиёс менамоем. Азбаски $1464:48=30,5$ ва $2280:76=30$ аст, пас маълум мешавад, ки ҳосилнокии майдони хурд аз ҳосилнокии майдони калон баландтар аст. ▷

Қоидаи 1. *Барои муқоисаи ифодаҳои ададии амалҳои дар онҳо омадари иҷро намуда, қиматҳои ёфташударо муқоиса намудан лозим аст.*

Чун дар мавриди ададҳои ратсионалӣ натиҷаи муқоисаҳоро бо ишораҳои баробарӣ ё нобаробарӣ ифода намудан мумкин аст.

Натиҷаи масъалаи 1-ро ин тавр навиштан мумкин: $3\frac{5}{12} > 3\frac{1}{5}$.

Ҳалли масъалаи 2, нобаробарии $1464:48 > 2280:76$ -ро қонё мегардонад.

Ифодаи тағйирёбандаро барои қиматҳои гуногуни ҳарф-ҳояш муқоиса намудан мумкин аст. Ба ҳарфҳо қиматҳои мушаххас дода, ифодаҳои ададии ҳосилшударо бо ҳам муқоиса менамоем.

Мисоли 1. Ифодаҳои $4a - 1$ ва $-a + 1$ -ро барои қиматҳои $a = 0; +1; 0,4$ муқоиса менамоем.

◁ Ҳангоми $a = 0$ будан $4a - 1 = -1$, вале $-a + 1 = 1$ аст. Пас, ҳангоми $a = 0$ будан, нобаробарии $4a - 1 < -a + 1$ дуруст аст.

Агар $a = +1$ бошад, $4a - 1 = 4 \cdot (+1) - 1 = 3$ ва $-a + 1 = -1 + 1 = 0$ мешавад. Аз ин рӯ, ҳангоми $a = +1$ будан $4a - 1 > -a + 1$ аст.

Дар мавриди $a = 0,4$ будан $4a - 1 = 4 \cdot 0,4 - 1 = 0,6$ ва $-a + 1 = -0,4 + 1 = 0,6$ аст. Пас дар ин маврид $4a - 1 = -a + 1$ мешавад.

Ҳамин тавр, дар мавриди охирин ифодаҳо қимати баробар қабул мекунам: $4a - 1 = -a + 1$. ▷

Қоидаи 2. *Барои муқоиса намудани ифодаҳои тағйирёбанда ба ҷои ҳарфҳо қиматҳои мушаххас гузошта, ифодаҳои ададии ҳосилшударо муқоиса намудан лозим аст.*

Дар баъзе мавридҳо қиматҳои тағйирёбанда, масалан, x , аз ягон адади додашудаи a зиёд намешаванд. Масалан, шумораи рӯзҳои ҳафта аз адади 7 зиёд намешавад. Дар чунин маврид ишораи « $\leq$ » (хурд ё баробар) истифода шуда чунин менависанд:

$$x \leq a.$$

Агар қиматҳои тағйирёбандаи x аз ягон адади додашудаи b хурд набошанд, ишорати « $\geq$ » (калон ё баробар) истифода бурда мешавад. Дар чунин маврид менависанд:

$$x \geq b.$$

Дар ҳолати умумӣ, агар қиматҳои тағйирёбандаи x якбора аз адади a хурду аз адади b калон набошанд, онҳоро бо воситаи нобаробарии

$$a \leq x \leq b$$

ифода намудан мумкин аст. Барои аз нобаробариҳои $a < x$ ва $x < b$ фарқ кардан, нобаробарии $a < x < b$ -ро *нобаробарии дучанда* меноманд.

Агар қиматҳои тағйирёбандаи x дар байни ададҳои a ва b ҷойгир буда, бо b низ баробар шаванд (масалан, шумораи рӯзҳои моҳ ё аз 31 хурданд ё ба 31 баробар) чунин менависанд:

$$a < x \leq b.$$

Агар қиматҳои тағйирёбандаи x дар байни ададҳои a ва b ҷойгир буда, бо a низ баробар шаванд (масалан, шумораи рӯзҳои моҳ ё ба 28 баробаранд ё аз 28 зиёданд) чунин менависанд: $a \leq x < b$.

Нобаробариҳое, ки бо аломатҳои калон ё хурд навишта шудаанд, *нобаробариҳои қатъӣ* номида мешаванд. Агар дар навишти нобаробарӣ аломатҳои калон ё баробар (хурд ё баробар) истифода шуда бошанд, онро *нобаробарии ғайриқатъӣ* меноманд. Нобаробариҳои намуди

$$a \leq x < b, a < x \leq b \text{ ва } a \leq x \leq b$$

низ нобаробариҳои дучанда мебошанд.

Аз нобаробарии $n \leq 9$ хулоса мебарояд, ки $9 \geq n$ аст. Агар якбора $9 \leq n$ ва $n \leq 15$ бошад, мухтасар чунин навиштан мумкин аст: $9 \leq n \leq 15$. Нобаробарии дучандаи охирин ин тавр хонда мешавад: «9 хурд ё баробар аст аз эн, эн хурд ё баробар аст аз 15».

Саволҳо барои пурсиш

1. Ифодаҳои ададиро чи тавр муқоиса менамоянд? 2. Ифодаҳои тағйирёбандаро чи тавр муқоиса менамоянд? 3. Нобаробариҳои қатъӣ ва ғайриқатъӣ гуфта чиро меноманд? 4. Нобаробарии дучанда чист?

65. Ифодаҳои адади рақам муқоиса намоед:

а) $0,2 \cdot 0,15$ ва $0,5 \cdot 0,15$; б) $-26,2 \cdot 12$ ва $1770 : (-12)$;

в) $\frac{17}{8} - \frac{7}{12}$ ва $2\frac{2}{15} - \frac{13}{20}$; г) $\frac{1}{9} + 2,1$ ва $\frac{32}{35} - 1,85$.

66. Ифодаҳоро муқоиса намоед:

а) $1 - \frac{1}{2}$ ва $1 - \frac{1}{3}$; б) $-2,4 \cdot 0,125$ ва $2,4 : (-0,125)$;

в) $-0,10 : (0,4 + \frac{1}{5})$ ва 0 ; г) $(0,48 - \frac{7}{15}) \cdot 2,5$ ва 3 .

67. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

а) $2\frac{13}{18} \cdot \frac{2}{7} < 0,45 \cdot \frac{7}{9}$; б) $1,7 : 1\frac{1}{7} > \frac{7}{45} : 0,21$?

68. Қимати ифодаро муқоиса намоед:

а) $0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3$ ва $0,06$; б) $-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$ ва $-\frac{1}{3}$.

69. Қимати ифодаҳоро муқоиса намоед:

а) $4x$ ва $10x - 6$, агар $x = 0$; 2; 6 бошад;

б) $4,5y$ ва $6 - 1,5y$, агар $y = -1$; 0; 1 бошад.

70. Қиматҳои ифодаҳоро муқоиса намоед:

$4 - c$ ва $4c - 5$, агар $c = 2$; 0; 5 бошад;

71. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

а) $3x + 1 < 2x$, агар $x = 2,4$; б) $6x - 2 > 3x$, агар $x = 0,36$ бошад?

72. Нобаробариро ҳонед:

а) $x \geq 2$; б) $x \leq 3$; в) $-2 \leq x$;

г) $-x \leq 0$; д) $x > -2\frac{2}{5}$; е) $-4,5 < -1$.

73. Нобаробариро ҳонед ва ҳамон ададҳои бутунро нави-
сед, ки барояшон нобаробарӣ дуруст аст:

а) $0 < x \leq 4$; б) $1 \leq x < 10$; в) $-2 < x < +2$;

г) $-3 \leq x < 0$; д) $2\frac{3}{4} < x < -1$; е) $-4,35 > x > -5$.

74. Бо ёрии аломати нобаробарӣ нависед:

а) 6 хурд аз 7 ва 7 хурд аз 8;

б) 1,2 хурд аз 1,3 ва 1,3 хурд аз 2;

в) 3,6 калон аз 3 ва 3 калон аз 2,8;

г) 2 калон аз -1 ва -1 калон аз -3 .

75. Ададҳо интихоб кунед, ки дар байни ҷуфти ададҳо
ҷойгир бошад:

- а) 4 ва 5; б) 4,5 ва 4,7; в) 0,1 ва 0,2;
 г) -2 ва -1 ; д) $\frac{1}{5}$ ва $\frac{1}{6}$; е) $-2,25$ ва $-1,25$.

76. Дар шакли нобаробарии дучанда нависед:

- а) 0,29 калон аз 0,2 ва хурд аз 0,3;
 б) 4,25 хурд аз 5 ва калон аз 4,25;
 в) $-3,2$ калон аз -6 ва хурд аз -1 ;
 г) -6 калон аз -8 ва хурд аз -3 ;
 д) n калон аз 3 ва хурд аз 10;
 е) m калон аз -1 ва хурд аз 1.

77. Нобаробариро хонед:

- а) $17,3 \leq x$; б) $y \geq 0$; в) $z \geq -10$; г) $p \leq 0,36$;
 д) $2,2 \leq k \leq 4,4$; е) $5,3 \leq t \leq 20$; ё) $c < -1$; ж) $0 < b < 2$.

78. Оё нобаробари дуруст аст:

- а) $x \leq 10$, агар $x = 5, 2; 7; 10$ бошад;
 б) $y \geq 3, 4$, агар $y = -2; 4, 6; 8$ бошад?

79. Бо ёрии аломатҳои нобаробарии нависед:

- а) a хурд ё баробари 5;
 б) b калон ё баробари 12;
 в) c калон аз 8 ва хурд ё баробари 10;
 г) d калон ё баробари -7 ва хурд аз 0.

80. Дар шакли нобаробарии нависед:

- а) a — адади манфӣ; б) a — адади ғайриманфӣ;
 в) a — адади мусбат; г) a — адади ғайримусбат;
 д) a — адади ғайринулӣ.

81. Автомобил масофаи ба 48 км баробарро дар x соат ва мотосикл масофаи ба 84 км баробарро дар y соат тай намуданд. Суръати ҳаракати ин васоити нақлиётро муқоиса намоед, агар:
 а) $x = 0,75$ ва $y = 0,5$; б) $x = 0,3$ ва $y = 0,75$ бошад.

82. Бо ёрии нобаробарии нависед:

- а) ададҳои аз -2 калону аз 3 хурдро;
 б) ададҳои аз 0 калону аз 1 хурдро;
 в) ҳамаи ададҳои аз 0,36 хурдро;
 г) ҳамаи ададҳои аз -5 калонро.

83. Бо ёрии нобаробарии нависед:

- а) ҳамаи касрҳои дурустро; б) ҳамаи касрҳои нодурустро.

Машқҳо барои такрор

84. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $3,24 \cdot 0,9 : \frac{4}{9}$; б) $5 - 11\frac{7}{8} : 2,5$; в) $1\frac{17}{50} + \frac{7}{40} : 2\frac{11}{12}$.

85. Аладеро ёбед, ки 125% -аш ба 165 баробар бошад.

86. 12%-и адади 500; 40%-и адади 20; 55%-и адади 240-ро ёбед.

87. Муодиларо ҳал кунед:

а) $6,30 - x = 4\frac{9}{10}$; б) $-3\frac{7}{9} + 2\frac{1}{6} = -x$.

§ 2. ТАБДИЛ ДОДАНИ ИФОДАҲО

5. Қонунҳои ҷамъ ва зарби ададҳо

Ҳангоми ҳисоб намудани қимати ифодаҳо бо ададҳо амалҳое иҷро карда мешаванд, ки ба қонунҳои ҷамъ ва зарби ададҳои ратсионали (ниғ. ба «Математика»-и синфи 6, §7–§8) тобеъ мебошанд. Зарур донистем, ки қонунҳои номбурдaro бори дигар такрор намоем.

1. Ҷойивазкуни. Барои ададҳои дилхоҳи a ва b :

а) $a + b = b + a$; б) $a \cdot b = b \cdot a$.

Яъне, агар дар сумма (ҳосили зарб) ҷойҳои ҷамъшавандаҳо (зарбшавандаҳо) иваз карда шаванд, натиҷа тағйир намеёбад.

Мисоли 1. Қонуни ҷойивазкуниро ба сумма ва ҳосили зарби ададҳои 1,82; 3, 56 ва 10,08 татбиқ менамоем.

◁ а) $1,82 + 3,56 + 10,08 = 10,08 + 3,56 + 1,82 = 3,56 + 10,08 + 1,82 = 15,46$;

б) $1,82 \cdot 3,56 \cdot 10,08 = 10,08 \cdot 3,56 \cdot 1,82 = 65,310336$. ▷

2. Гуруҳбанди. Барои ададҳои дилхоҳи a, b, c :

а) $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c) = (a + c) + b$,

б) $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot c) \cdot b$.

Яъне, агар дар сумма (ҳосили зарб) ҷамъшавандаҳо (зарбшавандаҳо) ба таври дилхоҳ ба гуруҳҳо муттаҳид карда шаванд, натиҷа тағйир намеёбад.

Мисоли 2. Қонуни гуруҳбандиро барои:

а) суммаи $0,62 + 2,97 + 2,38$;

б) ҳосили зарби $0,62 \cdot 2,97 \cdot 2,38$ месанҷем.

◁ Аввал ҷамъшавандаи якумро бо сеюм, баъд ҷамъшавандаи якумро бо дуюм ва дар охир ҷамъшавандаи дуюмро бо сеюм ба гуруҳҳо муттаҳид намуда, натиҷарo бо адади боқимонда ҷамъ (зарб) мекунем:

а) $(0,62+2,38)+2,97=(0,62+2,97)+2,38=0,62+(2,97+2,38)=5,97$;
 б) $(0,62 \cdot 2,38) \cdot 2,97=(0,62 \cdot 2,97) \cdot 2,38=0,62 \cdot (2,97 \cdot 2,38)=4,392532$. ▸

Бар замми ин дар қавсҳо ҷойҳои ҷамъшавандаҳоро (зарбшавандаҳоро) иваз намудан мумкин аст. Дар ин маврид дар асоси қонуни ҷойивазкуни боз ҳамон натиҷаро ҳосил намудан мумкин аст.

3. Ҷудошавии зарб аз руи ҷамъ. Барои ададҳои ҷамъшавандаи a, b, c $$a(b+c)=a \cdot b+a \cdot c$$

Яъне, ҳангоми ададро бо сумма зарб задан, онро ба ҳар як ҷамъшавандаи сумма зарб зада, натиҷаҳоро ҷамъ намудан лозим аст. Ба ибораи дигар, агар якчанд ҷамъшаванда дорои ҳамон як зарбшавандаи умумӣ бошад, онро аз қавс баровардан мумкин аст. Аз ин амал натиҷа тағйир намеёбад.

Ҷумлаи охири *қоидаи аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ ном дошта*, тарзи чаппаи навишти қонуни ҷудошавии зарб аз руи ҷамъ мебошад:

$$a \cdot b + a \cdot c = a (b + c).$$

Қонуни ҷудошавии зарб аз руи ҷамъро барои се ҷамъшаванда чунин навиштан мумкин аст:

$$a (b + c + d) = ab + ac + ad.$$

Медонем, ки фарқи ду адад $a - b$ -ро ҳамчун ҷамъи адади a бо адади бо b муқобил, яъне $-b$ фаҳмидан мумкин:

$$a-b = a + (-b).$$

Ба ибораи дигар, амали тарҳро ҳамчун амали ҷамъ маънидод намудан мумкин аст. Барои ба ин сарфаҳм рафтан мисоли зеринро меорем.

Мисоли 3. Қимати ифодаи $-1,5 (2,73-1,45-2,16+0,27)$ -ро меёбем.

◁ Аввал ададҳои дохили қавсро ҷамъ намуда, баъд натиҷаи ҳосилшударо бо зарбшавандаи беруни қавс зарб мезанем:

$$\text{а) } 2,73+(-1,45)+(-2,16)+0,27=(2,73+0,27)-(-1,45+2,16)=3-0,61=2,39;$$

$$\text{б) } (-1,5) (2,39)=-0,3585.$$

Агар адади беруни қавс $-1,5$ -ро ба ҳар як ҷамъшавандаи дохили қавс зарб зада, натиҷаҳоро ҷамъ намоем ҳам, адади $-0,3585$ -ро ҳосил менамоем (мустақилона санҷед). ▸

Ҳангоми татбиқи қонунҳои дар боло овардашуда натиҷаҳои аз онҳо ҳосилшавандаро низ ба эътибор гирифта шарт аст. Масалан, аз қонуни ҷойивазкуни чунин натиҷаҳо ҳосил

мешаванд:

$$a + 0 = 0 + a = a; \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \quad a + (-a) = 0;$$

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0; \quad a \cdot \frac{1}{a} = 1.$$

Мисоли 4. Ҳосили зарби $24 \cdot (\frac{1}{6} - \frac{1}{12})$ -ро ҳисоб мекунем.

◁ Зарбшавандаи $\frac{1}{6} - \frac{1}{12}$ -ро ҳамчун суммаи адади мусбати $\frac{1}{6}$ бо адади манфии $-\frac{1}{12}$ фаҳмидан мумкин аст. Қонуни ҷудошавии зарб аз руи ҷамъро татбиқ менамоем:

$$24 \cdot (\frac{1}{6} - \frac{1}{12}) = 24 \cdot (\frac{1}{6} + (-\frac{1}{12})) = 24 \cdot \frac{1}{6} - 24 \cdot \frac{1}{12} = 4 - 2 = 2. \triangleright$$

88. Фаҳмонед, ки баробари дар асоси кадом қонуни ҷамъ (зарб) навишта шудааст:

а) $187 + 236 = 236 + 187$;

б) $512 \cdot 324 = 324 \cdot 512$;

в) $127 + (-127) = 0$;

г) $-356 \cdot \frac{1}{356} = -1$.

89. Амалҳоро дар асоси қонуни гуруҳбандии ҷамъ иҷро намуда, натиҷаҳоро муқоиса намоед:

а) $2,37 + 1,45 + 6,64 + 0,55$;

б) $12,34 + 0,76 + 5,54 + 4,46$;

в) $-3,37 + 3,37 + 2,37 - 4,34$;

г) $11,59 + 7,59 - 7,41 - 7,59$.

90. Бо тарзи осонтар иҷро намоед:

а) $50,41 \cdot 1,36 \cdot 100$;

б) $-65,5 \cdot 0,30 \cdot 10 \cdot 2$;

в) $20,2 \cdot (-12,3 \cdot 100) \cdot 5$;

г) $0,67 \cdot 25 \cdot 100 \cdot 4$.

91. Қимати ифодаро ёбед:

а) $7,56 + 12,39 + 1,03$;

б) $12,54 + 18,46 - 14 + 15,60$;

в) $8,36 - 6,42 + 7,48 - 6$;

г) $-1,47 + 4,13 - 5,5 + 18,36$.

92. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(2\frac{5}{6} + 3,75 - 4,5) \cdot 0,6$;

б) $(12\frac{1}{2} + 32,5) : 20 - 15 : 3$;

в) $(16,8 - 3\frac{3}{5}) \cdot 5\frac{1}{6}$;

г) $28 : \frac{4}{5} \cdot 13\frac{5}{7} + 6\frac{3}{5} \cdot \frac{125}{33}$.

93. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}) \cdot 3\frac{3}{5}$;

б) $(14 - 15\frac{1}{8} : 2\frac{1}{5}) \cdot 3\frac{1}{2}$.

94. Қимати ифодаро ёбед:

а) $2\frac{1}{2} \cdot 4,2 + 2\frac{1}{2} \cdot 5,8$;

б) $3\frac{4}{7} \cdot a + 3\frac{3}{7} \cdot a$.

95. Оё нобаробари дуруст аст:

а) $3\frac{1}{6} - 1\frac{1}{12} + 1 < 3,2$;

б) $5\frac{2}{9} + 3\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} > 0$?

96. Исбот кунед, ки:

а) Суммаи $13 \cdot 19 + 12 \cdot 19$ ба 5 тақсим мешавад;

б) Фарқи $37 \cdot 84 - 37^2 \cdot 3$ ба 27 карати аст.

97. Ҳисоб кунед:

а) $15,3 \cdot 3,7 + 2,3 \cdot 15,3$;

б) $3,7 \cdot 0,04 + 12,3 \cdot 0,04$;

в) $5,54 \cdot (-5,54) + 5,54 \cdot 4,46$; г) $2,64 \cdot 7\frac{1}{3} + 2,65 \cdot (-7\frac{1}{3})$.

98. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $48 \cdot (\frac{1}{8} - \frac{1}{24})$;

б) $32 \cdot (\frac{1}{8} - \frac{1}{16})$;

в) $-2\frac{2}{5}(\frac{5}{12} - \frac{1}{4})$.

99. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{10,6 + 33,66 : 0,33}{-0,5 + 10,25 : 0,5}$;

б) $\frac{(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{5} : \frac{4}{15}) \cdot 2,2}{1 + 0,25 + 0,75}$.

Машқҳо барои такрор

100. Адади якум 27%-и адади дуюмро ташкил медиҳад. Агар суммаи ин ду адад 31,75 бошад, ин ададҳоро ёбед.

101. Аз ададҳои 279,325,642,750, 1107 ва 11100 ҳамагонро нишон диҳед, ки: а) ба 2; б) ба 3; в) ҳам ба 3 ва ҳам ба 5 тақсим шаванд.

102. Ҳисоб кунед:

а) $54,9 \cdot 45,1 + (45,1)^2$; б) $5,73 \cdot 5,53 - 5,53^2$.

103. Нисбати ададҳои: а) 24 ва 32; б) 270 ва 80-ро бо фоиз ифода намоед.

6. Ифодаҳои айнияти ва айниятҳо

Мисоли 1. Қиматҳои ифодаҳои $3(x + 2) - 5$ ва $3x + 1$ -ро бо ҳам муқоиса менамоем.

◁ Дар сатри аввали ҷадвал қиматҳои тағйирёбандаи x -ро навишта, қиматҳои ба онҳо мувофиқи ифодаҳои $3x + 2 - 5$ ва

$(3x + 1)$ -ро дар сатрҳои дуҷуму сеюми он ҷой медиҳем:

x	-2	-1	0	1	2	3
$3(x+2)-5$	-5	-2	1	4	7	10
$3x+1$	-5	-2	1	4	7	10

Аз ҷадвал аён аст, ки барои ҳамаи қиматҳои овардашудаи тағйирёбандаи x ифодаҳои $3(x + 2) - 5$ ва $3x + 1$ қиматҳои баробар қабул мекунанд. Метавонед санҷед, ки барои ҳар як қимати дигари x низ қиматҳои ифодаҳои мазкур бо ҳам баробар мешаванд. Барои ба ин боварӣ ҳосил намудан, қавси ифодаи якумро кушода, ҷамъишавандаҳои монандро ислоҳ менамоем:

$$3(x+2)-5=3x+3 \cdot 2-5=3x+1.$$

Ҳамин тавр, ифодаи якум баъди содда шуданаш, ба ифодаи дуҷум баробар шуд:

$$3(x+2)-5=3x+1.$$

Ин баробарӣ барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаи x дуруст аст.

Таърифи 1. *Ду ифодае, ки барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаҳояшон қиматҳои баробар қабул мекунанд, ифодаҳои айниятан баробар ё ифодаҳои айнияти номида мешаванд.*

Ифодаҳои $3(x + 2) - 5$ ва $3x + 1$, ки дар мисоли 1 оварда шуданд, бо ҳам айниятан баробар мебошанд.

Мисоли 2. Нишон медиҳем, ки ифодаҳои $5(x + y)$ ва $5x + 5y$ бо ҳам айниятан баробаранд.

◁ Ҷадвали қиматҳои ифодаҳои $5(x + y)$ ва $5x + 5y$ -ро барои якчанд қимати интихобии x ва y тартиб медиҳем:

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	4	2	1	2	3	4
$5(x+y)$	5	0	0	10	20	30
$5x+5y$	5	0	0	10	20	30

Аз ҷадвал аён аст, ки ифодаҳои $5(x+y)$ ва $5x+5y$ барои ҳамаи қиматҳои x ва y қиматҳои баробар қабул мекунанд. Аз қонуни ҷудошавии зарб аз руи ҷамъ қавси ифодаи якумро

кушода нишон додан мумкин аст, ки он айниятан ба ифодаи дуюм баробар аст. Пас ин ифодаҳо айниятан баробаранд. ▽

Агар ду ифода айниятан баробар бошанд, фарқашон айниятан ба нул баробар мешавад. Масалан, фарқи ифодаҳои дар мисоли 1 омада айниятан ба нул баробар аст:

$$3(x+2)-5-3x-1=0.$$

Фарқи ифодаҳои дар мисоли 2 омада низ айниятан ба нул баробар аст: $5(x+y)-5x-5y=0$.

Минбаъд, барои навишти ифодаҳои айниятан баробар ишорати $\equiv$ -ро истифода мебарем.

Масалан, $2x \equiv 2x$; $2x-3+5x \equiv 7x-3$ ва ғайра.

Таърифи 2. Баробарие, ки барои қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳои дуруст аст, айният ном дорад.

Дар дарси гузашта мо мисолҳои сершумори айниятҳоро овардем. Масалан, ҳамаи баробариҳои, ки қонунҳои ҷамъу зарби ададҳоро ифода менамоянд, айниятанд. Дар ҳақиқат, баробариҳои $a+b = b+a$ ва $ab = ba$ барои ҳамаи қиматҳои a ва b дурустанд. Аз ин рӯ, онҳо айният мебошанд.

Баробариҳои қонуни ғуруҳбанди $(a+b)+c \equiv a+(b+c)$ ва $(a \cdot b) \cdot c \equiv a \cdot (b \cdot c)$ низ мисоли айниятҳо мебошанд. Онҳо низ барои қиматҳои дилхоҳи тағйирёбандаҳои он, ки дар асл ададҳо мебошанд, дурустанд.

Қонуни ҷудошавии зарб аз рӯи ҷамъ низ айниятро ифода менамояд: $a(b+c) = ab+ac$

Аз ҷумла, баробариҳои аз қонунҳои номбурда ҳосилшаванда,

$$a+(-a) \equiv 0; (-a) \cdot (-b) \equiv a \cdot b; (-a) \cdot b \equiv -a \cdot b; a \cdot (-b) \equiv -a \cdot b;$$

$$a \cdot 1 \equiv a; a \cdot 0 \equiv 0 \cdot a \equiv 0; 0:a \equiv 0;$$

$$(-a) \cdot 0 \equiv 0.$$

ва ғайра низ айниятро ифода менамоянд.

Қайд кардан зарур аст, ки агар қимати ифодаҳо ақаллан барои як қимати тағйирёбандаҳои онҳо баробар набошанд, онҳо бо ҳам айниятан баробар намешаванд. Масалан ифодаҳои $2x$ ва $x+2$ айниятан баробар нестанд, зеро ҳангоми $x=0$ будан қимати ифодаи якум ба $2 \cdot 0 = 0$, вале қимати ифодаи дуюм ба $0+2=2$ баробар аст.

Мисоли 3. Нишон медиҳем, ки баробариҳои:

$$a) 16(a+2b) = 16a+32b; \quad б) 52\left(\frac{a}{13} - \frac{b}{26}\right) = 4a-2b;$$

в) $6(ab-2,5)=6ab-15$ айният мебошанд.

а) Дар асоси қоидаи кушодани қавс $16(a+2b)=16a+32b$ мешавад. Баръакс агар адади 16-ро ҳамчун зарбшавандаи умумии ҷамъшавандаҳои $16a$ ва $32b$ аз қавс барорем, ифодаи тарафи чапи баробарӣ ҳосил мешавад. б) Азбаски $52 : 13=4$ ва $52 : 26=2$ аст, пас

$$52 \cdot \left(\frac{a}{13} - \frac{b}{26} \right) = \frac{52 \cdot a}{13} - \frac{52 \cdot b}{26} = 4 \cdot a - 2b \text{ мешавад.}$$

$$\text{Баръакс, } 4a - 2b = \frac{4 \cdot 13 \cdot a}{13} - \frac{2 \cdot 26 \cdot b}{26} = 52 \left(\frac{a}{13} - \frac{b}{26} \right) \text{ аст.}$$

в) дорем: $6(ab-2,5)=6ab-15$

Баръакс, $6ab-15=6 \cdot ab-6 \cdot 2,5 = 6(ab-2,5)$ мебошад. ▸

Саволҳо барои нуршиш

1. Кадом ифодаҳоро бо ҳам баробар меноманд? 2. Оё ифодаи тағйирёбанда ба ифодаи адади баробар мешавад? 3. Чи гуна баробариро айният меноманд? 4. Мисоли айниятро биёред. Чаро қонуҳои ҷамъу зарби ададҳо айниятро ифода менамоянд? 5. Дар кадом маврид баробарӣ айниятро ташкил намедиҳад? Бо мисол фаҳмонед.

104. Кадоме аз баробариҳо бо ҳам айниятан баробаранд:

- а) $2x = x$; б) $a + 1 = a + 1$; в) $b = b$;
г) $(-3) \cdot y = -3y$; д) $6(x-x) = 6$; е) $p \cdot \frac{1}{2} \cdot q = \frac{pq}{2}$?

105. Ифодаҳо дар асоси кадом қонун бо ҳам айниятан баробаранд

- а) $7(x-y)$ ва $7x-7y$; б) $(a-7b) \cdot 3$ ва $3a-21b$?

106. Оё ифодаҳо айниятан баробаранд:

- а) $(3a)(5b)$ ва $15ab$; б) $-7pc + 7pc$ ва 0 ;
в) $m-2n$ ва $2n-m$; г) $x-2y$ ва $2y-x$?

107. Оё ифодаҳо айниятан баробаранд:

- а) $(a+6) \cdot 1$ ва $a+b$; б) $(a+6) \cdot 0$ ва $a+b$;
в) $(a+b) \cdot 2$ ва $2a+2b$; г) $(a+6) \cdot (-1)$ ва $a-b$?

108. Нишон диҳед, ки $3(2p-1) \equiv 2(3p-\frac{3}{2})$ аст.

109. Нишон диҳед, ки фарқи ифодаҳои $7(2b-3)+12$ ва $14b-9$ айниятан ба нул баробар аст.

110. Оё баробарӣ айният аст:

- а) $x = -x$; б) $x + x + x = 2x + x$;
 в) $x - 3x = -x - x$; г) $x + (-x) + y = y$?

111. Оё баробари айният аст:

- а) $15(a + b) = 15a - 15b$; б) $8(p - p) = 0$;
 в) $5a + (3a - 2) = 6a + 2(a - 1)$; г) $0,4m \cdot 0,8n = 0,32mn$?

112. Кадоме аз чумлаҳо айниятро ифода менамояд?

- а) Масоҳати росткунҷа ба нимпериметри он баробар аст;
 б) Ҳосили зарби адад ва адади бо он чаппа ба 1 баробар аст;
 в) Суммаи адади додашуда ва адади бо он муқобил ба нул баробар аст; г) Квадрати адад ба квадрати адади бо он муқобил баробар аст.

113. Нишон диҳед, ки $7(4x - 5) - 3(7 + 9x) \equiv x - 56$ аст.

114. Оё баробари айният аст:

- а) $x + 6 = 2(x + 3) - 1$; б) $-(p + 3q) = 3q - p$; в) $3a = 6b + 3(a - 2b)$?

115. Ақаллан як қимати тағйирёбандаро нишон диҳед, ки барояш баробари ҷой надорад:

- а) $x + 4 = 4x$; б) $x - 4 = x + 4$; в) $4(x - x) = 4$;

116. Исбот кунед, ки баробари $x^3 = 3x^2$ айният нест.

117. Айниятро исбот намоед:

- а) $7(2b - 3) + 18 = 14b - 3$; б) $5(3a - 5) + 6 = 15(a - 1) - 4$;
 в) $3p = 6b + 3(p - 2b)$; г) $11(2 - 3q) + 6q = 22 - 27q$;
 д) $6(2x + 5) - 5 = 4(3x - 5) + 45$; е) $5m - 45 = -5(9 - m)$.

Машқҳо барои такрор

118. Касрҳоро ба фоиз гардонед: $0,07$; $36,5$; $124,5$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{50}$; $2\frac{1}{4}$.

119. Фоизҳоро ба каср гардонед: 1% ; 5% ; $6,2\%$; $18,5\%$; $\frac{2}{5}\%$; $3\frac{2}{5}\%$.

120. Фоизи бузургиҳоро ёбед:

- а) 2% аз 100 кг; 12% аз 50 м; $\frac{2}{3}\%$ аз 9 т;
 б) 160% аз 75 см; 230% аз 512 г; $0,5\%$ аз 16 л;

121. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $83,5 + x = 23,8$; б) $93,1 - y = 178,4$.

122. Ҳисоб кунед:

- а) $53,73 + (-62,09) + (-42,1)$; б) $(-83,64) + (-73,36) + 50,45$.

7. Табдилдиҳии айнияти ифодаҳо

Ҳангоми ҳисоб намудани қимати ифодаи $a \cdot b - a \cdot c$ се амал (зарби a бо b , зарби a бо c ва фарқи натиҷаҳои якумдуюм) иҷро карда мешавад. Агар мо ифодаи $a \cdot b - a \cdot c$ -ро бо ифодаи айниятан баробараш, яъне $a(b - c)$ иваз намоем, ҳамагӣ ду амал иҷро мекунему бас.

Таъриф. *Иваз намудани ифодаи додашуда бо ифодаи ба он айниятан баробар табдилдиҳии айнияти ифода ном дорад.*

Бо баъзе табдилдиҳиҳои ифодаҳо мо ҳангоми ислоҳ намудани ҷамъшавандаҳои монанд, кушодани қавсҳо шинос шуда будем. Тартиби иҷрои чунин табдилдиҳиҳоро бори дигар оварда, нишон медиҳем, ки барои ин кадом қонунҳои истифода мешаванд.

Мисоли 1. Дар ифодаи $7a - 6b + 5a + 4b$ ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ менамоем.

«Аз қоидаи ислоҳи ҷамъшавандаҳои монанд (ниг. ба «Математика»-и синфи 6, п.9.3) маълум аст, ки коэффитсиентҳои чунин ҷамъшавандаҳоро ҷамъ намуда, натиҷаро бо қисми умумии ҳарфи зарб задан лозим аст: $(7a - 6b + 5a + 4b) = (7+5)a + (-6+4)b = 12a - 2b$.

Ҳамин тавр, ифода дар асоси қонуни ҷудошавии зарб аз руи ҷамъ табдил дода шуд. ▸

Мисоли 2. Дар ифодаи $-12x + (3 - 8x)$ қавсро мекушоем.

«Аз қоидаи кушодани қавсҳои истифода мебарем, ки дар пешашон аломати плюс доранд: ҳангоми кушодани қавс аломати ҳамаи ҷамъшавандаҳои қавс бетағйир мемонад ва ишораи қавс навишта намешавад

$$-12x + (3 - 8x) = -12x + 3 - 8x = 3 + (-12 - 8)x = 3 - 20x. \triangleright$$

Ҳангоми иҷрои ин табдилдиҳӣ мо аз қонунҳои ҷойивазкунӣ ва ғуруҳбандии ҷамъ истифода бурдем.

Мисоли 3. Дар ифодаи $2a - (5 - 2a)$ қавсро мекушоем.

«Аз қоидаи кушодани қавсҳои истифода мебарем, ки дар пешашон аломати минус доранд: ҳангоми кушодани қавс аломати ҳар як ҷамъшавандаи он ба муқобилашон иваз карда шуда, ишораи қавс навишта намешавад.

$$2 \cdot a - (5 - 2 \cdot a) = 2 \cdot a - 5 + 2 \cdot a = 4 \cdot a - 5. \triangleright$$

Ҳангоми ин табдилдиҳӣ мо аз қонунҳои ғуруҳбандии

ҷамъ ва ҷудошавии зарб аз руи ҷамъ истифода бурдем. Ҷамъшавандаи дуҷуми ифода аз ҳосили зарби адади -1 ва ифодаи $5 - 2a$ иборат аст. Ҳангоми кушодани қавс адади -1 -ро бо ҳар як ҷамъшавандаи он зарб зада, бо ҳамин аломати ҳамаи ҷамъшавандаҳои қавсро ба муқобилаш иваз менамоем:
 $-(5-2a)=(-1) \cdot (5-2a)=(-1) \cdot (5+(-2a))=-5-(-2a)=2a-5$ ва
 $2a + (-1)(5 - 2a) = 2a + 2a - 5 = 4a - 5$.

Саволҳо барои пурсиш

1. Табдил додани ифода чӣ маъно дорад? 2. Қавсҳоро, ки дар пешашон аломати плюс доранд, чӣ тавр мекушоянд? 3. Қоидаи кушодани қавсҳоро баён намоед, ки дар пешашон аломати минус доранд.

123. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намоед:

- а) $3a - 20a + 16a + 19a$; б) $2b - 14b + 6b - 8b$;
 в) $-p + 4q - p + 2p - q$.

124. Аз қонуни ҷойивазкунии истифода бурда, ифодаро содда кунед:

- а) $2,3a + 6 - 1,7a - 4$; б) $-1,8b - 26 + 2,8b - b$; в) $5d - 16 - 4,5d + 16$;

125. Қонуни ҷудошавии зарб аз руи ҷамъро истифода бурда, ифодаро бо ифодаи бо он айниятан баробар иваз намоед:

- а) $14(x + y)$; б) $7(x - y)$; в) $(a - 7b) \cdot 3$.

126. Аз байни ифодаҳои $4a - b$, $-4(a - b)$ ва $4(a - b)$ ҳамонашро интихоб намоед, ки бо ифодаи $4a - 4b$ айниятан баробар бошад.

127. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намоед:

- а) $15a - b + (b - 8a) + (-56b)$; б) $14b - (16b - 8a) - 8a + 16b$;
 в) $5,5c - 2,5d - 3,7c - 14,5d$; г) $7,5k + (2,5k - 6t) + (-4t)$.

128. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намоед:

- а) $12,3a + 0,6 - 1,7a - 4,4$; б) $-1,8b - 2b + 2,8 + 2b$;
 в) $15p - 16,3 - 4,2p + 16$; г) $-0,4q - (1 - q) \cdot 2 + 0,36q$.

129. Қавсро кушоед:

- а) $1 + (a + 2b - 3)$; б) $-(a + 2b - 3)$;
 в) $a - (b - a - c)$; г) $2x + y - (x - 2y)$;
 д) $x + (y - x) - y$; е) $-(1 - x) + (x - 1) + xy$.

130. Қавсҳоро кушоед:

- а) $-(a - b) - c(1 - a)$; б) $-a - (b - c)$; в) $a - (-b - c) - c$.

131. Қавсҳоро кушода, ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намоед:

- а) $3 \cdot (5 - 6x) + 11 \cdot x - 6 - 7x$; б) $6(3 - 4x) - 6 \cdot x + 2 - (x - 2)$;

- в) $-3(3,6 - 4,8a) + 2,4a - 6,4$;
 г) $7(2a - 3) + 4,5 - (20 - 5,5a)$;

132. Ифодаро содда кунед:

- а) $2x - (2 - 8x) + 12$; б) $3x + 4 - (6x - 3) - 7$;
 в) $-3x + 2,5 + (-1 - 2,5x)$; г) $-7x - (8 - 7x) + 2x + 8$.

133. Оё чуфти ифодаҳо бо ҳам айниятан баробаранд:

- а) $5a \cdot 3$ ва $15a$; б) $3x + 2y$ ва $2y + 3x$;
 в) $-48b + 48b$ ва 0 г) $m - n$ ва $-(m - n)$?

134. Ифодаро содда намоед:

- а) $-3 \cdot 2a - 12$; б) $6a(-1,2) \cdot 10$;
 в) $0,5x \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot 1,5$; г) $(-1,2) \cdot 6 \cdot (-1,5)$;

135. Ифодаро содда намуда, қимати онро ҳангоми

$a = 1$, $b = 2$, $x = -2$ ва $y = -1$ будан ҳисоб намоед:

- а) $a - (b - (a - b)) + y(a - 2)$; б) $x - (a - x) + 2(ax + y)$.

136. Исбот кунед, ки барои қиматҳои дилҳоҳи x қимати ифодаи $12(x - 3) - 4(3x - 8)$ ба -4 баробар аст.

137. Ифодаро содда кунед:

- а) $-(-x + 8,06) + (8,06 - 2y)$; б) $-(3m - 2n) + (-p + 5n + p)$.

138. Ҳисоб кунед:

- а) $3,242 - 0,541 + 3,242 \cdot 0,459$; б) $0,647 \cdot 3,62 + 0,647 \cdot 6,38$;
 в) $0,861 \cdot 0,251 + 0,861 \cdot 0,749$; г) $39,4 \cdot 2,86 + 7,14 \cdot 39,4$.

139. Ифодаи: а) $4a - 3b + 7c - 11$ -ро дар шакли суммаи ду ҷамъшаванда; б) $15x - 6y + 31z - 2$ -ро дар шакли фарқи ду ифода нависед.

Машқҳо барои тақрор

140. Амалҳоро иҷро намоед:

- а) $(42\frac{5}{12} - 21\frac{11}{8}) - (25 - 4\frac{7}{36})$; б) $(1\frac{2}{3} + 3\frac{2}{3}) + (12\frac{1}{2} + 6\frac{4}{9})$.

141. Ман ададери фикр карда, ба болояш адади 2-ро илова намудам. Баъд, натиҷаи ҳосилшударо ба 3 зарб задам. Пас аз он аз натиҷаи ҳосилшуда 5-ро тарҳ намудам. Баъд аз ин адади дар аввал фикр кардаамро тарҳ намуда, натиҷаро бо 2 зарб задам ва дар охир аз он адади 8-ро тарҳ намудам. Дар ҷавоб адади дар аввал фикркардаам ҳосил шуд. Ман кадом ададро фикр карда будам?

142. Тири координатавино тасвир намуда, дар он порчаи воҳидии дарозиаиш ба 12 катаки варақи дафтар баробарро ин-

тихоб намоед. Нуқтаҳоеро қайд намоед, ки координатаҳо-шон дар ин тир чунин бошанд:

а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{3}{4}$; д) $\frac{2}{3}$; е) $\frac{5}{6}$.

§ 3. МУОДИЛАИ ЯКНОМАЉУМА

8. Муодила ва решаҳои он

Масъала. Ду ҳоҷаги якҷоя 42 тонна мева ғундошт. Ҳоҷагии якум аз ҳоҷагии дуюм ду маротиба зиёд мева ғундошт. Ҳар як ҳоҷаги алоҳида чӣ қадар мева ғундошт?

◁ Бо ҳарфи x миқдори меваи ғундоштаи ҳоҷагии дуюмро ишора менамоем. Он гоҳ, миқдори меваи ғундоштаи ҳоҷагии якум ба $2x$ баробар мешавад. Мувофиқи шарти масъала ҳоҷагиҳо ҳамагӣ 42 тонна мева ғундоштанд. Аз ин ру, баробарии зеринро ҳосил менамоем:

$$2 \cdot x + x = 42.$$

Барои ёфтани номаълум, ки дар ин маврид миқдори меваи ҷамъовардаи ҳоҷагии дуюмро ифода менамояд, мо баробарии тағйирёбандаро ҳосил намудем. Чунин баробариро муодила меноманд. Тағйирёбандаи дар он омада *номаълум* ё *тағйирёбандаи муодила* номида мешавад. Ин ҷо мо *муодилаи якномаълума* ё *муодилаҳои дорои як тағйирёбандаро* меомӯзем.

Ададери меёбем, ки ҳангоми онро дар ҷои x ба муодила гузоштан баробарии дуруст ҳосил гардад. Агар чунин адад ёфт шавад, онро решаи муодила ё ҳалли муодила меноманд. Мегуянд, ки адади мазкур муодиларо қонеъ мегардонад. Масалан, баробарии $2x + x = 42$ ҳангоми $x = 14$ будан дуруст аст. Адади 14 муодиларо қонеъ мегардонад, яъне ҳал ё решаи муодила мебошад. Пас ҳоҷагии дуюм 14 тонна ва ҳоҷагии якум $2 \cdot 14 = 28$ тонна мева ғундоштаанд. ▷

Таъриф. *Баробарие, ки номаълум дорад муодила номида мешавад. Он қимати номаълум, ки муодиларо қонеъ мегардонад реша ё ҳалли муодила ном дорад.*

Муодилаи $2x+x=42$ ҳамагӣ як реша дорад. Мисолҳое овардан мумкин аст, ки дар онҳо муодила ду, се, чор, ҳатто аз ин ҳам зиёд реша дорад.

Муодилаи $(x-2)(x-5)=0$ ду реша дорад: 2 ва 5. Муодилаи $(x+3)(x+7)(x-10)=0$ се реша дорад: -3 ; -7 ; ва 10. Дар ҳақиқат,

ҳар кадоме аз ин се адад яке аз қавсҳои ҳосили зарбро ба нул табдил дода, муодиларо қонеъ мегардонад. Барои қиматҳои дигари номаълум ҳеҷ кадоме аз ин қавсҳо ба нул баробар намешавад. Аз ин ҷост, ки муодила ҳалли дигар надорад.

Муодилаи $x+5=x$ реша надорад, зеро барои қимати дилхоҳи x қисми чапи муодила аз қисми рост он 5 воҳид зиёд аст.

Мақсад аз ҳалли муодила ҷавоб ёфтан ба саволҳои зерин аст: 1. Оё муодила ҳал дорад? 2. Агар муодила ҳал дошта бошад, ҳалли онро чӣ тавр ёфтан мумкин аст? Агар ҳал надошта бошад, инро исбот бояд намуд.

Муодилаи $x^2 - 10^2 = 0$ ду реша дорад: $x_1 = 10$ ва $x_2 = -10$. Муодилаи $(x-10) \cdot (x+10) = 0$ низ дорои ҳамин ду реша мебошад.

Муодилаҳои, ки решаҳои баробар доранд, *муодилаҳои баробарқувва* ном доранд. Масалан, муодилаҳои $x^2 - 10^2 = 0$ ва $(x-10)(x+10) = 0$ баробарқувваанд.

Муодилаҳои ягон реша надоштаре низ бо ҳам баробарқувва меҳисобанд. Муодилаҳо ду хосияти зеринро соҳибанд:

1^o. Агар ба ҳар ду қисми муодилаи додашуда ҳамон як адад ҷамъ карда шавад, муодилаи ҳосилшуда бо муодилаи додашуда баробарқувва мешавад. Дар натиҷаи ин амал ҷамъшавандаре аз як тарафи баробари ба тарафи дигари он бо аломати аксаш гузаронидан мумкин аст.

2^o. Агар ҳар ду қисми муодилаи додашуда ба ягон адади ғайринулии зарб ё тақсим карда шавад, муодилаи ҳосилшуда бо муодилаи додашуда баробарқувва мешавад.

Мисоли 1. Исбот мекунем, ки муодилаи $x - 3 = 6$ бо муодилаи $3x - 9 = 18$ баробарқувва мебошад.

◁ Бигузор ягон адади x решаи муодилаи якум бошад. Пас барои ҳамин қимати x баробари $x - 3 = 6$ дуруст аст. Дар асоси хосияти 2^o ҳар ду қисми муодиларо ба адади 3 зарб зада, боз баробари дурустро ҳосил мекунем: $3x - 3 \cdot 3 = 3 \cdot 6$. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки барои ҳамин қимати x баробари дуюм низ дуруст будааст. Ҳамин тавр, ҳар як решаи муодилаи якум муодилаи дуюмро низ қонеъ мегардонидааст.

Нишон додан мумкин аст, ки ҳар як решаи муодилаи дуюм инчунин решаи муодилаи якум аст. Барои ин ҳар ду қисми муодилаи дуюмро ба адади 3 тақсим намуда, дар асоси хосияти 2^o, баробари $\frac{3x}{3} - \frac{9}{3} = \frac{18}{3}$ ё $x - 3 = 6$ -ро ҳосил менамоем. ▷

Аз хосиятҳои овардашуда хулоса мебарояд, ки агар ягон ҷамъшаванда аз як қисми муодила ба қисми дигари он бо аломати муқобилаш гузаронида шавад, муодилаи бо муодилаи аввала баробарқувва ҳосил мешавад.

Мисоли 2. Нишон медиҳем, ки муодилаҳои $7x = -3x + 30$ ва $x - 3 = 0$ бо ҳам баробарқувва мебошанд.

◁ Дар муодилаи $7x = -3x + 30$ ҷамъшавандаи $-3x$ -ро аз қисми ростии баробарӣ ба қисми чапи он бо аломати муқобилаш $-(-3x) = 3x$ гузаронида, муодилаи $10x = 30$ -ро ҳосил мекунем. Дар асоси хосияти 1^0 муодилаи ҳосилшуда ба муодилаи додашуда баробарқувва мебошад. Ҳар ду қисми муодилаи ҳосилшударо ба 10 тақсим намуда, муодилаи бо он баробарқувваи $\frac{10x}{10} = \frac{30}{10}$ ё $x - 3 = 0$ -ро ҳосил менамоем. ▷

Саволҳо барои пурсиш

- Муодила чист?
- Реша ё ҳалли муодила гуфта чиро мефаҳманд?
- Муодилае тартиб диҳед, ки он: а) ду решаи нобаробар; б) ду решаи баробар дошта бошад.
- Муодилае тартиб диҳед, ки ягон реша надошта бошад.
- Қадам муодилаҳоро бо ҳам баробарқувва меноманд?
- Муодилаҳо қадам хосиятҳои умумиро соҳибанд?

143. Оё адади -2 решаи муодила мебошад:

- а) $2x - 4 = 0$; б) $x + 2 = 0$; в) $(x + 2)x = 0$?

144. Қадаме аз ададҳои: а) 2; б) -3 ; в) 12;

- г) -6 решаи муодилаи $x^2 + 4x - 12 = 0$ мебошад?

145. Оё адади: а) -2 ; б) 4; в) 8;

- г) 10 решаи муодилаи $x^2 - 16x + 60 = 0$ мебошад?

146. Нишон диҳед, ки ҳар қадаме аз ададҳои 3 ; -5 ва $\frac{2}{3}$

решаи муодилаи $(x-3)(x+5)(x-\frac{2}{3}) = 0$ мебошад.

147. Искот кунед, ки адади дилҳои x решаи муодила мебошад:

- а) $5x + 4 = 4(x + 1) + x$; б) $1,5x(x - 3) = -4,5 + 1,5x$.

148. Нишон диҳед, ки муодила реша надорад:

- а) $z + 6 = z$; б) $-t + 3 = -t$.

149. Оё муодила реша дорад:

- а) $2x + 3 = 2x + 8$; б) $2x - 1 = 2x$;
в) $2x = 2 + x$; г) $-3x - 1 = 1 - 3x$?

150. Муодила чандто реша дорад:

- а) $|x|=1$; б) $|x|=0$; в) $|x|=-1$; г) $|x|=8,1$?

151. Исбот кунед, ки муодилаи $7x-15=7x-15$ решаи дилхоҳ дорад.

152. Муодилае тартиб диҳед, ки адади: а) 3; б) 8; в) -11 решааш бошад.

153. Муодилае тартиб даҳед, ки решаҳояш ададҳои -4 ва 0 бошанд.

154. Аз байни муодилаҳо ҷуфтҳои баробарқувваро ҷудо кунед:

- а) $x-2=2$; б) $2x=9$; в) $\frac{3x}{9}=2$;
г) $2x=2+x$; д) $x-1=1$; е) $2x-9=0$.

155. Ҷуфтҳои баробарқувваро ҷудо кунед:

- а) $\frac{x-2}{3}=0$; б) $\frac{x-3}{6}=0$; в) $2x-8=0$;
г) $3x=18$; д) $3x-6=6$; е) $12x-36=0$.

156. Чаро муодилаи: а) $0,5x+1=\frac{x}{2}$; б) $|x|+1=0$ реша надорад?

157. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x-3=-(3-x)+1$; б) $3(x-x)=0$.

158. Аз баробарии $a \cdot b = 0$ хулоса мебарояд, ки ақаллан яке аз ададҳои a ё b ба нул баробар аст. Аз ин истифода бурда, муодиларо ҳал кунед:

- а) $x(x-1)=0$; б) $(x+2)(x-5)=0$; в) $(x+1)(x+7)=0$.

159. Муодилае тартиб диҳед, ки: а) ду решаи гуногун; б) ду решаи баробар; в) се решаи гуногун дошта бошад.

Машқҳо барои такрор

160. Бо воситаи ҳарфҳо, аломати амалҳо ва қавсҳо ифода намоед: а) дучандаи адади a ; б) сечандаи адади b ; в) нисфи адади c ; г) сеяки адади n ; д) нимсуммаи ададҳои p ва q ; е) нимфарқи ададҳои x ва y .

161. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намоед:

- а) $4x-6y+2,5x-0,5y$; б) $4,8p-0,6q+2\frac{1}{4}p-(p+2q)$.

162. Ҷамъшавндаҳоро ислоҳ намуда, зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

$$a) 6a - 3a + 2a - 5a - 8;$$

$$б) 5ac - 3bc + ac - 2bc + 4bc - ac.$$

163. Ҳамон қиматҳои бутуни x -ро нишон диҳед, ки барояшон нобаробарии дучанда дуруст аст:

$$a) 3 < x < 8;$$

$$б) 21 < x < 26;$$

$$в) 14 < x < 18.$$

164. Дар ҳамвории координатави нуқтаҳои $A(2; 4)$, $B(10; -3)$, $C(-4; 5)$, $D(-6; 7)$, $E(-4; -8)$; $F(3; 0)$ -ро қайд намоед.

9. Муодилаи хаттии якномаълума

Баъзан муодилаҳое дучор меоянд, ки дар онҳо номаълум бо ягон адад зарб шуда, бо адади дигар ҷамъ шудааст.

Мисоли 1. Фируз ададери интиҳоб намуда, онро бо 4 зарб зад. Дар ҷавоб адади 48 ҳосил шуд. Ў кадом ададро интиҳоб кард?

◁ Бигузур адади номаълум x бошад. Аз шарт мисол баробарии $4x = 48$ -ро ҳосил мекунем. Маълум аст, ки ин муодила ҳалли ягонаи $x = 12$ -ро соҳиб аст, зеро $4 \cdot 12 = 48$ мебошад. ▷

Ҳар яке аз муодилаҳои $3x = 5$; $0,6x = 3$ ва $2\frac{1}{4}x = 0$ низ намуди $ax = b$ -ро дорад. Дар мисоли аввал $a = 3$ ва $b = -5$, дар мисоли дуюм $a = -0,6$ ва $b = 3$, дар мисоли сеюм бошад $a = 2\frac{1}{4}$ ва $b = 0$ аст.

Таъриф. *Муодилаи намуди $ax = b$, ки дар он x номаълум буда, a ва b ададҳои додашуда мебошанд, муодилаи хаттии якномаълума ё муодилаи хаттии дорои як тағйирёбанда номида мешавад.*

Дар ин навишт адади a *коэффициенти* назди номаълум ва адади b *аъзои озоди* муодилаи хаттӣ номида мешавад.

Муодилаи хаттии якномаълума вобаста аз қиматҳои a ва b метавонад ҳалли ягона дошта бошад, метавонад ягон ҳал надошта бошад. Ҳолатҳое низ мешаванд, ки адади дилхоҳ ҳалли муодила мебошад. Дар мавриди охирин мегуянд, ки муодилаи хаттӣ *ҳалли бешумор* дорад.

1. Агар a ба нул баробар набошад, муодилаи хаттии якномаълума *ҳалли ягона* дорад.

◁ Ҳар ду қисми муодиларо ба адади a тақсим намуда, ҳалли онро меёбем:

$$x = \frac{b}{a}.$$

Ҳамин тавр, муодилаи хаттӣ дар ин ҳолат ҳалли ягона дорад. ▷

◁ 2. Агар $a = 0$, вале $b \neq 0$ бошад, муодилаи хаттӣ реша надорад. Дар ҳақиқат, $0 \cdot x = b$ барои ҳеҷ ягон қимати x дуруст нест. ▷

3. Агар $a = b = 0$ бошад, муодила ҳалли бешумор дорад. Дар ҳақиқат, баробарии $0 \cdot x = 0$ -ро ҳамаи қиматҳои x қонё мегардонанд. Аз ин ҷост, ки муодила ҳалли бешумор дорад.

Мисоли 2. Муодилаи $3(x - 4) = 3 - 2x$ -ро ҳал мекунем.

◁ Қавсро кушода ҳосил мекунем: $3x - 12 = 3 - 2x$. Чамъшавандаи $-2x$ -ро аз қисми ростии баробарӣ ба қисми чапи он ва адади -12 -ро аз қисми чапи баробарӣ ба қисми ростии он мегузаронем. Фаромуш намекунем, ки ҳангоми аз як қисми баробарӣ ба қисми дигари он гузаронидани чамъшаванда аломати он ба муқобилаш иваз мешавад:

$$3 \cdot x + 2 \cdot x = 3 + 12.$$

Аъзои монандро ислоҳ намуда, муодилаи бо муодилаи додашуда баробарқувваи $5x = 15$ -ро ҳосил менамоем.

Ҳамин тавр, мо як муодиларо пай дар пай бо муодилаҳои баробарқувва иваз намуда муодилаи хаттиеро ҳосил намудем, ки дар он коэффитсиенти $a = 5$ аз нул фарқ дорад. Ҳар ду тарафи баробарии охиринро ба 5 тақсим карда, ҳалли ягонаи $x = 3$ -ро ҳосил менамоем. ▷

Мисоли 3. Муодилаи $3x + 7 = 3(x + 5)$ -ро ҳал мекунем.

◁ Қавсро кушода, чамъшавандаҳои монандро ислоҳ менамоем. Дар натиҷа баробарии $3x - 3x = 8$ ё ки $(3-3)x = 8$ ҳосил мешавад. Тавре мебинем, қисми чапи он барои ҳамаи қиматҳои x ба нул баробар аст, ҳол он ки қисми ростии баробарӣ 8 мебошад. Ин чунин маъно дорад, ки муодилаи $3x + 7 = 3(x+5)$ ҳал надорад. ▷

Мисоли 4. Муодилаи $4(x-5)-x = 3x - 20$ -ро ҳал мекунем.

◁ Қавсро кушода, чамъшавандаҳои монандро ислоҳ менамоем: $4 \cdot x - 20 - x = 3 \cdot x - 20$,

$$3 \cdot x - 20 = 3 \cdot x - 20,$$

$$3 \cdot x - 3 \cdot x = 20 - 20,$$

$$(3-3) \cdot x = 0.$$

Ҳамин тавр, муодилаи $0 \cdot x = 0$ -ро ҳосил намудем, ки дар асоси ҳосиятҳои муодилаҳо ба муодилаи аввала баро-

барқувва буда, ҳалли бешумор дорад. Пас муодилаи $4(x - 5) - x = 3x - 20$ низ ҳалли бешумор дорад. ▸

Саволҳо барои пурсиш

1. Муодилаи ҳаттии якномаълума гуфта чиро мефаҳманд? 2. Таърифи муодилаи ҳаттии якномаълумаро бо мисол шарҳ диҳед. 3. Дар кадом маврид муодилаи ҳаттии якномаълума ҳалли ягона дорад? 4. Дар кадом маврид муодилаи ҳаттии якномаълума ҳал надорад? 5. Чӣ маъно дорад, агар ғуем, ки муодилаи ҳаттии якномаълума ҳалли бешумор дорад?

165. Кадоме аз баробариҳо муодилаи ҳаттии якномаълума мебошад:

- а) $2x = 4$; б) $-x + 9 = 0$; в) $(x - 3) : 5 = 0$;
г) $x^2 + 1 = 0$; д) $1 - 2x^2 = 0$; е) $1 - x = |x|$?

166. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $4x = 24$; б) $-x + 5 = 0$; в) $-1,5x = -6$.

167. Муодилаи ҳаттиро ҳал кунед:

- а) $3x = 12$; б) $-8x = 24$; в) $-2,5x = -10$;
г) $-1,2x + 1,44 = 0$; д) $1,65x - 3,3 = 0$; е) $3 - x = 5 - x$.

168. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $3x - 8 = x - 2$; б) $7a - 10 = 4 - 5a$; в) $8b - 6 = b - 34$.

169. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $\frac{y}{2} - \frac{1}{2} = y$; б) $\frac{z}{4} - \frac{2}{3} = z - \frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{3} - t = \frac{1}{2}$.

170. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $8x - 41 = 23$; б) $-x + 74 = 82$;
в) $2,63x + 2 = 0,63$; г) $7,5 = 60 - 0,5x$.

171. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $(y - 3) - (y - 1) = y$; б) $2x - 5 - (x - 1) = -4$;
в) $5x - (4x + 7) = 43$; г) $16x = 23 - (4x - 17)$.

172. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $3x - 1 - (x + 3) = 1$; б) $6y - (7y - 12) = 101$;
в) $z + 5 - (z + 1) = 6z$; г) $7,5x = 64 - 0,5x$.

173. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(3x + 4)6 = -3(x + 4)$; б) $-5(4x - 1) = 4(5x - 4)$;

174. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $3(5x + 1,5) = 7x - 43,5$; б) $2(x + 3,6) = x - 1,4$;

175. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(10x-4)-(7+6x)=-x$; б) $15-(14y-18)=(36-4y)-(1-6y)$;
в) $48z-(3z-16)=2+7z$; г) $1,6-(t-2,8)=(0,2t+1,5)-0,7$;

176. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаи:

- а) $7a-4$ ба 24 ; б) $-6a+13$ ба -11 ; в) $2n-6$ ба 16 баробар аст?

177. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаи:

- а) $40-15n$ аз қимати ифодаи $15-4n$ ду воҳид калон аст; б) $10-4k$ аз қимати ифодаи $k+6$ дувоздаҳ воҳид хурд аст; в) $3m-2$ аз қимати ифодаи $8m-12$ шаш маротиба калон аст; г) $-x+12$ аз қимати ифодаи $-6x-1$ се маротиба хурд аст?

178. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $(13x-16)-(7+6x)=19$; б) $-(4y-3)=18-3y-(y+1)$;
в) $0,16-b-(1-b)=2b-32$;
г) $(0,5c+1,2)-(3,6-4,5c)=4,8-0,3c$;

179. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $6x+(2x+5)=6x+5$; б) $3x-(5x-2)=2x+1$;
в) $-5x-(1-3x)=2x+3$; г) $(x-5)-(2x-3)=13-2x$.

Машқҳо барои такрор

180. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намоед:

- а) $11,6+6-1,6a-12+2a$; б) $15,1b-34,3b+4,2b+7,6b$;
в) $-3,6c+2,4-0,4c-4,8$; г) $7,4-9,6p-3,6p+12+2,6p$;

181. Ҳисоб кунед:

- а) $19,6 \cdot 2\frac{1}{5} + (5,25 \cdot 1\frac{1}{5}) - 4,5 \cdot \frac{4}{5}$; б) $(3\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}) : 2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{3} \cdot 2,4$.

182. Ифодаро содда намуда, қиматашро ёбед:

- $5,4a - (4,8a + 2,4)$, агар $a=5$ бошад.

10. Ҳалли масъалаҳо бо ёрии муодила

Масъалаи 1. Шумораи себҳои халтаи якум аз шумораи себҳои халтаи дуюм 3 маротиба зиёд буд. Баъди аз халтаи якум 48 дона себ гирифта ба халтаи дуюм андохтан, шумораи себҳои ҳарду халта баробар шуд. Дар аввал ҳар як халта чандтоғи себ дошт?

◁ Агар шумораи себҳои халтаи дуюмро бо x ишорат намоем, дар халтаи якум 3 маротиба зиёд, яъне $3x$ дона себ будааст. Баъди аз халтаи якум ба халтаи дуюм андохтани 48 дона себ дар халтаи якум $3x-48$ дона себ боқӣ монд ва шумораи себҳои халтаи дуюм ба $x+48$ дона баробар шуд.

Мувофиқи шарти масъала, баъди ин амал шумораи себҳон ҳарду халта баробар гардид:

$$3x - 48 = x + 48.$$

Муодилаи ҳосилшударо ҳал мекунем:

$$3x - 48 = x + 48, 2x = 96, x = 48.$$

Маълум шуд, ки дар халтаи дуум 48 дона ва дар халтаи якум $3x = 3 \cdot 48 = 144$ дона себ будааст.

Дар муодилаи ҳосилшуда ба ҷои x адади 48-ро гузошта, баробарии дурусти $3 \cdot 48 - 48 = 48 + 48$ ё $96 = 96$ -ро ҳосил мекунем. Санҷиш нишон медиҳад, ки адади 48, дар ҳақиқат, ҳалли муодилаи $3x - 48 = x + 48$ аст. ▸

Масъалаи 2. Фондарё аз Ғунд 272 км кӯтоҳ буда, аз 37 се ҳиссаи онро ташкил медиҳад.

◁ Дарозии ин ду дарёро меёбем. Дарозии Фондарёро ба ҳисоби км бо x ишора менамоем. Он гоҳ дарозии Ғунд ба

$(x + 272)$ км баробар мешавад. Дарозии Фондарё $\frac{3}{37}$ ҳиссаи дарозии Ғундро ташкил медиҳад. Инро ба эътибор гирифта муодилаи зеринро ҳосил менамоем:

$$\frac{3}{37} \cdot (x + 272) = x$$

Барои ҳал намудани муодилаи ҳосилшуда ҳар ду қисми онро ба 37 зарб зада, ҳосил мекунем:

$$3(x + 272) = 37 \cdot x$$

$$3x + 816 = 37x$$

$$37x - 3x = 816$$

$$34x = 816$$

$$x = 816 : 34$$

Ҷавоб: 24 км ва 296 км. ▸

Масъалаи 3. Дар се анбор 53 тонна картошка буд. Дар анбори якум аз анбори дуум 8 тонна зиёд, дар анбори сеюм аз анбори дуум 15 тонна кам. Анбори дуум чанд тонна картошка дошт?

◁ Миқдори картошкаи анбори дуумро бо x ишора намуда, аз руи шарти масъала муодилаи зеринро тартиб медиҳем:

$$(x + 8) + x + (x - 15) = 53.$$

Аз он меёбем: $3x - 7 = 53$ ё $3x = 60$.

Маълум гашт, ки дар анбори дуум 20 тонна картошка будааст. ▸

Масъалаи 4. Суммаи ду адад 179 аст. Агар адади якумро ба дуомаш тақсим кунем, ҳосили тақсим ба 13 баробар мешаваду 11 бақия мемонад. Ин ададро муайян менамоем.

◁ Аз синфи 6 маълум аст, ки (ниг. ба «Математика»-и синфи 6, п. 1.1) тақсимшаванда ба ҳосили зарби тақсимкунанда ва натиҷаи тақсим, плюс бақия баробар аст. Бигузор тақсимшаванда y бошад. Он гоҳ тақсимкунанда ба $179 - y$ баробар мешавад. Инро ба эътибор гирифта, баробарии зеринро ҳосил менамоем: $y = (179 - y) \cdot 13 + 11$.

Онро ҳал намуда меёбем: $y = 167$. Маълум мешавад, ки тақсимшаванда 167 ва тақсимкунанда $179 - 167 = 12$ будаанд. ▷

183. Суммаи ду адад 25 аст. Агар яке аз онҳо аз дигараш 4 маротиба калон бошад, ин ададҳоро маълум намоед.

184. Фарқи ду адад ба 6,21 баробар буда, онҳо ҳамчун $2 : 3$ нисбатдоранд. Ин ададҳоро ёбед.

185. Адади якум ба 140% -и адади дуом баробар буда, фарқи байнашон 37-ро ташкил медиҳад. Ин ададҳоро ёбед.

186. Периметри секунҷа 30 см аст. Агар дарозиҳои се тарафи секунҷа ба се адади пай дар пайи натурали баробар бошанд, онҳоро ёбед.

187. Дар се сабад 66 дона себ буд. Шумораи себҳои сабади якум аз шумораи себҳои сабади дуом 16-то зиёд, вале шумораи себҳои сабади сеюм аз шумораи себҳои сабади дуом 10-то кам. Шумораи себҳои ҳар як сабад ёфта шавад.

188. Китобхонаи якум аз китобхонаи дуом 3000-то зиёдтар китоб дорад. Агар шумораи китобҳои китобхонаи дуом 40%-и шумораи китобҳои китобхонаи якумро ташкил диҳад, онҳо чандтогӣ китобдоранд?

189. Дарозии дарёи Кофарниҳон аз дарозии дарёи Хингоб ду баробар зиёд аст. Агар дарозии умумии онҳо ба 588 км баробар бошад, дарозии дарёи Хингоб ба чанд км баробар аст?

190. Дарёи Бартанг аз дарёи Вахш 4 км дарозтар аст. Агар дарозии умумии онҳо аз дарозии дарёи Панҷ 131 км зиёд ва дарозии дарёи Вахш аз дарозии дарёи Панҷ 397 км кӯтоҳ бошад, дарозии ҳар яке аз ин дарёҳоро ёбед.

191. Дар майдони якум назар ба майдони дуом 4 маротиба бештар ниҳоли тут буд. Баъди аз майдони якум ба майдони дуом кучонидани 480 адад ниҳоли тут, шумораи ниҳолҳои тути ҳар ду майдон баробар шуд. Дар аввал дар ин

майдонҳо чантоғи ниҳоли тут мавҷуд буд?

192. Супориш аз тайёр кардани 10380 дона хишт иборат буд. Онро дар се руз иҷро намуданд. Рузи аввал назар ба рузи дуюм 42 дона ва рузи сеюм назар ба рузи дуюм 156 дона камтар хишт тайёр намуданд. Ҳар руз чандтоғи хишт тайёр карда шуд?

193. Дар се қутти 41 кг себ буд. Назар ба қуттии дуюм дар қуттии якум 3 кг ва дар қуттии сеюм 16 кг камтар себ буд. Дар қуттии дуюм чӣ қадар себ буд?

194. Суммаи кунҷҳои дохилии секунҷа ба 180° баробар аст. Агар кунҷи дуюм аз кунҷи якум ду маротиба ва кунҷи сеюм аз кунҷи дуюм 30 калон бошад, бузургии ҳар як кунҷи секунҷа ёфта шавад.

195*. Суммаи кунҷҳои дохилии чоркунҷа ба 360° баробар аст. Агар бузургии кунҷи якум аз бузургии кунҷи дуюм 3 баробар, бузургии кунҷи сеюм аз бузургии кунҷи дуюм 8 баробар ва бузургии кунҷи чорум аз бузургии кунҷи якум 2 баробар калон бошанд, бузургии кунҷҳоро ёбед.

196. Ду автомобил бо суръатҳои баробар ҳаракат доранд. Агар автомобили якум суръати ҳаракаташро 10 км зиёд намуда, автомобили дуюм суръати ҳаракаташро 10 км кам намояд, масофаи дар 2 соат тайкардаи автомобили якум ба масофаи дар 3 соат тайкардаи автомобили дуюм баробар мешавад. Ҳоло автомобилҳо бо кадом суръатҳо ҳаракат доранд?

197. Роҳи аз деҳа то шаҳро велосипедрон дар 3 соат тай намуд. Агар ӯ суръати ҳаракаташро соате 2 км зиёд мекард, ҳамин роҳро дар 2 соату 30 дақиқа тай мекард. Суръати ҳаракати велосипедрон ва масофаи байни шаҳру деҳа ёфта шавад.

198. Дар ду халта 70 килограмми биринҷ буд. Баъди аз як халта назар ба халтаи дигар 3 маротиба зиёд биринҷ гирифтанд, дар халтаи якум назар ба халтаи дуюм 2 маротиба камтар биринҷ монд. Аз ҳар халта чӣ қадар биринҷ гирифта шуд?

Машқҳо барои такрор

199. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x+0,939=2,571$; б) $9,26 \cdot x=10,321$; в) $16,7097 : x=32,7$.

200. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаҳо баробаранд:

а) $1-x$ ва $x-13$; б) $1+2x$ ва $x-6$; в) $-x-3$ ва $x+7$?

201. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда:

суммаи ифодаҳои $\frac{2-x}{5}$ ва $\frac{x-1}{2}$ ба нул баробар аст?

202. Барои кадом қимати тағйирёбанда:

а) қимати ифодаи $\frac{3x+5}{2}$ аз қимати ифодаи $\frac{x-3}{2}$ 4 маротиба калон аст?

б) қимати ифодаи $\frac{-1+x}{3}$ аз қимати ифодаи $\frac{x-6}{2}$ 6 маротиба хурд аст?

Маълумоти мухтасари таърихи

Алгебра ҳамчун қисми таркибии илми ҳисоб (Арифметика) муддати тулонӣ бо вай якҷоя инкишоф ёфт. Ҳануз 4000 сол пеш дар доираи илми ҳисоб бобулиҳо, мисриҳо, баъдтар юнониҳо, хитойҳо ва ҳиндуиҳои қадим ишораҳои алоҳидаро истифода бурда, масъалаҳои гуногунро ҳал менамуданд.

Махсусан, дар Осиёи Миёна ва Ҳиндустони асримиёнагӣ (асрҳои IX–XI) ин фанни қадима хеле пеш рафт ва бо кашфиётҳои навин ғанӣ гашт.

Дар ниммаи аввали асри IX донишмади бузурги Шарқ Муҳаммади Хоразмӣ (780–850) асаре бо номи «Ҳисоб ал-ҷабр в-ал-муқобала» иншо намуд, ки дар он илми алгебра ҳамчун фанни мустақил омӯхта шуд. Истилоҳи «алгебра» дар натиҷаи ба забони латинӣ ба ҳамин шакл тарҷума шудани асари номбурда ба миён омад. Худи Хоразмӣ нахустин шахсе буд, ки ба фанни алгебра асос гузоштааст.

Алгебраи Хоразмӣ дар давоми асрҳои XII–XVI дар тарҷумаи латиниаш мавриди омӯзиши васеи аврупоиён қарор гирифта, барои дар Фарб тараққи ёфтани ин фанни бостонӣ замина гузошт.

То асри XV ҳамаи бузургиҳо, амалҳо бо онҳо, ҳалҳову ҷавобҳои масъалаҳо танҳо бо ибораҳо ифода меёфтанд. Бинобар ҳамин, математикаи то он давра мавҷударо математикаи *риторикӣ ё иборавӣ* меноманд.

Ифодаҳои адади, ифодаҳои ҳарфӣ ва аломатҳову ишораҳои математикӣ на яку якбора, балки дар тули даҳсолаҳо пайдо шуда, оҳиста-оҳиста дар илм ҷои устувореро

соҳиб шуданд.

Дар нимаи дуҷоми асри XV дар Италия, Германия ва мамлакатҳои дигари Аврупо баъзе символҳои алгебравӣ қабул шуданд, ки бо истифода аз ҳарфҳои асос гузошта буданд. Масалан, дар охири асри XV олими франсавӣ Франсуа Виет (1540–1603) на танҳо барои ифодаи номаълум, балки барои навишти адади дилҳоҳ низ ҳарфҳои алифбои лотиниро истифода бурда, ба кашфи ифодаҳои формулаҳои асос гузошт. Рафта-рафта дар асри XIII дар математика аллакай бузургҳои гуногунро бо ҳарфҳои гуногун ифода мекардагӣ шуданд. Минбаъд, бо ҳарфҳои низ ҳамаи ҳамон амалҳои ҳисоб иҷро мешуданд, ки барои ададҳо ҷой доштанд.

Ба сифати аломати зарб истифода шудани нуқта низ аз ҳамин давра оғоз гардидааст. Барои ифодаи амали тақсим, асосан, дар Осиёи Марказӣ аломати «—» истифода мешуд. Ҳам аломати зарбу ҳам аломати тақсим (дар шакли ду нуқта) дар охири асри XVII аз тарафи математикони немис Г. Лейбнитс (1646–1716) қабул шудаанд.

Дар ибтидои асри XVII аломатҳои баробарӣ ва қавсҳо дохил гардиданд: қавсҳои нимдавраҳо математикони италиявӣ Н. Тарталия, қавсҳои квадратиро ҳамватани у Р. Бомбелли ва қавсҳои фигуравиро Ф. Виет пешниҳод намуданд. Аз соли 1637 сар карда, аз тарафи математикони немис Р. Декарт (1596–1662) номаълум бо яке аз ҳарфҳои охири алифбои лотинӣ ва ададҳои додашуда бо яке аз ҳарфҳои аввали ҳамин алифбо ишора шудан гирифтаанд. Ҳамин тавр, Декарт аввалин шуда ба рамзҳои алгебравӣ шакли муосирро додааст.

Аломатҳои $>$ («калон») ва $<$ («хурд») соли 1631 аз тарафи Т. Гарриот, аломати баробарӣ бори нахуст аз тарафи Р. Рекорд (соли 1557) қабул шуданд. Ишорати амали тарҳ низ дар охири асри XV аз тарафи математикҳои немис пешниҳод шудааст.

СУПОРИШҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ I

Ба параграфи 1

203. Ҳисоб кунед:

$$\text{а) } 57,5 : (-0,5); \quad \text{б) } (-49,59) : (17,1); \quad \text{в) } \frac{31}{36} \cdot (-108).$$

204. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(-2,5) : (-0,75) : (3,25 \cdot (-2\frac{2}{3}))$; б) $((-1,2) : 1\frac{1}{9}) : ((-5,5) : (-3))$.

205. Ҳисоб кунед:

а) $61\frac{1}{2} : (-10) \cdot \frac{2}{123}$; б) $7\frac{1}{11} : (-19\frac{1}{2}) \cdot (-1)$; в) $(-11\frac{1}{3}) : 4,25 \cdot (-0,1)$.

206. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(3 - 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5})(1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4})$; б) $12 \cdot (\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5})$.

207. Ададҳо ёбед, ки ба: а) суммаи ададҳои $-2\frac{2}{3}$ ва $3\frac{3}{4}$;

б) фарқи ададҳои 3,5 ва $-2\frac{1}{5}$ чаппа бошад.

208. Ададҳо ёбед, ки ба: а) суммаи ададҳои 3,5 ва $-2,5$; б) фарқи ададҳои 0,8 ва 0,6; в) ҳосили зарби ададҳои $-5,5$ ва 1,6; г) ҳосили тақсими ададҳои 46 ва $-7\frac{2}{3}$ муқобил бошад.

209. Суммаи ҳамаи ададҳои бутуни дар байни -80 ва 100 ҷойгирбударо ёбед.

210. Ҳосили зарби ҳамаи ададҳои бутуни дар байни -8 ва 2 ҷойгирбударо ёбед.

211. Қимати ифодаи $\frac{m-1}{m+1}$ -ро ҳангоми $m = \frac{1}{2}$ будан ёбед.

212. Аз руи матн ифода тартиб диҳед: а) ҳосили ҷамъи нимсуммаи ададҳои a ва b бо адади c ; б) ҳосили зарби суммаи x ва y бо фарқи a ва b ; в) ҳосили ҷамъи дучандаи ҳосили зарби a ва b бо адади c ; г) ҳосили тақсими фарқи n ва m бо суммаи n ва m .

213. Оё ифода маъно дорад:

а) $\frac{36}{(0,5 - 2,4 : 0,6) \cdot 2}$; б) $\frac{24}{(36 - 3 \cdot 12)6}$?

214. Барои кадом қимати a ифода маъно надорад:

а) $\frac{a-3}{5-a}$; б) $\frac{a+3}{a-3}$; в) $\frac{2a-3}{2a+4}$; г) $\frac{4a+1}{5a}$?

215. Барои кадом қимати x ифода маъно надорад:

а) $\frac{x-1}{x-2}$; б) $\frac{2x+3}{x+2}$; в) $\frac{3}{x}$; г) $1-\frac{1}{x}$?

216. Формулаи масоҳати росткунҷаро нависед, агар як тарафаш аз тарафи дигараш: а) 5 воҳид калон; б) 4 маротиба калон; в) 3 воҳид хурд; г) 6 маротиба хурд бошад.

217*. Аз ду шахре, ки аз ҳамдигар дар дурии S км ҷойгиранд, дар як вақт ба истиқболи ҳам ду автомобил равон шуд. Агар суръати ҳаракати автомобили якум V_1 км/соат ва суръати ҳаракати автомобили дуюм V_2 км/соат бошад, онҳо баъд аз чанд вақт бо ҳам вохӯранд?

218*. Масофаи байни ду шахр 80 км аст. Соати 8-и саҳар аз шахри якум бо самти шахри дуюм велосипедрон ба роҳ баромада бо суръати доимии V_1 км/соат ҳаракат кард. Баъд аз як соат аз дунболи ӯ бо суръати доимии V_2 км/соат мотосиклрон равона шуд. Баъд аз чанд вақт мотосиклрон ба велосипедрон мерасад?

219. Суръати ҳаракати заврақ дар оби ором V км/соат ва суръати ҷараёни оби дарё x км/соат аст. Заврақ масофаи ба S км баробарро бо равиши ҷараён об тай намуда, боз ба ҷои аввалааш баргашт. Барои ҳисоб намудани вақти сарфкардаи заврақ формула тартиб диҳед. Қимати формулаи ҳосилшударо ҳангоми $V=18$; $x=3$; ва $S=50$ будан ёбед.

220. Муқоиса намоед:

а) $-2,63+4,54$ ва $2,34-4,63$; б) $6,48 \cdot \frac{1}{8} + 60,8$ ва $4,59 : \frac{1}{9} - 0,3$.

221. Ифодаҳоро муқоиса намоед:

а) $3a - c$ ва $1-a + b$, ҳангоми $a = -3$, $b = 1$, $c = 0$ будан;
б) $1 - a^2$ ва $1-a$, ҳангоми $a = -2$, -1 , 0 будан.

222. Нобаробариҳо хонед:

а) $4,6 < 5 < 5,4$; б) $0,5 < 0,55 < 0,6$; в) $46 < 50 < 55$.

223. Нобаробариҳо хонед:

а) $a \geq 18,3$; б) $b \leq 0,01$; в) $3,24 \leq c$;
г) $-2,84 \geq d$; д) $p - q \geq 4$; е) $p + x \leq y$.

224. Оё нобаробари дуруст аст:

а) $n \leq 15$, ҳангоми $n = 8$; 15 ; 18 будан;
б) $t \geq -3$, ҳангоми $t = -2$; -3 ; -4 будан?

225. Бо ёрии ишораҳои нобаробари нависед:

а) a калон ё баробари $1,2$; б) b хурд ё баробари -3 ;

в) 4,7 калон ё баробари x ; г) 9,3 хурд ё баробари y .

226. Ҳамчун нобаробарии дучанда нависед:

а) a аз 78 хурду аз 68 калон;

б) b калон ё баробари $-6,8$ ва хурд аз 4;

в) p калон ё баробари -103 ва хурд ё баробари 93;

г) q калон аз 5 ва хурд ё баробари 5,1.

227. Аз нобаробариҳо истифода бурда, нобаробарии дучанда тартиб диҳед:

а) $x < 4$ ва $x > -4$;

б) $a > -8$ ва $a < 0$;

в) $a + n < 2$ ва $a + n > -2$;

г) $pq > 0$ ва $pq < 4$.

228. Маълум аст, ки $a < b$ мебошад. Бо ёрии нобаробарии

дучанда нависед, ки адади $\frac{a+b}{2}$ дар байни ададҳои a ва b ҷойгир аст.

229. Маълум, ки адади a аз -3 калон ва хурд ё баробари 4 аст. Адади a кадом қиматҳои бутунро қабул қабул карда метавонад?

230. Ифодаҳоро барои қиматҳои тағйирёбандаҳо муқоиса намоед:

а) $\frac{4}{3}a - 2$ ва $\frac{a}{2}$, ҳангоми $a = 2$; $2\frac{1}{3}$; 12 будан.

231. Ифодаҳоро барои қиматҳои тағйирёбандаҳо муқоиса намоед:

а) $2,5x - 3$ ва $3,7x + 5$; ҳангоми $x = 0,5$; 1,5 будан;

б) $-4,54y - 1$ ва $-(1 - 1,5y)$; ҳангоми $y = 2$; 2,5 будан.

Ба параграфи 2

232. Қимати ифодаро ёбед:

а) $1,5 \cdot 1,61 + 2,14 \cdot 1,5 - 1,5 \cdot 0,25$;

б) $4,3 \cdot 7,36 - 4,18 \cdot 4,3 + 4,3 \cdot 6,82$;

в) $6,31 \cdot 2,5 - 2,52 \cdot 2,5 + 2,5 \cdot 3,79$;

г) $4,48 \cdot 6,3 + 3,36 \cdot 6,3 - 2,16 \cdot 6,3$.

233. Ҳисоб кунед:

а) $(1,25 \cdot 1,7 \cdot 0,8 - 1,7) \cdot 3,45$; б) $3,942 : (3,6 \cdot 2 - 3,6 \cdot 4) \cdot 0,25$.

234. Қавсҳоро кушода, ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намоед:

а) $6,3 - 5,3x + (4 - 3,6x) - 5,1$;

б) $8,4z - 7,3 - (2,6 - 3,6z)$;

в) $7,2y + (4 - 3,6y) - 5,1$;

г) $-(2,6 - 5,2)p + 7,6p - 3,6$.

235. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намоед:

а) $-1,8a + 2,6 + 0,8 - 3,4a$; б) $4,2b - 1,6a + 2a - 2,2b$;

в) $-6,7m - 3n + 0,7m - n$; г) $1,2x + 3,4 - 5(2,1x - 3)$;

236. Дар асоси қонуни ҷудошавии зарб аз руи ҷамъ содда намоед:

а) $0,8 \cdot (6a + 3b) - 5(1,3a + 1)$;

б) $(20 - (12a - 4b) \cdot 2) + 24(a - 1)$;

в) $-5(0,5m - 0,2n) + 10m - n$;

г) $-(-2,2p + 1,5)(-6) + 3,2p$.

237. Қавсҳоро кушоед:

а) $-(-a) + (-b)$;

б) $-(-a) - (-b)$;

в) $a + (-(-(+a)))$;

г) $a - (-(-(-a)))$.

238. Исбот кунед, ки:

а) $(a + 6)x + (a - b)x - 2ax = 0$;

б) $(a - b)y - (b - a)y + 2(b - a)y = 0$.

239. Исбот кунед, ки қимати ифода аз тағйирёбандаи он вобаста нест:

а) $a - (13a - (12a - 6)) + 0,5$; б) $b + (3b - (4b - 5)) - 6$.

240. Нишон диҳед, ки ифодаҳо айниятан баробаранд:

$$3(7y - x - 2) \text{ ва } 7(3y - \frac{3x}{7} - \frac{6}{7}).$$

241. Нишон диҳед, ки: а) агар фарқи ифодаҳо айниятан ба нул баробар аст: $16 - 4y + 4y^2$ ва $4(4 - y + y^2)$.

242*. Айниятро исбот намоед:

а) $ab - b(a - 1) - (b - c) \equiv c$; б) $13(a - b) + 13(b - a) + p \equiv p$.

243. Айниятро исбот намоед:

$$\frac{a}{2}(a - 1) - a(a - 2) + \frac{a}{2}(a - 3) \equiv 0.$$

244. Исбот намоед, ки: а) агар яке аз ададҳо ба 5 ва дигараш ба 12 қаратӣ бошад, ҳосили зарби онҳо ба 60 қаратӣ мешавад; б) ҳосили зарби ду адади ҷуфт ба 4 қаратист.

245. Суммаро ҳисоб намуда, айниятро исбот намоед:

$$\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4} + \frac{a}{5} = 1\frac{17}{60}a.$$

Ба параграфи 3

246. Кадоме аз баробариҳо муодилаи хатти аст:

а) $2x + 3 = 4$; б) $3x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$; в) $\frac{5}{x} = 3?$

247. Оё адади: а) 0; б) 6; в) 0,4; г) $2\frac{1}{2}$; решаи муодилаи $(x + 1)(x - 1,5) = 0$ мебошад?

248. Оё муодила реша дорад?

а) $6x + 7 = (9 + 5x) + x$; б) $2y - 7 = 2(y - 11) + (y - 11)$

249*. Муодиларо ҳал кунед:

а) $|x| = 8$; б) $2|x| = -16$; в) $3|x| = 0$; г) $|x| - 13 = 0$.

250. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2,6 - (8 - 1,3x) = 5,6 + 1,3x$; б) $1 - (0,6x + 2) = x + 3,4$;
в) $6,3y - (y + 2) = 3(y - 4)$; г) $10 - 4,6y = 5,4y + 30$.

251*. Решаи муодиларо ёбед:

а) $(x - 1)(x - 3) = 0$; б) $(x + 2)(x - 15) = 0$;
в) $x(x - 3)(x - 8) = 0$; г) $(x + 1)x(x - 1) = 0$.

252. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаи $(2x - 3):6$ ба қимати ифодаи $(6x - 10):15$ баробар аст?

253. Суммаи ду адад ба 150, вале фарқашон ба 90 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

254. Сайёҳ дар ду рӯз 29 км роҳ рафт. У рӯзи дуюм назар ба рӯзи якум 7 км камтар роҳ гашт. Сайёҳ ҳар рӯз кадом масофаро тай кардааст?

255. Ду велосипедрон дар як вақт аз ду деҳаи масофаи байнашон 75 км ба истиқболи ҳам равон шуданд. Агар суръати яке аз онҳо 12 км/соат ва суръати велосипеди дигар 13 км/соат бошад, онҳо баъд аз чанд соат бо ҳам вохӯранд?

256*. Бузургии ҳар се кунҷи секунҷа ёфта шавад, агар маълум бошад, ки яке аз онҳо аз дигараш 6° хурд буда, аз кунҷи сеюм 15° калон аст.

257. Дар як ғалтак 178 м ва дар ғалтаки дигар 49 м ресмон буд. Аз ғалтаки якум чанд метр ресмонро буридан лозим, то дар он назар ба ғалтаки дуюм 3 баробар дарозтар ресмон боқӣ монад?

258. Дастгоҳи хиштрези дар ҳар соат аз меъёри муқарраршуда 6-тоғи бештар хишт рехта, супоришро дар 7 соат иҷро

намуд. Агар барои иҷрои супориш ҳамагӣ 336 адад хишт рехтан лозим бошад, вай ҳар соат бояд чандтогӣ хишт резад?

259. Дар як ферма 800 сар мурғу харғуш нигоҳ дошта мешуд. Шумораи дасту пои ин ҷонварон ба 1920 баробар буд. Дар ферма чанд мурғу чанд харғуш буд?

260. Сарвиноз ба болои адади фикркардааш 5-ро илова намуда, натиҷаи ҳосилкардаашро ба 3 зарб зад. Баъд, аз натиҷаи ҳосилшуда 31-ро тарҳ намуда, адади дар аввал фикркардаашро ҳосил намуд. Сарвиноз дар аввал кадом ададро фикр карда буд?

261. Дарозии як тарафи секунҷа аз дарозии тарафи дигараш 5 см зиёд буда, аз дарозии тарафи сеюм 7 см хурд аст. Агар периметри секунҷа 131 см бошад, дарозии ҳар як тарафи онро ёбед.

262. Се бинои баландошёна 540 тиреза дорад. Шумораи тирезаҳои бинои дуюм аз шумораи тирезаҳои бинои якум 2 маротиба зиёд аст. Бинои сеюм назар ба бинои дуюм 40 тиреза бештар дорад. Ҳар як бино чанд тирезагӣ дорад?

263*. Дар ферма шумораи мурғобиҳо аз шумораи мурғҳо 2 баробар зиёд буд. Баъд аз чанде шумораи мурғобиҳо 20% ва шумораи мурғҳо 30% афзуд. Агар шумораи мурғу мурғобиҳо ҳамагӣ 4865 адад зиёд шуда бошад, ҳоло дар ферма чанд мурғ асту чанд мурғоби?

264*. Муодилаи $3(2x + 1) = 11$ -ро ҳал накарда, исбот кунед, ки решаи он адади бутун намебошад.

265. Ҳамаи қиматҳои бутуни адади a -ро нишон диҳед, ки барояшон ҳалли муодилаи $ax = 14$ адади бутун бошад.

266. Суммаи се адади пай дар пайи натурали ба 87 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

267. Суммаи се адади тоқи пай дар пай ба 189 баробар аст. Ин ададҳоро маълум намоед.

268. Суммаи се адади ҷуфти пай дар пай ба 156 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

269. Писар аз падар ва падар аз бобо 16 соли хурд мебошанд. Агар суммаи синҳои онҳо ба 96 баробар бошад, писар, падар ва бобо чанд сола шудаанд?

ЦАВОБҲО

8. а) $3\frac{5}{7}$; б) $-\frac{1}{24}$; в) $-\frac{1}{3}$. 10. Масалан ин тавр:
- а) $3+3+3+3=12$; б) $3(3-3:3)=6$; в) $3\cdot 3-3\cdot 3=0$; г) $-3(3-3:3)=-6$; д) $3^{(3-3)3}=1$; е) $3^3-3\cdot 3=18$; ё) $(3+3)(3+3)$. 11. Баъди 3 соат масофа ба $3-(5+8)=39$ км, баъди 4 соат ба $4-(5+8)=52$ км; баъди 5 соат ба $5-(5+8)=65$ км (савораҳо вохурданд) баробар мешаванд. 12. Дар 5 соат ҳар ду дастгоҳ $5\cdot(7+12)=95$, дар 3 соати кори якҷоя ва боз ду соати кории дастгоҳи дуюм ҳамагӣ $3(7+12)+2\cdot 12=119$ адад хишт истеҳсол мешавад. 13. 2^{22} . 14. Масалан, ин тавр: $2+2-2-2=0$; $(2+2):(2+2)=1$; $(2:2)+(2:2)=2$; $(2+2+2):2=3$; $2\cdot 2+(2-2)=4$; $2\cdot 2+(2:2)=5$; $2\cdot 2\cdot 2-2=6$; $2+2+2+2=8$; $22:2-2=9$; $2\cdot 2\cdot 2+2=10$. Адади 7-ро бо чунин тарз ифода намудан имконнопазир аст. 15. Масалан, $99+99:99=100$. 16. Масалан ин тавр: $97524:10836$. 17. а) $4\cdot 12+18:(6+3)=50$; б) $4(12+18:6+3)=72$. 21. Хоҷагии дуюм 4,8 га зиёд. 22. 205,4 км.
31. Бале. 32. б) $x\neq 0$; в) $t\neq 4$; г) $y\neq -3$; д) $a\neq 0$. 33. а) $5x$; б) $8y$; в) $45n$; г) $144m$. 35. Не: $41^2+41+41=41(41+2)=41\cdot 43$. 36. а) $x+y$; б) $a-b$; в) $4+12+2(a+b)$; г) $(-3-a-3)\cdot 16$. 37. $22\cdot(5+a)$ сомони. 38. $(a-h)a$ см². 39. $2(6n-3)-4(3n-7)=28-6=2\cdot 11$. 40. $30a+25-30a+6-1=30=5\cdot 6$. 41. Қубурҳо дар 12 соат ҳавзро аз об пур мекунанд. Пас онҳо дар 1 соат $1/12$ ҳиссаи ҳавз, дар 8 соат $2/3$ ҳиссаи онро аз об пур мекунанд. Қубури дуюм дар 7 соат $1/3$ ҳиссаи боқимондаи ҳавзро бо об пур мекунад. Пас вай метавонад ҳамаи ҳавзро дар 21 соат аз об пур намояд. Аз ин ҷо, қубури якум ҳавзро дар 28 соат пуроб мекунад. 43. 2 сомонию 25 дирам. 44. 4,5 м. 45. 3,75 кг.
54. а) $14t$; б) $21k$; в) $40n$. 57. 18 км. 58. $V=abc$; $a=\frac{V}{bc}$;
 $b=\frac{V}{ac}$; $c=\frac{V}{ab}$. Агар $a=b=c$ бошад, формулаи ҳаҷми куб ҳосил мешавад: $V=a^3$. 59. $P=3y$: Агар $y=3$ бошад, $P=9$ аст. 60. Не. Масалан, адалҳои $6\cdot 11-1=65$ ва $6\cdot 8+1=49$ содда нестанд. 64. Рузи аввал 28 км, рузи дуюм 21 км ва рузи сеюм 31 км. 81. а) суръати автомобил сусттар, б) суръати автомобил тезтар. 99. а) 5,63; б) 159,5. 100. 25. 140. а) 0; б) $24\frac{1}{90}$. 141.

2. 150. а) дуто; б) якто; в) реша надорад; г) дуто. 152. Масалан, а) $x-3=0$; б) $3(x-8)=0$; в) $0,5(x+11)=0$. 183. 5 ва 20. 184. $-18,63$ ва $-12,42$. 185. $129,5$ ва $92,5$. 186. 9; 10 ва 11. 187. 36; 20 ва 10 дона. 188. 5000 ва 2000 адад. 189. 196 км. 190. Бартанг 528 км, Панҷ 921 км, Вахш 524 км. 191. 1280 ва 320 адад. 192. 3484, 3526, 3370 дона. 193. 20 кг. 194. $30^\circ, 60^\circ$ ва 90° . 195. $60^\circ, 20^\circ, 160^\circ, 120^\circ$. 196. 50 км/соат. 197. 10 км/соат, 30 км. 198. 14 кг ва 42 кг. 206. а) $1\frac{1}{3}$; б) $-\frac{1}{5}$. 217. $t=S:(V_1+V_2)$ соат. 218. $t=S:(V_2-V_1)$ соат. 219. 6 с. 249. а) $x=\pm 8$; б) ҳал надорад; в) $x=0$; г) $x\pm 13$. 253. 120 ва 30. 254. Рузи якум 18 ва рузи дуум 11 км. 255. 3 соат. 256. $48^\circ, 63^\circ$, ва 69° . 257. 31 м. 258. Дар 8 соат 42 тоғи. 259. 640 мурғу 160 харғуш. 260. 8. 261. 38, 43 ва 50 см. 262. 100; 200 ва 240-то. 263. 13900 мурғобиву 6950 мурғ. 266. 28, 29 ва 30. 267. 61, 63 ва 65. 268. 50; 52 ва 54. 269. 16, 32 ва 48 сол.

БОБИ II. ФУНКСИЯҲО ВА ГРАФИКҲО

§ 1. ФУНКСИЯҲО

11. Вобастагии байни тағйирёбандаҳо. Функция.

Дар ҳаёт бо бузургӣҳое дучор меоем, ки аз ҳамдигар вобастаанд. Масалан, масоҳати квадрат вобаста аз каму зиёд шудани дарозии тарафаш тағйир меёбад. Вақти ҳаракат аз масофаи тайкарда ва суръати ҳаракати ҷисм вобаста аст. Ҳаҷми параллелолипеди росткунҷа аз се бузургӣ — дарозӣ, бар ва баландиаш вобастагӣ дорад.

Минбаъд, мо танҳо вобастагии байни ду бузургиро меомӯзему ҳалос.

◁ **Мисоли 1.** Бигузор дарозии яке аз тарафҳри росткунҷа ба 3 см ва дарозии тарафи дигараш ба x см баробар бошад. Тавре медонем, масоҳати росткунҷа ба ҳосили зарби дарозии тарафҳояш баробар аст. Агар масоҳати росткунҷаро бо S ишорат намоем, пас $S = 3x$ мешавад. Агар дарозии тарафи росткунҷа x -ро каму зиёд намоем, масоҳати он низ каму зиёд мешавад. Дар ин ҳолат масоҳати росткунҷа аз дарозии тарафаш вобаста аст. Барои ҳар як қимати тағйирёбандаи x

қимати мувофиқи тағйирёбандаи S -ро ёфтан мумкин аст.

Масалан, агар $x=3$ бошад, $S=3 \cdot 3=9$ мешавад;

агар $x=8$ бошад, $S=3 \cdot 8=24$ мешавад;

агар $x=15$ бошад, $S=3 \cdot 15=45$ мешавад.

Тағйирёбандаи x , ки дар ин маврид қиматҳои дилхоҳ қабул мекунад, *тағйирёбандаи новобаста* ва тағйирёбандаи S , ки вобаста аз x қиматҳо қабул мекунад, *тағйирёбандаи вобаста* номида мешаванд.▷

◁ **Мисоли 2.** Шахсе бо у дирам x дона пуфаки нархи ҳар якаш 25 дирам харид. Дар ин маврид дар байни шумораи пуфакҳои харидашуда ва нархи умумии онҳо вобастагии $y = 25x$ ҷой дорад. Шумораи пуфакҳо x қиматҳои новобаста қабул мекунад, вале қиматҳои y (нархи умумии пуфакҳо) вобаста аз x тағйир меёбад.▷

Масъала. Масофа аз шаҳри Душанбе то шаҳри Панҷ 204 км аст. Автобус аз автовокзали Душанбе ба самти ш. Панҷ равона шуд. Агар суръати миёнаи ҳаракати он ба 51 км/соат баробар бошад, меёбем, ки дар лаҳзаи t вай аз шаҳри Панҷ дар қадом масофа воқеъ аст.

◁ Автобус дар муддати вақти t масофаи ба $51 \cdot t$ км баробарро тай мекунад. Аз ин ҷост, ки вай дар муддати t аз Душанбе дар дурии $51 t$ ва аз ш. Панҷ дар масофаи $204 - 51t$ км воқеъ мегардад. Бо гузашти вақт (афзоиши t) масофа кӯтоҳ шудан мегирад. Пас масофаи тайшуда S аз вақт (t) вобаста мебошад. Ин вобастагиро чунин навиштан мумкин аст.

$$S(t) = 204 - 51t.$$

Аз мазмуни масъала маълум аст, ки S қиматҳои мусбат қабул мекунад: $S(t) > 0$. Ҳар гуна қимати t -ро, ки дар байни 0 ва 4 ҷойгир аст, ба ифодаи $204 - 51 \cdot t$ гузошта боварӣ ҳосил намудан мумкин аст, ки барои онҳо ифодаи мазкур қиматҳои мусбат қабул мекунад.

Масалан, агар $t=2$ бошад, $S(2)=204-51 \cdot 2=102$, агар $t=2,5$ бошад, $S(2,5)=204-51 \cdot 2,5=76,5$ ва агар $t=3$ бошад, $S(3)=204-51 \cdot 3=51$ мешавад. Ҳамин тавр, ҳангоми $t=4$ будан (лаҳзаи ба ш. Панҷ расидани автобус) $S(4)=0$ мешавад.

Дар ин мисол ҳам ба ҳар як тағйирёбандаи t як қимати тағйирёбандаи S мувофиқ омад. Чунин вобастагии байни ду тағйирёбандаро вобастагии функционали ё функсия меноманд.

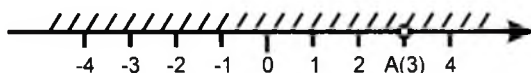
Таъриф. Агар ба ҳар як қимати тағйирёбандаи x ягон қимати тағйирёбандаи y мувофиқ ояд, мегуянд, ки y функсия аз x аст. Тағйирёбандаи новобастаро аргумент ва тағйирёбандаи вобастаро **функсия** меноманд.

Баробарии $y=u(x)$ ҳамчун «игрек баробари игрек аз икс» хонда мешавад. Дар мисоли 1 дарозии тарафи росткунҷа ҳамчун аргумент ва масоҳати росткунҷа ҳамчун функсия аз он фаҳмида мешаванд: $S=3x$.

Агар қиматҳои тағйирёбандаи новобастаро ба ифодаи функсия гузореку амалҳои дар он нишондодашударо иҷро намоем, ададҳо ҳосил менамоем, ки онро **қимати функсия** меноманд.

Ҳамаи қиматҳои y , ки аргумент қабул мекунад, **соҳаи муайянии функсия** ва ҳамаи қиматҳои x , ки вобаста аз онҳо функсия қабул мекунад, **соҳаи тағйирёбии функсия** меноманд. Соҳаи муайянии функсия метавонад аз ададҳои алоҳида, порчаи алоҳидаи тири координати (абсиссаҳо) ё тамоми тири ададӣ иборат бошад.

Дар мисоли 1 соҳаи муайянии функсияи $y = 3x$ танҳо аз ададҳои мусбат иборат буд: $x > 0$. Қиматҳои функсия низ ададҳои мусбат буданд: $y > 0$. Дар мисоли 2 ҳам соҳаи муайянии ва ҳам соҳаи қиматҳои функсия аз ададҳои натуралӣ иборат буданд. Дар масъалаи 1 соҳаи муайянии функсия фосилаи тири ададиро аз 0 то 4 дар бар мегирифт: $0 < t < 4$. Ҳангоми дар ҳудудҳои аз 0 то 4 тағйир ёфтани t қиматҳои мувофиқи функсия дар ҳудудҳои аз 204 то 0 тағйир меёбанд.



Расми 1

Мисоли 3. Соҳаи муайянии функсияи $y = \frac{3}{2x-6}$ -ро меёбем.

«Касри $y = \frac{3}{2x-6}$ танҳо дар мавриди аз нул фарқ кардани

махраҷаш маъно дорад. Аз ин ру, аз соҳаи муайянии функсия ҳамон қиматҳои аргументро хориҷ намудан лозим аст, ки барояшон $2x-6=0$ аст. Аз баробарии $2x-6=0$ меёбем, ки $2x=6$ ё $x=3$ аст. Пас, агар нуқтаи $A(3)$ -ро аз тири координатави истисно намоем, функсияи додашуда дар ҳамаи дигар нуқтаҳо муайян аст (ниг. ба расми 1).

Саволҳо барои пурсиш

1. Мисолҳое биёред, ки дар онҳо бузургиҳо вобастагии функционалиро ташкил дода бошанд. 2. Бузургии доимӣ ва бузургии тағйирёбандаро бо мисол фаҳмонед. 3. Таърифи функсияро баён намуда, онро бо мисол асоснок намоед. 4. Дар мисоли мушаххас тағйирёбандаи новобаста ё аргумент ва тағйирёбандаи вобаста ё функсияро нишон диҳед. 5. Соҳаи муайяни ва соҳаи тағйирёбии функсия гуфта чиро мефаҳманд?

270. Кадоме аз бузургиҳо аз дигарашон вобаста аст: а) масофа; б) ҳаҷми куб; в) масоҳати квадрат; г) периметри росткунҷа; д) периметри секунҷаи баробартараф; е) тегаи куб; ё) вақт; ж) тарафи квадрат; и) дарозии тарафи секунҷаи баробартараф.

271. Периметри росткунҷаи дарозии як тарафаш ба 5 см баробарро бо кадом формула ифода намудан мумкин аст? Қимати ин формуларо ҳангоми ба 2; 2,5; 10 баробар будани тағйирёбандаш ёбед.

272. Қатора дар t соат S км роҳ рафт. Формулаи вобастагии байни масофаи тайкардаи қатора S -ро аз суръати ҳаракати он V нависед. Дар ин вобастаги тағйирёбандаҳои вобаста ва новобастаро нишон диҳед. Қимати формуларо ҳангоми $V=2$; 5 будан ёбед.

273. Дарозии росткунҷа аз бараш: а) 6 воҳид; б) 6 маротиба калон аст. Вобастагии байни масоҳату тарафҳои росткунҷаро бо формула ифода кунед. Барои ду қимати тағйирёбандаи новобаста ду қимати мувофиқи тағйирёбандаи вобастаро муайян намоед.

274. Нархи як дафтар 50 дирам ва нархи як китоб 2,5 сомонӣ аст. Рухшона a дона дафтару b дона китоб харида, 50 сомонӣ сарф кард. Тағйирёбандаи b -ро ҳамчун функсияи тағйирёбандаи a ифода намуда, соҳаи муайянии онро ёбед.

275. Автобус масофаи S километрро бо суръати доимии 60 км/соат тай намуд. Вобастагии байни вақти ҳаракат t ва масофаи дар муддати вақти t тайшударо бо формула ифода намоед. Соҳаи муайяни функсияро нишон диҳед.

276. Функсия бо формулаи $y=-2x$ дода шудааст. Соҳаи муайяни ва соҳаи тағйирёбии функсияро нишон диҳед.

277. Вобастагии байни тағйирёбандаҳои x ва y бо формулаи $y = \frac{5}{x-3}$ дода шудааст. Соҳаи муайяни функсияро нишон диҳед.

278. Ба ҳар як адади натуралии аз 10 калон бақияи ҳосили тақсими он ба 10 мувофиқ гузошта шудааст. Соҳаи муайяни ва тағйирёбии функцияро нишон диҳед.

279. Аз баробарии $3x+7y=21$ тағйирёбандаи y -ро ҳамчун функцияи тағйирёбандаи x ифода намоед. Баъд, x -ро бо воситаи y ифода намоед.

280. Соҳаи муайянии функцияро нишон диҳед:

а) $y=x+4$; б) $y=2x-3$; в) $y=3x-\frac{1}{2}$; г) $y=\frac{x}{2}+\frac{3}{4}$.

281*. Соҳаи муайянии функцияро нишон диҳед:

а) $y=\frac{1}{x}$; б) $y=\frac{4}{x(x-1)}$.

Машқҳо барои такрор

282. Муодиларо ҳал кунед:

а) $9(3x+7)=4(10x-33)$; б) $6(12-y)=5(y-1)$; в) $\frac{4x-3}{2}=\frac{x-2}{3}$.

283. Дар ҳавз 240 л об мавҷуд аст. Дар ҳар соат бо воситаи қубури якум ба он 60 л об ворид шуда, бо воситаи қубури дуюм аз он 80 л об хориҷ мешавад. Баъд аз чанд соат ҳавз аз об холи мешавад?

284. Ҳавзи якум 1640 л ва ҳавзи дуюм 880 л об доранд. Дар ҳар соат аз ҳавзи якум 45 л об хориҷ шуда, дар ҳамин муддат ба ҳавзи дуюм 50 л об ворид мешавад. Баъд аз чанд вақт миқдори оби ҳар ду ҳавз баробар мешавад?

12. Ҳисоб намудани қимати функция

Формулаи функция имкон медиҳад, ки ба тағйирёбандаи новобаста қиматҳои мушаххас дода, аз рӯи онҳо қиматҳои мувофиқи функцияро ёбем.

Мисоли 1. Функция бо формулаи $y=\frac{3x-2}{2}$, ки $-4 \leq x \leq 5$ аст, дода шудааст. Якчанд қимати y -ро меёбем, ки ба қиматҳои бутуни x мувофиқанд:

ҳангоми $x=-4$ будан, $y=\frac{3(-4)-2}{2}=-7$ мешавад, ҳангоми

$x=-3$ будан, $y=\frac{3(-3)-2}{2}=-5,5$ мешавад ва ғ.

Натиҷаҳои ҳисобкуниро дар шакли ҷадвал навиштан қулай мебошад. Дар он дар сатри аввал қиматҳои аргумент ва дар сатри дуюм қиматҳои мувофиқи функсия навишта шудаанд:

x	-4	-2	-1	0	1	3	5
y	-7	-5,5	-4	-1	0,5	3,5	6,5

Дар ин мисол соҳаи муайянии функсия дода шудааст. Барои ҳар як қимати x қимати мувофиқи функсия дар катаки поён навишта шудааст.

Агар функсия бо воситаи формула дода шуда бошад, маънои онро дорад, ки функсияи мазкур барои ҳамаи қиматҳои имконпазири x ки ҳамин формула маъно дорад, муайян аст. Масалан, соҳаи муайянии функсияи $y=x(x+1)$ аз ҳамаи қиматҳои x , вале соҳаи муайянии функсияи $y=\frac{1}{x-2}$ аз қиматҳои аз 2 фарқкунандаи x иборат аст.

Бо ёрии формулаи функсия низ ҳамон қиматҳои аргументро ёфтан мумкин аст, ки ба қимати додашудаи функсия мувофиқанд.

Мисоли 2. Функсия бо формулаи $y=8x-4,5$ муайян карда шудааст. Барои кадом қимати x қимати функсия ба 1,5 баробар аст?

Дар формулаи функсия $y=8x-4,5$ ба ҷои y адади 1,5-ро гузошта, муодилаи хаттии аз тағйирёбанда x вобастаро ҳосил менамоем: $1,5=8x-4,5$.

Аз ин ҷо: $8x=1,5+4,5=6$.

$x=\frac{3}{4}$. Пас маълум шуд, ки функсия қимати 1,5-ро ҳангоми

$x=\frac{3}{4}$ будан қабул мекунад. ▸

Аз баробарии $2x-3y-1=5$ тағйирёбанда y -ро ҳамчун функсияи тағйирёбанда x ифода менамоем. Ҳамон қимати x -ро меёбем, ки барояш қимати функсия ба -2,4 баробар аст.

Ҷамъшавандаи $2x$ ва -1-ро аз қисми чапи баробарии ба қисми ростии он мегузаронем.

Дар натиҷа баробарии $-3y=5-2x+1$ ё ки $3y=6-2x$ -ро ҳосил мекунем. Дар охир, ҳар ду тарафи баробарии охириро

ба -3 тақсим намуда, меёбем: $y=-2+\frac{2}{3}x$. Дар баробарии ҳосилшуда ба ҷои y қимати 2,4-ро мегузорем:

$-2,4 = -2 + \frac{2}{3}x$; $-7,2 = -6 + 2x$; $2x = -1,2$. Аз ин ҷо меёбем, ки $x = -0,6$ аст. Ҳамин тавр, $y(-0,6) = -2,4$. $\triangleright$

285. Функция бо формулаи $y = 2x + 3$ дода шудааст. Соҳаи муайянии онро нишон дода, барои ду қимати дилхоҳи аргумент ду қимати мувофиқи функцияро ҳисоб кунед.

286. Функция бо формулаи $y = 0,2x + 5$ дода шудааст. Ҳамон қиматҳои функцияро ёбед, ки ба қиматҳои зерини аргумент мувофиқанд: -1 ; 0 ; 5 .

287. Функция бо формулаи $y = \frac{x}{12}$ дода шудааст. Дар ҷадвал қиматҳои аргумент нишон дода шудаанд. Қиматҳои мувофиқи функцияро ёфта, ҷадвалро пур кунед:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y								

288. Функция бо формулаи $y = \frac{24}{x}$ дода шудааст. Аз руи қиматҳои овардашудаи аргумент ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2	-1	1	2	6
y						

289. Функция бо формулаи $y = x^2 - 1$ дода шудааст. Ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2	-1	0	2	4
y						

290. Ҷадвали қиматҳои функцияи $y = 2(x - 2,4)$ -ро барои қиматҳои аргумент, ки нобаробарии $0 < x < 8$ -ро қонеъ мегардонад, тартиб диҳед.

291. Соҳаи муайянии функцияро нишон диҳед:

а) $y = x^2 + 3$; б) $y = \frac{1}{x+8}$; в) $y = \frac{1}{x+8}$; г) $y = \frac{4x-3}{12x}$.

292. Функция бо формулаи $y = 1,2x - 8$ муайян карда шудааст. Барои кадом қиматҳои аргумент қимати функция ба 4; 10; 60 баробар аст?

293. Функция бо формулаи $y = -3x$ дода шудааст. Катакҳои холии ҷадвалро пур кунед:

x	-0,4	-0,4			5,2	8
y			-3	0		

294. Функция бо формулаи $y = 1,2x - 8$ дода шудааст. Ҳамон қиматҳои аргументро ёбед, ки барояшон қимати функция ба -8 ; -4 ; 12 баробар аст.

295. Формулаи вобастагии байни шумораи аҳолии маҳал ва масоҳати онро нависед, агар зичии аҳолии маҳал ба ҳисоби миёна дар 1 км^2 42 нафар бошад. Аз рӯи формулаи мазкур: а) шумораи аҳолии маҳалро ҳисоб кунед, ки масоҳати 80 км^2 -ро ишғол кардааст; б) масоҳати маҳалро ҳисоб кунед, ки 10 080 нафар аҳоли дорад.

296. Куҳнавард 8 соат бо суръати доимии V км/соат ҳаракат намуда, масофаи ба S км баробарро тай намуд. Формулаи вобастагии S -ро аз V тартиб диҳед. Бо ёрии ин формула: а) қимати S -ро ҳангоми $V=6$ км/соат будан ёбед; б) қимати V -ро муайян намоед, агар $S=64$ км бошад.

297. Гуландом 2,4 сомонӣ дошт. Ў a дона дафтари ҳар якеаш 16 дирами харид. Бо у пулҳои боқимондаи Гуландомро ишора намуда, формулаи вобастагии байни u ва a -ро нависед.

Машқҳо барои такрор

298. Дар ҳамвории координатавӣ нуқтаҳои $A(0; -2)$ ва $B(4; 2)$ -ро қайд намуда, онҳоро ба воситаи порчаи хати рост пайвандед. Координатаҳои нуқтаи буриши порчаро бо тири абсиссаҳо ёбед.

299. Дар ҳамвории координатавӣ нуқтаҳои $A(-4; 8)$ ва $B(4; -8)$ -ро қайд намуда, порчаи AB -ро ҳосил мекунем. Миёнаҳои порчаи AB бо кадом нуқта мувофиқ меояд?

300. Бо воситаи ду ҷумак ба таштак (ванна) 210 л об ворид шуд. Агар ба воситаи ҷумаки якум назар ба ҷумаки дуюм 10% бештар об ворид шуда бошад, ба воситаи ҳар як ҷумак чӣ қадарӣ об ворид шудааст?

13. Вобастагии мутаносиби роста

Дар синфи 6 (ниг., ба «Математика»-и синфи 6, п.4.4) мо бо бузургиҳое шинос шудем, ки таносуби ростаро ташкил медиҳанд. Ин ҷо бо мисолҳои дигари вобастагии мутаносиби роста шинос мешавем.

◁ **Мисоли 1.** Ҳангоми доими будани суръати ҳаракат, роҳи тайшуда S ва вақти барои тай намудани ин роҳ сарфшуда t таносуби ростаро ташкил медиҳанд. Бигузор суръати ҳаракати ҷисм ба 7 км/соат баробар бошад. Дар байни тағйирёбандаҳои S ва t вобастагии $S = 7 \cdot t$ ҷой дорад. Аз ин формула маълум аст, ки бо баробари тағйир ёфтани t қиматҳои S низ тағйир меёбанд, вале нисбати ин ду бузурги ҳамеша ба ҳамон як адад баробар мемонад: $\frac{S}{t} \cdot \triangleright$

◁ **Мисоли 2.** Бигузор нархи ягон маҳсулот доими бошад. Он гоҳ миқдори маҳсулоти ҳамон намуд (x) ва маблағи умумии барои хариди ин маҳсулот сарфшуда p таносуби ростаро ташкил медиҳанд. Масалан, агар нархи як китоб 5 сомони бошад, он гоҳ дар байни p ва x вобастагии $p = 5x$ ҷой дорад. Баробари тағйир ёфтани x қиматҳои p низ тағйир

меёбанд, вале нисбати $\frac{p}{x}$ доими мемонад ($\frac{p}{x} = 5$). $\triangleright$

Мисоли 3. Ҳангоми якҷанд маротиба афзудани дарозии тарафи квадрат a периметри он p низ ба маротиба афзоиш меёбад.

◁ Дар ҳақиқат, периметри квадрат ба $4a$ баробар аст. Ҳангоми якҷанд маротиба афзудани зарбшавандаи мусбати a ҳосили зарби $4a$ низ ҳамон қадар меафзояд. Агар $a=2$ бошад, $4a=4 \cdot 2=8$, агар $a=6$ бошад, $4a=4 \cdot 6=24$, дар ҳолати $a=2k$ будан $4a=4 \cdot 2k=8k$ мешавад.

Дар ин маврид ҳам, бо баробари тағйир ёфтани a , қиматҳои ифодаи $4a$ низ тағйир меёбанд, вале нисбати $\frac{4a}{a}$ доими мемонад. $\triangleright$

Таъриф. Агар вобастагии байни тағйирёбандаҳои x ва y бо формулаи $y=kx$, ки дар он k — адади ғайринулист, ифода шавад, он гоҳ онҳо таносуби ростаро ташкил медиҳанд ё мутаносиби роста мешаванд.

Адади k коэффитсиенти мутаносибӣ ном дорад. Дар мисоли 1 $k=7$, дар мисоли 2 $k=5$ ва дар мисоли 3 $k=4$ аст.

Дар мисолҳои овардашуда тағйирёбандаҳо қиматҳои мусбат қабул карданд. Аз таъриф маълум мешавад, ки ҳам тағйирёбандаҳо қиматҳои манфӣ қабул карда метавонанд ҳам коэффитсиенти k . Минбаъд, мо ҳамин мулоҳизаро ба инобат мегирем.

Бигузор коэффитсиенти мутаносибии байни тағйирёбандаҳои x ва y бошад. Дар ин маврид баробарии $y=6x$ -ро ҳосил менамоем. Ба x қиматҳои гуногун дода, қиматҳои мувофиқи y -ро ёфтан мумкин аст. Масалан, ҳангоми $x=3$ будан, $y=6 \cdot 3=18$, ҳангоми $x=-5$ будан, $y=6 \cdot (-5)=-30$ мешавад. Ҳамин тавр, аз формулаи ҳосилшуда тағйирёбандаи x -ро ба воситаи тағйирёбандаи y ифода намуда, фор-

мулаи $x=\frac{y}{6}$ -ро ҳосил менамоем. Мувофиқи анъанаи таърихи (ҳамеша аргументро бо x ва функсияро бо y ишорат менамоем) амал намуда, ҷойҳои x ва y -ро иваз менамоем. Дар натиҷа формулаи зеринро ҳосил менамоем: $y=\frac{1}{6}x$. Тавре мебинем, агар коэффитсиенти мутаносибии байни тағйирёбандаҳои x ва y ба k баробар бошад, он гоҳ коэффитсиенти мутаносибии байни y ва x ба $\frac{1}{k}$ баробар мешавад.

Аз формулаи $y=kx(k \neq 0)$ баробарии $\frac{y}{x}=k(x \neq 0)$ ҳосил мешавад. Бинобар ҳамин нисбати ду бузургии бо ҳам мутаносиб ҳамеша адади ғайринулист. Дар ҳамин асос хосияти муҳимро ҳосил менамоем.

Бигузор x_1 ва y_1 , инчунин x_2 ва y_2 ду ҷуфти қиматҳои бо ҳам мувофиқи тағйирёбандаҳои мутаносибии x ва y бошанд. Тавре медонем, нисбати y барои ҷуфти қиматҳои мувофиқи x ва y

доимист, аз ин ру, таносуби $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}$ -ро ҳосил мекунем. Ин маънои онро дорад, ки нисбати ду қимати дилхоҳи яке аз тағйирёбандаҳои бо ҳам мутаносиб ба нисбати қиматҳои мувофиқи тағйирёбандаи дигар баробар аст. Ҳамин тавр, ҳангоми якчанд маротиба зиёд (кам) шудани қиматҳои яке аз бузургиҳо, қиматҳои мувофиқи дигараш низ ҳамон

маротиба зиёд (кам) мешаванд.

Масъала. Дастгоҳи худкор дар 30 соат 5 асбоб тайёр мекунад. Бо ҳамин суръаташ вай дар кадом муддати вақт 8 асбоб тайёр мекунад?

◁ Бо ҳарфи t (соат) вақт ва бо ҳарфи N шумораи асбобҳои тайёркардаи дастгоҳро ишорат менамоем. Ҳаҷми кори иҷрошуда дар вақти барои ин кор сарфшуда бузургиҳои бо ҳам мутаносиб мебошанд. Нисбати ду қимати дилхоҳи тағйирёбандаи t ба нисбати ду қимати тағйирёбандаи N ,

баробар мебошад, аз ин ру, $\frac{8}{5} = \frac{N}{30}$. Дар асоси хосияти таносуб

меёбем, ки $N = \frac{8 \cdot 30}{5} = 48$ будааст. ▷

Мисоли 4. Адади 162,5-ро ба чунин се ҳисса ҷудо мекунем, ки нисбати ҳиссаи якум ба ҳиссаи дуюм ҳамчун 5 : 6 ва нисбати ҳиссаи дуюм ба ҳиссаи сеюм ҳамчун 8 : 7 бошад.

◁ Бигузор, ҳиссаҳои номаълуми адади 162,5 x_1 , x_2 ва x_3 бошад. Аз шарти мисол таносубҳои $\frac{x_1}{x_2} = \frac{5}{6}$ ва $\frac{x_2}{x_3} = \frac{8}{7}$ -ро

ҳосил мекунем. Онҳоро бо таври дигар менависем: $\frac{x_1}{5} = \frac{x_2}{6}$

ва $\frac{x_2}{8} = \frac{x_3}{7}$.

Маълум, ки КУХ (6; 8)=24 аст. Аъзои қисми рости таносуби якумро ба 4 ва аъзои қисми чапи таносуби дуюмро ба 3 зарб зада, аъзои x_2 -дори онҳоро бо ҳам баробар месозем.

Дар натиҷа баробариҳои $\frac{x_1}{20} = \frac{x_2}{24}$ ва $\frac{x_2}{24} = \frac{x_3}{21}$ ва аз ин ҷо

баробариҳои $\frac{x_1}{20} = \frac{x_2}{24} = \frac{x_3}{21} = k$ -ро ҳосил менамоем. Ҳамин

тавр, мо масъалаи тақсими адади 162,5 ба се ҳиссаи баробарро ба ёфтани ҳиссаҳои бо ададҳои 20; 24 ва 21 мутаносиб овардем. Аз таносуби охирин меёбем: $x_1=20k$; $x_2=24k$ ва $x_3=21k$. Азбаски $x_1+x_2+x_3 = 162,5$ аст, пас мебинем, ки $20k + 24k + 21k = 162,5$ ё $65k=162,5$. Аз ин ҷо қимати $k=2,5$ -ро соҳиб мешавем. Маълум мешавад, ки ҳиссаҳои номаълум $x_1=50$; $x_2=60$ ва $x_3=52,5$ будаанд. ▷

Саволҳо барои пурсиш

1. Таърифи таносуби рости бузургиҳоро баён намоед. Коэффитсиенти ин мутаносиби гуфта чиро мефаҳманд? 2. Мисоле биёред, ки дар он ду бузургии таносуби ростаро ташкил дода бошанд. 3. Тағйирёбандаҳои мутаносиб чӣ гуна ҳосият доранд?

301. Оё бузургиҳо мутаносиби рostaанд: а) масоҳати квадрату дарозии тарафаш; б) масоҳати квадрату периметраш; в) ҳаҷми кубу дарозии тегааш; г) масоҳати доираву радиусааш?

302. Нархи як воҳиди маҳсулот 70 сомони аст. Формулае тартиб диҳед, ки он вобастагии байни миқдори маҳсулоти харидашуда x ва нархи умумии маҳсулот y -ро ифода намояд. Оё x бо y мутаносиби рosta аст?

303. Тағйирёбандаи x бо тағйирёбандаи y мутаносиби рosta аст. Аз ҳамин истифода бурда формулаи ин вобастагиро нависед ва ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

304. Ба воситаи ду қубур ба ҳавз об ворид мешавад. Миқдори литрҳои оби дар ҳар дақиқа воридшударо ҳисоб намуда, ҷадвал тартиб додаанд:

Вақт (дақ.)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Миқдори об (л)	6	12	18	24	30	36	42	48	54

а) нисбати миқдори литрҳои оби дар 6 дақ. воридшударо ба миқдори литрҳои оби дар 3 дақ. воридшуда ёбед; б) барои p -миқдори оби дар лаҳзаи t ба ҳавз воридшуда формула тартиб диҳед.

305. Ҳарорати оби чойнак ба 0°C баробар буд. Онро оҳиста-оҳиста гарм кардан гирифтанд. Ҳарорати об T аз вақт t чунин афзуд:

Вақт (дақ.)	0	5	10	15	20	25
Ҳарорат ($^{\circ}\text{C}$)	0	10	20	30	40	50

а) Нисбати ду қимати дилҳоҳи t -ро бо нисбати қиматҳои ба онҳо мувофиқи T муқоиса намоед; б) аз руи қиматҳои дар ҷадвал овардашуда се таносуб тартиб диҳед; в) формулаи вобастагии тағйирёбандаи T -ро аз тағйирёбандаи t нависед; г) ҳарорати обро ҳангоми $t = 5; 10; 15$ дақ. будан ёбед.

306. Тағйирёбандаҳои y ва x бо ҳам мутаносиби ростаанд. Коэффитсиенти ин мутаносиби 3 аст. Катакҳои холии ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2,5	-2	-1	1,5	5
y						

307. Тағйирёбандаҳои y ва x бо ҳам мутаносиби ростаанд. Коэффитсиенти ин мутаносиби $1/3$ аст. Катакҳои холии ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2,4	-2,1	-1,5	1,2
y					

308. Ҳосили ҷамъи солҳои падару писар 54 аст. Синни падар бо синни писар ҳамчун $7 : 2$ нисбат дорад. Падару писар чандсолаанд?

309. Модару духтар якҷоя 33 сол доранд. Синни модар ба синни духтар ҳамчун $9 : 2$ нисбат дорад. Модару духтар чандсолаанд?

310. Боғи бобои Вали 516 адад дарахти себ, нок ва олу дорад. Шумораи дарахтони себ ба шумораи дарахтони олу ҳамчун $5 : 4$, вале шумораи дарахтони нок ба шумораи дарахтони олу ҳамчун $4 : 3$ нисбат доранд. Дар боғ чандтоғи дарахтони себ, нок ва олу мавҷуд аст?

311. 3 нафар коргар супоришero иҷро намуданд. Шумораи рӯзҳои кории коргари якум ба шумораи рӯзҳои кории коргари дуюм ҳамчун $3 : 5$ ва шумораи рӯзҳои кории коргари дуюм ба шумораи рӯзҳои кории коргари сеюм ҳамчун $5 : 4$ нисбат дорад. Агар онҳо ҳамагӣ 36 рӯзи кори дошта бошанд, ҳар кадоме чанд рӯз кор кардааст?

312. Майдони масоҳаташ 600 га ба чор ҳиссаи бо ададҳои 2, 3, 7 ва 8 мутаносиб ҷудо шудааст. Масоҳати ҳар як ҳисса ёфта шавад.

313. Омехтаи фулузот аз мис, руҳ ва никел иборат аст. Массай онҳо бо ададҳои 13; 4 ва 3 мутаносибанд. Агар дар таркиби ин омехта мис аз никел 2,4 кг зиёд бошад, массай омехта чанд киллограмм аст?

314. Барои ранг кардани фарши хонаи нави масоҳаташ 16 м^2 4,8 кг ранг лозим аст. Барои ранг кардани фарши дарозиаш 12 метру бараш 6 метр чӣ қадар аз ҳамин ранг лозим аст?

315. Винт 25 маротиба тоб хурда, ба андозаи 32,5 мм пеш меравад. Вай бояд чанд бор тоб хурад то ба андозаи 49,4 мм пеш равад?

Машқҳо барои такрор

316. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2,4x - 2 = -2x + 3$; б) $-1,5x + 1,3 = x - 6,2$; в) $-11 - 4x = 3 - 28x$.

317. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

а) $2\frac{3}{12} - \frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{3} + \frac{1}{5} > 0$; б) $3,225 : (11,8 + 0,2) + 1,2 < 15$?

318. Ҳисоб кунед:

а) $3\frac{2}{5} + 10,68 + 4\frac{1}{14} - 2,18$; б) $0,25 \cdot (-\frac{3}{7}) \cdot 40 \cdot \frac{14}{3} + 1$.

319*. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(38,8962 : 3,24 + 0,795) \cdot \frac{3}{32} + 1 : (\frac{10}{51} - 1\frac{1}{34})$;

б) $(\frac{5}{57} - \frac{13}{76}) : 0,25 + 3\frac{5}{9} : (103,246 : 5,72 - 2,05)$.

14. Вобастагии хаттии тағйирёбандаҳо

Баъзан лозим меояд, ки қиматҳои тағйирёбандаи новобаста бо ягон адад зарб зада бо ададе ҷамъ (тарҳ), карда шаванд. Ба мисолҳои мушаххас муроҷиат менамоем.

Мисоли 1. Дар чалаки азиме 32 л равшан ҳаст. Баъд аз кушодани чумак дар ҳар дақиқа ба чалак 4 л равшан ворид мешавад. Вобастагии байни миқдори равшани чалакро аз вақт, дар лаҳзаи дилхоҳ ифода менамоем.

◁ Миқдори равшани дар лаҳзаи t ба чалак воридшударо

бо Q ишора менамоем. Дар аввал чалак 32 л равған дошт. Дар ҳар дақиқа ба он 4 л равған ворид мешавад, пас дар t дақиқа $4t$ л равған дохил мешавад. Агар 32 л равғани мавҷударо ба назар гирем, пас вобастагии мазкурро ин тавр навиштан мумкин аст: $Q = 4 \cdot t + 32$. ▷

Мисоли 2. Чалаки азим холи буд. Баъди кушодани чумак ба он ҳар дақиқа 4 л равған ворид мешавад. Формулаи вобастагии миқдори равған дар чалак дар лаҳзаи t мавҷударо тартиб медиҳем. Илова менамоем, ки пас аз 10 дақиқа аз чалак 32 л равған гирифта шудааст.

◁ Миқдори равғани дар лаҳзаи t ба чалак воридшударо бо Q ишорат менамоем. Дар як дақиқа ба чалак 4 л, дар t дақиқа $4 \cdot t$ л равған ворид мешавад. Аз дигар тараф, дар чалак дар 10 дақ. $4 \cdot 10 = 40$ л равған гун мешавад. Аз ин ру, мо метавонем пас аз 10 дақиқа аз чалак 32 л равған гирем.

Ҳамин тавр, вобастагии байни миқдори равғани гуншударо аз вақт ин тавр навиштан мумкин аст:

$$Q = 4t - 32. \triangleright$$

Мисоли 3. Сайёҳ аз Душанбе баромада, аз руи нақшаи муайян равон шуд. ӯ соате 6 км роҳ меравад. Агар сайёҳ ҳоло аз Душанбе дар масофаи 18 км равона бошад, формулае тартиб медиҳем, ки вобастагии байни масофаи тайкардаи уро дар лаҳзаи t ифода менамояд.

◁ Сайёҳ дар t соат $6 \cdot t$ км роҳ меравад. Ҳоло y аз Душанбе дар масофаи 18 км равона аст. Аз ин ҷо баъд аз t соат масофаи байни сайёҳу шаҳри Душанбе ба $(6t + 18)$ км баробар мешавад: $S(t) = 6t + 18$. ▷

Формулаҳои дар мисолҳои 1–3 овардашуда гарчанде вобастагии байни ду тағйирёбандаро ифода намоянд ҳам, вале ин бузургиро байни ҳам мутаносиби роста намебошанд. Инро дар мисоли 3 месанҷем.

Аз руи якчанд қимати t ва қиматҳои мувофиқи S ҷадвал месозем:

t соат	0	1	2	3	4	5	6	7
S (км)	18	24	30	36	42	48	54	60

Аз он дида мешавад, ки дар сутунҳои гуногун нисбати қиматҳои вақт ба қиматҳои мувофиқи масофа ба як адад

— коэффитсиенти мутаносиби баробар набуда, балки гуногун аст: $\frac{0}{18} \neq \frac{1}{24} \neq \frac{5}{48}$ ва ғайра.

Тавре аён гашт, аз қиматҳои мувофиқи чунин вобастагии таносуб тартиб додан мумкин нест. Ҳамин тавр, мо бо намуди дигари вобастагии байни тағйирёбандаҳо дучор омадем.

Таъриф. *Агар вобастагии байни тағйирёбандаҳои x ва y бо формулаи $y=kx+b$, ки дар он k ва b ададҳои доимианд, ифода шавад, он гоҳ онро вобастагии хаттӣ ё функцияи хаттӣ меноманд.*

Ҳангоми $b = 0$ будан, формулаи $y = kx + b$ ба формулаи $y = kx$ табдил меёбад. Ҳамин тавр, вобастагии мутаносибии роста ҳолати хусусии вобастагии хаттӣ мебошад.

◁ **Мисоли 4.** Вобастагии зерин аз ҷумлаи вобастагии хаттӣанд:

а) $y = x + 1$; б) $y = x - 1$; в) $y = 2x - 4$; г) $y = 3x + 2,5$ ▷

Азбаски аз руи формулаи $y=kx+b$ ба ҳар як қимати тағйирёбандаи x қимати муайяни тағйирёбандаи y мувофиқ меояд, пас соҳаи муайянии функцияи хаттӣ тамоми тирӣ ададӣ мебошад.

Барои қимати додашудаи тағйирёбандаи y низ аз руи формулаи $y = kx + b$ қимати мувофиқи тағйирёбандаи x -ро ёфтан мумкин аст, агар $k \neq 0$ бошад. Пас қиматҳои функцияи хаттӣ низ тамоми тирӣ ададиро пур мекунанд.

Аз формулаи $y=kx+b$ ҳангоми $k = 0$ будан баробарии $y=0 \cdot x+b=b$ -ро ҳосил мекунем. Функцияе, ки бо формулаи $y=b$ дода шудааст, *функцияи доимӣ ё константа* номида мешавад. Дар он барои қимати дилхоҳи тағйирёбандаи x тағйирёбандаи y ҳамон як қимати b -ро қабул мекунанд.

Саволҳо барои пурсиш

1. Вобастагии хаттӣ байни ду тағйирёбанда чист? Бо мисол фаҳмонед.
2. Формулаи вобастагии хаттиро навишта, ҳарфҳои онро маънидод намоед.
3. Тафовути байни вобастагии хаттиро аз вобастагии мутаносиби роста фаҳмонед.
4. Соҳаи муайяни ва соҳаи қиматҳои функцияи хаттӣ кадом ададҳоианд?

320. Оё функсияи зерин хатти аст:

- а) $y = 5x$; б) $y = 7x - \frac{1}{3}$; в) $y = \frac{5x-3}{15}$;
г) $y = \frac{x^2}{3}$; д) $y = \frac{3}{x}$?

321. Коэффициенти вобастагии хаттиро муайян намоед:

- а) $y = x+3$; б) $y = 8x + 3$;
в) $y = x + \frac{3}{8}$; г) $y = \frac{1}{3}x + 6$; д) $y = 2$;

322. Аз формулаи вобастагии қиматҳои k ва b -ро нишон диҳед:

- а) $y + x = 1$; б) $2x + 1 = 2y$; в) $-x + \frac{y}{3} = 2$.

323. Дар баробари ба қойи тағйирёбандаи x адади -2 -ро гузошта, қимати мувофиқи тағйирёбандаи y -ро ёбед:

- а) $x-y = 3$; б) $-\frac{2}{5}x + y = 4$; в) $-2x + 6y = 5$.

324. Ҳамон қимати тағйирёбандаи x -ро ёбед, ки барояшон $y = 0$ аст:

- а) $-2x + 6y = 6$; б) $-6x + 5y = 30$; в) $1-y = 29x+1$.

325. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $\frac{x}{2} + 1 = x - 1$; б) $-\frac{x}{4} - 3 = -\frac{x}{3}$;

326. Барои кадом қимати тағйирёбандаи x қимати функсияи $y = \frac{-1}{2}x - 2$ ба: а) 6; б) -6 баробар аст?

327. Дар вобастагии а) $y = 6x - 1$; б) $y = x$ ҳамон қимати тағйирёбандаи x -ро ёбед, ки ба қиматҳои зерини тағйирёбандаи y мувофиқ аст: $y = 4$; 8 ; 0 .

328. Функсия бо формулаи $y = -\frac{x}{4} + 5$ дода шудааст. Ҷадвали қиматҳои функсияро тартиб дода, онро пур кунед.

329. Функсияи хатти бо формулаи $y = \frac{x-3}{12}$ дода шудааст. Қимати k -ро ёфта ҷадвали зеринро пур кунед:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

330. Дар ҳар сония ба ҳавз $0,3 \text{ м}^3$ об ворид мешавад. Агар ҳоло дар он 150 м^3 об ҷамъ шуда бошад, пас аз t соат миқдори об чанд метри кубиро ташкил медиҳад? Формулаи вобастагии байни V (ҳаҷми оби ҳавзро) аз вақт (t) тартиб диҳед. Оё ин вобастагӣ хаттист?

331. Соати 6 ҳарорати ҳаво -2°C буд. То соати 14 ҳарорат ҳар соат ба андозаи $0,5$ дараҷа афзудан гирифт. Аз ҳамин истифода бурда: а) формулаи вобастагии тағйироти ҳарорат T -ро (бо градусҳо) ба тағйирёбии вақт t (бо соатҳо) ифода намоед, б) коэффитсиенти ин вобастагиро нишон диҳед.

332. Муҳаммад 4,5 сомони дошт. Бо ин пул у якчанд дафтари 30-дирами ва якто китобчаи 75-дирами харид. Арзиши харид аз шумораи дафтар вобаста аст. Оё ин вобастагӣ хаттист?

333. Нуқтаи обшавии ях дар шкалаи Селсия ($^\circ\text{C}$) ба 0°C ва дар шкалаи Фаренгейт ($^\circ\text{F}$) ба 32°F баробар аст. Нуқтаи ҷушиши об дар шкалаи Селсия ба 100°C ва дар шкалаи Фаренгейт ба 212°F баробар аст. Ҳамин тавр, порчаи байни ду нуқта дар шкалаи Селсия ба 100 ҳисса ва дар шкалаи Фаренгейт ба 180 ҳисса ҷудо шудааст. Аз ин ру, ба нуқтаи 1°C нуқтаи $1,8^\circ\text{F}$ мувофиқ меояд.

Бо x ҳарорати ҳаворо дар шкалаи Селсия ва бо y ҳарорати ҳаворо аз руи шкалаи Фаренгейт ишорат намуда, вобастагии байни ин ду нишондоди ҳароратро бо формула ифода намоед. Қимати $y(2)$ -ро ёбед.

334. Аз формулаи дар мисоли 333 ҳосилшуда истифода бурда, ҷадвали қиматҳои мувофиқи шкалаҳои Селсия ва Фаренгейтро пур кунед:

$^\circ\text{C}$	160	100	80	37		-10	-100
$^\circ\text{F}$			176		32		

Машқҳо барои такрор

335. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3(0,3x-1)-(0,1x-5)=-2$; б) $7-(3,1-0,1x)=3-0,2x$.

336. Барои кадом қиматҳои n :

а) $\frac{n+3}{6}$ касри дуруст аст; б) $\frac{n}{n-2}$ касри нодуруст аст?

337. Вобастагии хатти дода шудааст: $y = 3(x-1)$. Барои кадом қимати x қимати он ба -4 ; 0 ; 6 баробар аст?

338. Оё қимати функсияи $y = \frac{-2x}{5} + 4$ ба: а) -6 ; б) 1 баробар мешавад?

339. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $0,2 - 0,13 : (0,44 + \frac{1}{6})$; б) $(0,48 - \frac{7}{15}) \cdot 2,5 + 0,3$.

§ 2. ГРАФИКИ ФУНКСИЯҲО

15. Графики функция чист?

Дар синфи 6 (ниг. ба «Математика»-и синфи 6, § 10) шумо дар баробари шиносӣ бо системаи координатаҳои росткунҷа бо сохтану хондани графикҳо низ ошно шудед.

◁ **Мисоли 1.** Обуҳавосанҷ дар минтақаи Кули Сарез пас аз ҳар ду соат ҳарорати ҳаворо санҷида, чунин ҷадвал тартиб дод:

Вақт (соат)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Ҳаро- рат (°C)	-3	-3,8	-3,5	3	-2,5	-2	-1	0	1	1,5	2,5

Қимати вақтро дар тири абсиссаҳо ва қиматҳои мувофиқи ҳарорат t -ро дар тири ординатаҳо қайд намуда, дар ҳамвории координатавӣ нуқтаҳоро ҳосил менамоем. Абсиссаҳои онҳо аз қиматҳои t ва ординатаҳояшон аз қиматҳои мувофиқи T иборатанд. Нуқтаҳоро бо порчаҳо пайваست намуда, хати овардашударо ҳосил менамоем.

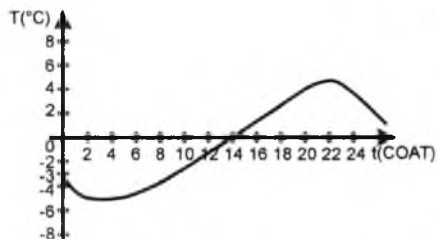
Агар обуҳавосанҷ ҳарорати ҳаворо пас аз ҳар як соат чен мекард, порчаҳои хати шикаста хурдтар мешуданд ва он ба аслаш — *хати тағйироти ҳарорат монанд* мегашт. Ҳар қадаре қиматҳои бо ҳам наздиктари t (бо ҳисоби дақиқаҳо, ҳатто сонияҳо) гирифта шаванд, хати шикаста ҳамон қадар ба хати суфта монанд мегардад (расми 2). ▷

Таъриф. *Графики функсия гуфта он нуқтаҳои ҳам-вориин координатавино меноманд, ки абсиссаҳои он ба қиматҳои аргументу ординатаҳои он ба қиматҳои мувофиқи функсия баробаранд.*

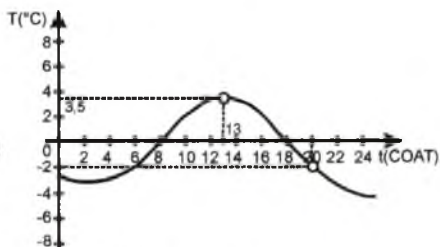
Агар танҳо графики функсия маълум бошад формулаи функсия дода нашуда бошад, мегӯянд, ки функсия бо *тарзи графикӣ* дода шудааст.

◁ Дар ин маврид ба бисёр саволҳо ҷавоб ёфтан мумкин аст. Аз ҷумла: 1. Мехоҳем донем, ки дар соати 13 ҳарорати ҳаво чанд дараҷа аст. Барои ин аз тире абсиссаҳо қимати 13-ро ёфта, бо хаткашак аз болои адади 13 хати рост ба тире ординатаҳо параллел мегузaronем. Нуқтаи буриши ин хат бо графикро қайд мекунем (расми 3). Аз болои нуқтаи (нуқтаҳои) қайдшуда хати рост ба тире абсиссаҳо параллел мегузaronем. Ин хати рост тире ординатаҳоро дар нуқтаи ординатааш 3,5 мебурад. Пас маълум мешавад, ки дар соати 13 ҳарорати ҳаво 3,5 градус будааст.

2. Мехоҳем донем, ки дар кадом соатҳо ҳарорати ҳаво, масалан, ба -2°C баробар буд. Барои ин аз тире ординатаҳо қимати -2 -ро интихоб намуда, аз он хати рост ба тире абсиссаҳо параллел мегузaronем (расми 3). Нуқтаи (нуқтаҳои) буриши онро бо график қайд мекунем. Аз нуқтаҳои қайдшуда хати рост ба тире ординатаҳо параллел мегузaronем. Нуқтаҳои буриши онҳо бо тире абсиссаҳо ба



Расми 2.



Расми 3.

ҳамон соатҳое рост меоянд (дар мисоли мо 6 ва 20), ки дар онҳо ҳарорати сарди ба -2°C баробар буд.

Аз руи график, инчунин ёфтан мумкин аст, ки аз соати 3 то 13 ҳарорати ҳаво баланд шуда, аз соати 0 то 13, инчунин аз соати 13 то соати 24 ҳарорат паст шудааст. Ҳарорати баландтарин ба соати 13 рост меояд. ▽

Агар функсия бо тарзи аналитикии (бо формула) дода шуда бошад ҳам, барои сохтани графики он сохтани ҷадвали қиматҳояш муҳим аст.

Мисоли 2. Графики функсияи $y = x(x-2)$ -ро барои қиматҳои x дар фосилаи аз -2 то 4 , яъне $-2 \leq x \leq 4$ месозем.

◁ Якчанд қимати интихобии аргументро гирифта, қиматҳои ба он мувофиқи функсияҳоро меёбем:

$$y(-2) = -2(-2-2) = 8; \quad y(-1,5) = -1,5(-1,5-2) = 5,25;$$

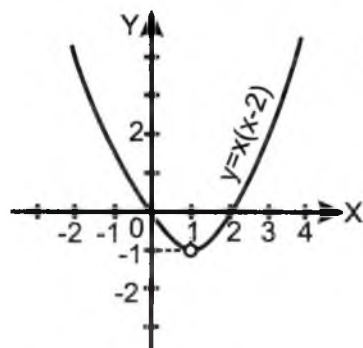
$$y(-1) = -1(-1-2) = 3; \quad y(-0,5) = -0,5(-0,5-2) = 1,25;$$

$$y(0) = 0(0-2) = 0; \quad y(2,5) = 2,5(2,5-2) = 1,25 \text{ ва ғ.}$$

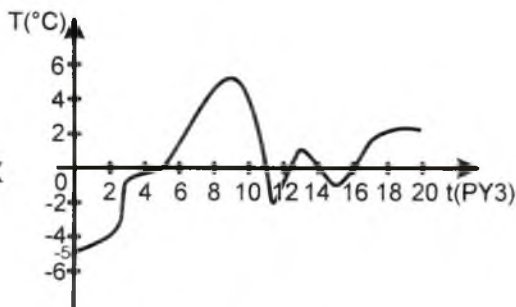
Натиҷаҳоро истифода бурда, ҷадвали қиматҳои функсияро месозем:

x	-2	-1,5	-0,5	0	0,5	2,5	4
y	+8	+5,25	1,25	0	-0,75	1,25	8

Нуқтаҳои (x, y) -ро аз ҷадвал дар ҳамвории координатави тасвир намуда, онҳоро бо хати қачи суфта мепайвандем. Дар натиҷа графики функсияи $y = x(x-2)$ барои $-2 \leq x \leq 4$ ҳосил мешавад (расми 4). ▽



Расми 4.



Расми 5.

Саволҳо барои пурсиш

1. Чи тавр аз руи абсисса ва ординатаи нуқта ба кадом чоряк мансуб будани онро муайян намудан мумкин аст? 2. Графики функсия гуфта чиро мефаҳманд? 3. Оё дар графики функсия ба ду қимати аргумент як қимати функсия мувофиқ меояд? 4. Оё ба ду қимати функсия дар графики он як қимати аргумент мувофиқ меояд? 5. Графики додашударо чи тавр хондан мумкин аст?

340. Дар расми 5 графики тағйирёбии ҳарорат дар давоми як шабонаруз тасвир ёфтааст. Аз руи он муайян намоед, ки: а) дар кадом фосилаҳои вақт ҳарорат мусбат (манфӣ) мебошад; б) дар кадом лаҳзаҳои вақт ҳарорат ба -2° ; 0° ; 3° баробар мешавад; в) аз руи график қадвали зеринро пур кунед:

Вақт (соат)	2	4	6	8	10	12	14
Ҳарорат ($^{\circ}\text{C}$)	-3,8	-3,5	-3	-2,5	-2	-1	0

341. Дар давоми як ҳафтаи моҳи июл ҳарорати обу ҳаворо ҳар нисфирузӣ дар пириҳои Гармо чен карда, қадвали зеринро ҳосил намуданд:

t (руз)	0	1	2	3	4	6	7
T ($^{\circ}\text{C}$)	5	-4	-3	-1	-0,5	-0,5	1

Аз руи он: а) графики тағйироти ҳароратро тасвир намоед; б) қиматҳои калонтарину хурдтарини ҳароратро ёбед; в) дар кадом вақт қимати ҳарорат нул аст?

342. Вазни кудак аз лаҳзаи тавваллуд то синни 10 солагии ба ҳисоби миёна ин тавр тағйир меёбад:

Солҳо	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вазн (кг)	3,3	9,2	11,9	12,7	14,3	15,4	16,8	18,4	20,5	22,5	24,6

в) Вобастагии массаи кудакро аз вақт дар шакли график тасвир намоед;

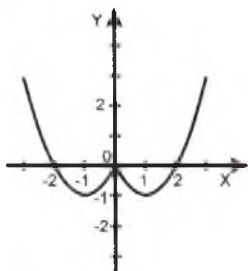
б) Аз руи график вазни кудакӣ 3,5 соларо ёбед; в) Синни кудакеро ёбед, ки он 18 кг вазн дорад.

343. Дар расми 6 графики функсияе тасвир ёфтааст. Аз руи он: а) абсиссаи ду нуқтаеро нишон диҳед, ки ординатаҳои баробар доранд; б) маълум намоед, ки барои кадом қиматҳои аргумент қимати функсия ба нул баробар аст? в) ёбед ки

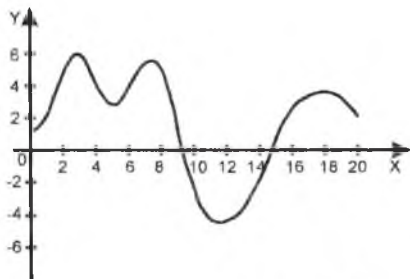
барои кадом қиматҳои аргумент қимати функсия мусбат аст?

344. Графики функсияи $y = 4 - x^2$ -ро барои қиматҳои $-3 \leq x \leq 3$ созед.

345. Графики функсияи $y = x(x-5)$ -ро ҳангоми $-3 \leq x \leq 3$ будан созед.



Расми 6.



Расми 7.

346. Хати каҷи дар расми 7 тасвирёфта графики ягон функсия аст. Аз ин истифода бурда ёбед: а) қимати y -ро ҳангоми $x = -4$; $+3$; 9 будан, б) қиматҳои x -ро, ки ба қиматҳои $y = -2$; 0 ; 2 мувофиқанд.

347. Функсия бо формулаи $y = x^2 - 1$ дода шудааст. Оё нуқтаҳои $(0; -1)$, $(2; 5)$, $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ ба графики функсия тааллуқ доранд?

Координатаҳои ду нуқтаеро нависед, ки яке ба график тааллуқ дошта бошаду дигараш не.

348*. Ҳар гуна адади рационалиро ҳамчун $x = y + a$ навиштан мумкин аст, ки дар ин ҷо a адади ғайриманфии аз 1 хурд буда, y адади бутун аст. Маълум ки, ба ҳар як қимати x як қимати y мувофиқ меояд. Аз ин ру, y функсияи x аст. Соҳаи муайянии функсия тамоми тири ададист. Ин функсия «ҳиссаи бутуни x » ном дорад. Онро ин тавр ишорат менамоянд: $y = [x]$. Масалан, $[2,5] = 2$; $[5,47] = 5$; $[0,3] = 0$; $[0,05] = 0$; $[0] = 0$. Графики функсияи «ҳиссаи бутуни x »-ро тасвир намоед.

349*. Агар аз x «ҳиссаи бутуни x »-ро тарҳ кунем, функсияи дигареро ҳосил намудан мумкин аст, ки «ҳиссаи касрии x » номида шудааст. Онро бо $\{x\}$ ишорат менамоянд: $y = x - [x] = \{x\}$. Масалан, $\{2,5\} = 0,5$; $\{5,47\} = 0,47$; $\{0,3\} = 0,3$; $\{-0,05\} = +0,95$.

Ҳамин тавр, $x = [x] + \{x\}$. Аз ин истифода бурда: а) графики

функсияи $y=\{x\}$ -ро созед; б) соҳаи муайяни ва соҳаи қиматҳои ин функсияро нишон диҳед.

Машқҳо барои такрор

350. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $(2,45 - 1\frac{17}{30}) \cdot 0,09 - 0,09 \cdot (2,34 - 0,59);$

б) $2,2 + 0,88 : (2\frac{5}{12} - 3,15).$

351. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{5x-3}{8} - \frac{3x-1}{10} = 2;$ б) $\frac{4x-9}{5} - \frac{3x+7}{8} = 2.$

352. Масоҳати Тоҷикистон ба $143,1$ ҳазор км^2 баробар аст. Агар он 11% -и масоҳати Осиёи Марказиро ташкил диҳад, масоҳати Осиёи Марказиро ёбед.

353. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

а) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{3} - 1 < 0;$ б) $-3\frac{2}{7} + 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{4}{5} - \frac{5}{6} > -2?$

16. Графики вобастагии мутаносиби роста

Боварӣ ҳосил намудем, ки вобастагии мутаносибии роста ҳолати хусусии вобастагии хаттист. Аз ҷумла, формулаи $y=kx$ барои қиматҳои ғайринулии k ҷой дорад.

Мисоли 1. Графики функсияи $y = 4x$ -ро месозем.

Якчанд қиматҳои мусбату манфии тағйирёбандаи x -ро интихоб менамоем. Онҳоро дар сатри аввали ҷадвал менависем. Сипас, ҳар як қимати x -ро ба формулаи $y=4x$ гузошта, қимати ҳосилшударо дар сатри поёни менависем. Дар натиҷа ҷадвали қиматҳои функсияро тартиб медиҳем:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-12	-8	-4	0	4	8	12

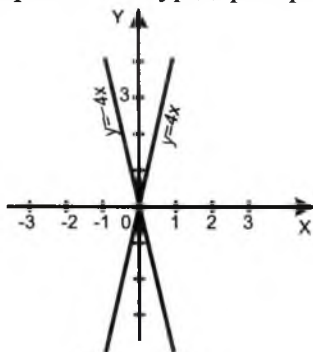
Дар ҳамвории координатавӣ нуқтаҳоеро қайд мекунем, ки абсиссаҳояшон аз қиматҳои сатри аввал ва ордонатаҳояшон аз қиматҳои мувофиқи y аз сатри дуюми ҷадвал гирифта шудаанд.

Хаткашакро ба болои ин нуқтаҳо гузошта, бовари ҳосил мекунем, ки ҳамаи онҳо дар як хати ростии аз ибтидои координатаҳо гузаранда ҷойгиранд. Графики функсияи $y = 4x$ дар расми 8 тасвир ёфтааст. Аён аст, он дар ҷоракҳои I ва III ҷойгир аст. ▽

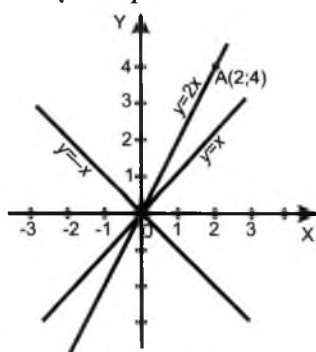
Мисоли 2. Графики функсияи $y = -4x$ -ро месозем. Ҷадвали қиматҳои функсияро тартиб медиҳем:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16

Чун дар мисоли 1 амал намуда, графики функсияи $y = -4x$ -ро тасвир менамоем (расми 8). Тавре мебинем, графики мазкур дар ҷоракҳои II ва IV ҷойгир аст. ▽



Расми 8.



Расми 9.

Хулоса. Графики функсияи $y = kx$ хати ростест, ки аз ибтидои системаи координатаҳо мегузарад.

Дар расми 9 графики якчанд функсияи намуни $y = kx$ тасвир ёфтааст. Аз ҷумла, ҳангоми $k = -1$ будан, графики биссектрисаҳои ҷоракҳои II ва IV, ҳангоми $k = 1$ будан биссектрисаҳои ҷоракҳои I ва III ҳосил мешаванд.

Дар ҳолати $k = 0$ будан, формулаи $y = 0$ (графики хати ростии OX (тири OX)) ҳосил мешавад.

То ҳол мо графикҳоро бо тарзи тартиб додани ҷадвали қиматҳои функсия сохтем. Тарзи осонтари тасвир намудани хати ростро меорем.

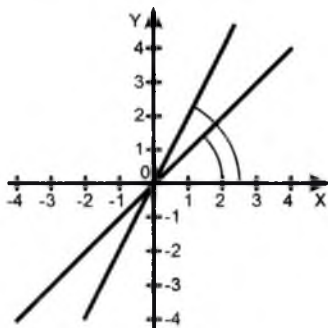
Мисоли 3. Графики функсияи $y = 2x$ -ро месозем.

◁ Медонем, ки графики ин функсия хати ростии аз ибтидои системаи координатаҳо гузаранда аст. Барои сохтани

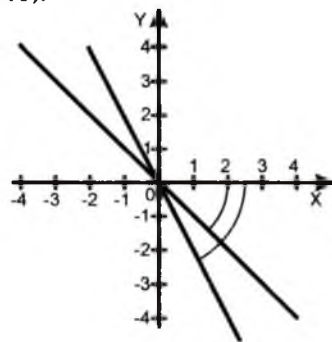
хати рост дониستاني ду нуқтаи он кофист. Яке аз чунин нуқтаҳо ибтидои системаи координатаҳо нуқтаи $O(0;0)$ аст. Барои ёфтани нуқтаи дуюм ба тағйирёбандаи x қимати дилхоҳ дода, аз руи он қимати мувофиқи функсияро меёбем. Масалан, агар $x=2$ бошад, $y = 2 \cdot 2 = 4$ мешавад.

Маълум мешавад, ки нуқтаи $A(2;4)$ дар хати рости мазкур ҷойгир аст. Дар ҳамвори координатавӣ нуқтаи $A(2;4)$ -ро қайд намуда, бо хаткашак аз болои нуқтаҳои $O(0;0)$ ва нуқтаи ёфташудаи $A(2;4)$ хати рост мегузаронем. Ҳамин тавр, графики функсияи $y=2x$ ҳосил мешавад (расми 9).

Ҳангоми $x=1$ будан аз баробарии $y=kx$ баробарии $y=k$ ҳосил мешавад. Яъне, графики функсияи $y=kx$ аз нуқтаи $B(1;k)$ мегузарад. Фаҳмоист, ки агар $k>0$ бошад, нуқтаи $B(1; k)$ дар ҷоряки I ҷойгир аст. Дар ин ҳолат графики мазкур дар ҷорякҳои I ва III ҷойгир аст. Ибтидои координатаҳо графикро ба ду нимхати рост ҷудо мекунад. Ҳамон қисми хати рост, ки дар ҷоряки I воқеъ аст, бо тири OX кунҷеро ташкил медиҳад. Тағйирёбии ин кунҷ аз тағйирёбии k вобаста аст: ҳар қадаре, ки қимати k калон бошад, кунҷ ҳамон қадар калон мешавад (расми 10).



Расми 10.



Расми 11.

Агар $k<0$ бошад, нуқтаи $B(1; k)$ дар ҷоряки IV ҷой мегирад. Аз ин ҷо графики функсияи $y=kx$ аз ҷорякҳои II ва IV мегузарад. Кунҷи байни хати рости $y=kx$ бо тири OX низ, ба k вобаста аст: ҳар қадаре, ки қимати мутлақи k калон бошад, кунҷ низ ҳамон қадар калон аст (расми 11). ▽

Саволҳо барои пурсиш

1. Графики вобастагии мутаносибии роста чи гуна аст? Вай аз кадом нуқта мегузарад? 2. Агар коэффитсиенти мутаносибии роста мусбат бошад, хати рост дар кадом ҷорякҳо ҷойгир аст? Агар қимати k манфӣ бошад чи?

354. Тағйирёбандаҳои x ва y мутаносиби ростаанд.

Чадвалро пур кунед.

а)	x	-3	-2	1,5	3	5
	y		2			

б)	x	3	-6	9	15	21
	y			18		

355. Вобастаги бо формулаи $y = -\frac{1}{4}x$ дода шудааст: а) агар $x = -8$; 4; 16 бошад, қимати мувофиқи y -ро ёбед; б) агар $y = -4$; -1 ; 8 бошад, қимати мувофиқи x -ро ёбед.

356. Ҷисм бо суръати доимии 5 км/соат ҳаракат дорад: а) формулаи вобастагии роҳи тайшударо (S) аз вақти сарфшуда (t) нависед; б) чадвали қиматҳои S -ро ҳангоми $t = 1, 2, 3, 4$ будан тартиб диҳед; в) аз руи ин қиматҳо графики тағйирёбии роҳи тайшударо аз вақт тасвир намоед.

357. Графики функсияи $y = 5x$ -ро созед : а) ба қиматҳои $x = -4; -\frac{1}{5}$ кадом қиматҳои y мувофиқанд? б) ба қиматҳои $y = -5; 5$ кадом қиматҳои x мувофиқанд?

358. Графики функсияи $y = -\frac{x}{2}$ -ро созед. Аз руи он муайян намоед, ки: а) барои кадом қиматҳои x қиматҳои функсия мусбат (манфӣ) мебошанд; б) барои кадом қимати x қимати функсия ба нул баробар аст? Оё чунин қимати x мавҷуд аст, ки барояш $y = -60$ бошад?

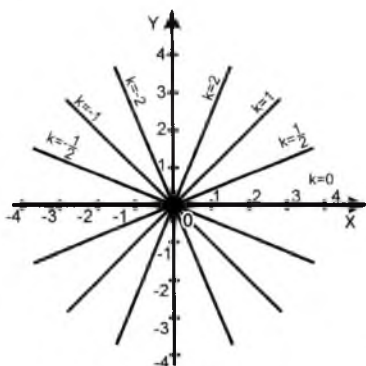
359. Кадоме аз нуқтаҳо дар графики функсияи $y = -x$ ҷойгир аст: А(-1;5), В(-10; 8), С(-4;4), D(0,5; 0,4)?

360. Дар графики функсияи $y = 1\frac{1}{3}x$ нуқтаеро ёбед, ки: а) абсиссааш ба 6; б) ординатааш ба 6 баробар бошад.

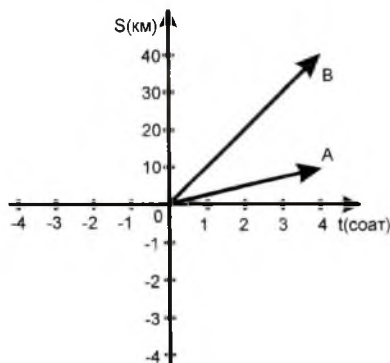
361. Массаи пахтаи 1 дона ғуза 3,8 г аст. Массаи x дона ғузаро бо (ҳисоби граммҳо) бо y ишорат намуда, вобастагии байни y ва x -ро бо формула нависед. Графики ин вобастагиро созед.

362. Графики мутаносиби роста дар кадом чоряк ҷойгир аст: а) $y = 10x$; б) $y = 50x$; в) $y = -80x$; г) $y = 0,2x$;

363. Дар расми 12 графикҳои мутаносиби роста тасвир ёфтаанд Барои ҳар як график формулаи мувофиқашро нависед.



Расми 12.



Расми 13.

364. Суръати паҳншавии садо дар муҳити беҳаво ба 330 м/сония баробар аст. Дар ҳамин муҳит садо t сония паҳн шуда, масофаи S км-ро тай намуд. Тағйирёбии S -ро вобаста аз тағйирёбии t бо формула ифода намоед.

365. Дар расми 13 графикҳои ҳаракати автомобил (ОА) ва ҳаракати мотосикл (ОВ) тасвир ёфтаанд. Ба саволҳои зерин ҷавоб диҳед: а) Автомобил чанд соат ҳаракат кард? Мотосикл чи? б) Автомобил кадом масофаро тай кард? Мотосикл чи? в) Автомобил бо кадом суръат ҳаракат кард? Мотосикл чи? г) Масофаи дар 3 соат тайнамудаи мотосикл аз масофаи дар 3 соат тайнамудаи автомобил чанд маротиба зиёд аст?

366. Графикҳои функсияҳоро дар як системаи координатавӣ тасвир намоед: а) $y = +x$; б) $y = +\frac{3}{5}x$; в) $y = -\frac{3}{5}x$; г) $y = -x$.

Машқҳо барои такрор

367. Номтаълимро аз таносуб ёбед:

а) $7:x=9:225$; б) $x:84 = 3:36$; в) $12:18 = 4:x$; г) $x:4,9=12:13$.

368. Ҳисоб кунед:

а) $32,5 \cdot 5,8 + 32,5 \cdot 4,2$; б) $1,16 \cdot 4,8 - 1,16 \cdot 4,3$;
в) $3,4^2 + 6,55 \cdot 3,45$.

369. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $(\frac{9}{56} - (\frac{7}{15} - \frac{5}{12}) \cdot \frac{3}{14}) \cdot (-2\frac{4}{5})$; б) $(\frac{7}{12} - \frac{3}{16} - \frac{5}{24}) + (\frac{1}{4})^2$.

370. Муодиларо ҳал кунед:

а) $165,64 - (y - 12,5) = 160,54$; б) $278,74 - (6,5 - z) = 276,84$.

17. Графики функцияи хатти.

Буриши хати рост бо тирҳо

Аз дарси гузашта медонем, ки функцияи хаттии $y = kx + b$ ҳангоми $k \neq 0$, вале $b = 0$ будан, ба функцияи хаттии $y = kx$ табдил меёбад. Графики ин функция хати рост аст.

Мисоли 1. Графики функцияи хаттии $y = 4x + 3$ -ро месозем.

Аз руи якчанд қимати интихобии x ва қиматҳои ба онҳо мувофиқи y аввал графики функцияи $y = 4x$ -ро месозем (расми 8). Баъд мебинем, ки ҳар як нуқтаи графики функцияи $y = 4x + 3$ аз нуқтаҳои мувофиқи графики функцияи $y = 4x$ чӣ андоза фарқ дорад. Чадвали қиматҳои функцияҳои $y = 4x$ ва $y = 4x + 3$ -ро сохта, катакҳои онро пур мекунем:

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	2
$y = 4x$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6
$y = 4x + 3$	-5	-3	-1	1	3	5	7	9

Аз ҷадвал аён аст, ки барои ҳар як қимати x қимати ординатаи мувофиқи графики функцияи $y = 4x + 3$ аз қимати мувофиқи ординатаи нуқтаи графики функцияи $y = 4x$ ба бузургии 3 воҳид зиёд аст. Аз ин ру, ҳар як нуқтаи графики функцияи $y = 4x + 3$ аз нуқтаи мувофиқи графики функцияи $y = 4x$ ба андозаи 3 воҳид болотар ҷойгир аст. Дар чунин маврид мегӯянд, ки графики функцияи $y = 4x + 3$ дар натиҷаи ба андозаи 3 воҳид ба боло кӯчонидаи графики функцияи $y = 4x$ ҳосил мешавад.

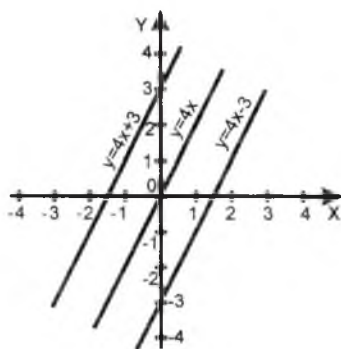
Нуқтаҳои координатаҳояшон дар ҷадвал овардашударо дар ҳамвори координатавӣ қайд намуда, бовари ҳосил менамоем, ки онҳо дар ҳамон як хати рост ҷойгиранд. Ин хати рост графики функцияи $y = 4x + 3$ мебошад. Графики функцияи $y = 4x + 3$ бо графики функцияи $y = 4x$ параллел аст (расми 14). ▸

Мисоли 2. Графики функцияи $y = 4x - 3$ -ро месозем.

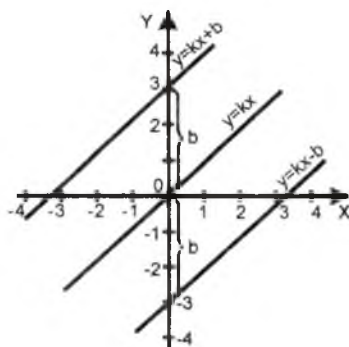
Тавре дар мисоли 1 рафтор намудем, амал намуда, бовари ҳосил менамоем, ки графики функцияи $y = 4x - 3$ дар

натиҷаи 3 воҳид ба поён кучонидани графики функсияи $y=4x$ ҳосил мешавад (расми 14). ▷

Дар расми 15 графикҳои се функсия: $y=kx$; $y=kx-b$ ва $y=kx+b$ тасвир ёфтаанд. Адади k , ки дар п. 16 муайян намудем ва дар поён шарҳ дода мешавад, ҳамон як маънии дорад. Ҳангоми $b=3$ ва $k=4$ будан, ҳолати дар расми 14 тасвирёфтаре ҳосил мекунем.



Расми 14.



Расми 15.

Таъриф. *Графики функсияи $y=kx+b$ хати рост аст. Адади k коэффитсиенти кунҷии хати рост ё моилии хати рост (бо самти мусбати тири OX), b аъзои озод ном дорад.*

Минбаъд, мо дар зери мафҳуми хати рост графики ягон функсияи хаттиро дар назар хоҳем дошт.

Дар амалия барои сохтани графики функсияи хатти дониستاني ду нуқтаи он кофист. Агар ин ду нуқта нуқтаҳои буриши хати рост бо тирҳои координатави бошанд, ҳангоми ҳисоб заҳмати зиёде харҷ намешавад.

Барои ёфтани нуқтаи буриши хати рости $y=kx+b$ бо тири ординатаҳо (OY) дар формулаи он ба ҷои x адади 0 гузошта, ҳосил мекунем: $y=k \cdot 0+b=b$. Пас хати рост тири OY -ро дар нуқтаи $A(0;b)$ мебурад. Барои ёфтани нуқтаи буриши хати рости мазкур бо тири абсиссаҳо OX дар формулаи он ба ҷои y адади 0 гузошта, муодилаи хаттии $kx+b=0$ -ро ҳосил

менамоем. Ҳалли ягонаи ин муодила $x=-\frac{b}{k}$ аст. Пас маълум мешавад, ки хати рости $y=kx+b$ тири OX -ро дар нуқтаи

$B(-\frac{b}{k};0)$ мебурад.

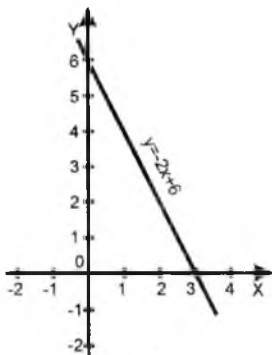
Мисоли 3. Графики функсияи $y=-2x+6$ -ро месозем.

◁ Дар формулаи $y = -2x + 6$ қимати $x = 0$ -ро гузошта меёбем: $y = 6$.

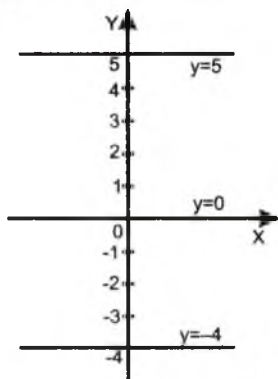
Пас нуқтаи буриши хати рост бо тири OY нуқтаи $A(0;6)$ будааст. Дар формулаи $y = -2x + 6$ қимати $y = 0$ -ро гузошта меёбем: $-2x + 6 = 0$ ё аз ин ҷо $x = 3$. Инак, графики додашуда тири OX -ро дар нуқтаи $B(3;0)$ мебуридааст. Акнун аз болои нуқтаҳои $A(0;6)$ ва $B(3;0)$ бо хаткашак хати рост мегузаронем. Ҳамин тавр, графики функсияи $y = -2x + 6$ -ро ҳосил менамоем (расми 16). ▷

Мисоли 4. Графики функсияи: а) $y = -4$; б) $y = 5$ -ро месозем.

◁ а) Барои қиматҳои дилхоҳи x қимати функсия y ба ҳамон адади ягонаи -4 баробар аст. Ду нуқтаи дорой ординатаҳои -4 , масалан, $A(-1; -4)$ ва $B(2; -4)$ -ро қайд мекунем. Хати рости аз ҳамин ду нуқта гузаранда графики функсияи доимии $y = -4$ мебошад (расми 17); б) Барои қиматҳои дилхоҳи x қимати функсия ба 5 баробар аст. Ду нуқтаи ординатаҳои 5 -ро қайд мекунем. Масалан $P(-2;5)$ ва $Q(3;5)$. Хати рости PQ ки аз ин ду нуқта мегузарад, графики функсияи $y = 5$ аст (расми 17). ▷



Расми 16.



Расми 17.

Саволҳо барои пурсиш

1. Чи тавр аз формулаи функсияи хатти формулаи вобастагии мутаносиби ростаро ҳосил намудан мумкин аст? 2. Графики функсияи хатти чи тавр сохта мешавад? 3. Графики функсияи хатти чи гуна хат аст? 4. Графики функсияи доимии чи тавр ҷойгир аст.

371. Кадоме аз вобастагиҳо хаттианд:

- а) $y = -x + 5$; б) $y = x^2$; в) $y = \frac{2}{x}$;

г) $y = \frac{x}{2} + 4$; д) $x + y = 0$; е) $ax + by = c$?

372. Графики функцияҳои ҳаттиро дар як системаи координатавӣ тасвир намуда, онҳоро бо ҳам муқоиса намоед:

а) $y = 3x + 6$; б) $y = 3x - 6$; в) $y = -3x + 6$.

373. Графики функцияи ҳаттиро созед:

а) $y = 6x$ б) $y = 6x - 4$; в) $y = 6x + 4$.

374. Функция бо формулаи $y = 1,5x - 0,3$ дода шудааст. Ҷадвали қиматҳои онро тартиб дода, графикашро созед.

375. Оё графики функцияи $y = \frac{x}{5} - 5$ аз нуқтаҳои:

A (-1; 1), B (0; 5), C (-5; 5), D (10; -3), E (0; 1), F (-20; -9), K (5; -5) мегузарад?

376. Графики функцияи ҳаттиро созед:

а) $y = 5x - 3$; б) $y = -5x + 3$; в) $y = 4,5$.

377. Координатаҳои нуқтаҳоеро нависед, ки онҳо дар хати ростии бо тири: а) OX параллел, вале аз он 3 воҳид болотар; б) OX параллел, вале аз он 3 воҳид поёнтар; в) OY параллел, вале аз он 5 воҳид чаптар; г) OY параллел, вале аз он 5 воҳид дар тарафи рост ҷойгиранд.

378. Координатаҳои нуқтаҳоеро нависед, ки онҳо дар: а) хати ростии $y = x$; б) хати ростии $y = 2x$; в) тири OX ; г) тири OY ҷойгиранд.

379. Графики функцияро тасвир намоед:

а) $y = \frac{1}{3}x + 6$; б) $y = \frac{1}{2}(x - 4)$; в) $y = \frac{3}{4}(x - \frac{1}{2})$; г) $y = \frac{-2}{5}(x - 5)$.

380. Фаҳмонед, ки график аз графики функцияи $y = 5x$ бо кадом тарз ҳосил карда мешавад:

а) $y = 5x - 2$; б) $y = 5(x + 2)$; в) $y = -5x$; г) $y = -5x + 2$.

381. Графики функцияи $y = 0,5x + b$ аз нуқтаи A (2; 7) мегузарад. Қимати b -ро ёфта, графики функцияро созед.

382. Графики функцияи $y = -kx + 6$ аз нуқтаи B (-2; 10) мегузарад. Қимати k -ро ёфта, графики функцияро созед.

383. Координатаҳои нуқтаҳои буриши хати ростии $5x - 4y = 20$ -ро бо тирҳои координатавӣ муайян намоед.

384. Координатаҳои нуқтаҳои буриши хати ростии

$\frac{x}{2} + 2\frac{1}{2}y = 10$ -ро бо тирҳои координатавӣ муайян намоед.

385. Аз рӯи графики функсияи хаттӣ (расми 9) ҳамон қиматҳои k -ро нишон диҳед, ки барояшон қиматҳои функсияи $y=2x$ а) мусбат; б) манфианд.

Машқҳо барои такрор

386. Ҳисоб кунед:

а) $71,4:131,7$;

б) $0,576:0,1486$;

в) $0,8-67+12,7 \cdot 43,8$;

г) $6,83 \cdot 22,3-0,475:0,5$.

387. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2(x-3)+4(1-x)=3$;

б) $6x-(2-4x)=18$;

388. Агар хоҷагӣ ба ҷои 375 тоннаи пешбинишуда 510 тонна пахта ҷамъовари карда бошад, нақшаи солонро чанд фоиз барзиёд иҷро намудааст?

389. Доир ба ду ададҳои натурали чӣ хулоса баровардан мумкин, агар: а) суммаи онҳо ҷуфт; б) ҳосили зарби онҳо ҷуфт; в) ҳам сумма ва ҳам ҳосили зарбашон ҷуфт; г) суммаи онҳо тоқ; д) ҳосили зарбашон тоқ; е) ҳам сумма ва ҳам ҳосили зарбашон тоқ бошад?

18. Ҷойгиршавии байниҳамдигарии хатҳои рост

Дар формулаи $y=kx+b$ тағйирёбандаҳои x ва y , мувофиқан, абсисса ва ординатаи нуқтаи дилхоҳи он $M(x,y)$ -ро ифода менамоянд. Адади k бо тири OX чӣ гуна «моил» ҷойгир шудани хати ростро нишон медиҳад. Адади b маънои аз тири OY порчаи b воҳид ҷудо кардани ин хати ростро дорад.

Таъриф. Ду хати рости $y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ баробар ё айниятан номида мешаванд, агар $k_1 = k_2$ ва $b_1 = b_2$ бошад.

Дар ҳолатҳои дигар, аз ҷумла дар мавриди $k_1 \neq k_2$, вале $b_1 = b_2$ будан ё дар мавриди $k_1 = k_2$, вале $b_1 \neq b_2$ будан, формулаҳои $y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ хатҳои рости гуногунро ифода менамоянд.

Вазъи ҷойгиршавии хатҳои рости мазкур низ дар ҳамвории координатавӣ аз қиматҳои k_1 , k_2 , b_1 ва b_2 вобаста мебошад.

Хатҳои рост дар ҳамвории метавонанд бо ҳам бурида шаванд, метавонанд бо ҳам параллел бошанд, метавонанд ҳатто хати рости ягонро ташкил диҳанд (расмҳои 12, 14). Ин ҳолатҳоро бо мисолҳо шарҳ медиҳем.

Нишон медиҳем, ки агар коэффитсиентҳои кунҷии хатҳои рост нобаробар бошанд, онҳо ҳамдигарро мебуранд.

Мисоли 1. Нишон медиҳем, ки хатҳои рости

$$y = 2\frac{3}{5}x - 2 \text{ ва } y = \frac{1}{10}x + 3 \text{ ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд.}$$

◁ Бо ҳам бурида шудани ду хати рост чунин маъно дорад, ки онҳо дорои нуқтаи ягонаи умумӣ мебошанд. Яъне чунин қимати x мавҷуд аст, ки барояш қиматҳои ҳар ду функсияи хаттӣ ба як адади y баробар мешавад.

Барои ёфтани чунин қимати x қисмҳои рости формулаҳои

$$y = 2\frac{3}{5}x - 2 \text{ ва } y = \frac{1}{10}x + 3 \text{ -ро бо ҳам баробар намуда,}$$

муодилаи хаттӣ $2\frac{3}{5}x - 2 = \frac{1}{10}x + 3$ -ро ҳосил менамоем. Аъзои монанди онро ислоҳ намуда, муодилаи бо он баробарқувваи

$\frac{25}{10}x - 5$ -ро соҳиб мешавем. Ҳалли ягонаи он $x = 2$ аст. Қимати $x = 2$ -ро ба яке аз формулаҳо, масалан якумаш, гузошта қимати

$y = -2 - 1 = -3$ -ро ҳосил мекунем. Адади $k_1 = 2\frac{3}{5}$ коэф-

фитсиенти кунҷии хати рости $y = 2\frac{3}{5}x - 2$ ва адади $k_2 = \frac{1}{10}$

коэффитсиенти кунҷии хати рости $y = \frac{1}{10}x + 3$ аст. Азбаски, $k_1 \neq k_2$ аст, пас хатҳои рост ҳамдигарро дар нуқтаи $P(2; -3)$ мебуранд (расми 18). ▷

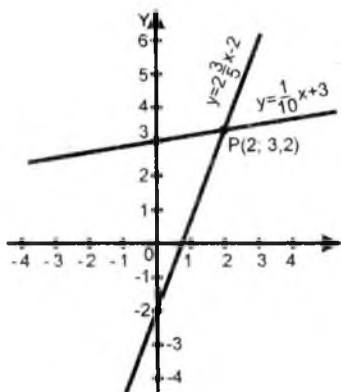
Нишон медиҳем, ки агар хатҳои рост коэффитсиенти кунҷии бо ҳам баробар дошта бошанд, онҳо ҳамдигарро намебуранд (параллел мебошанд).

Мисоли 2. Иббот мекунем, ки хатҳои рости

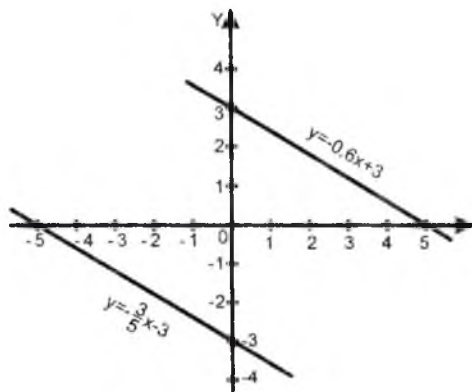
$$y = -0,6x + 3 \text{ ва } y = 0,6x - 3 \text{ бо ҳам параллеланд.}$$

◁ Аён аст, ки коэффитсиентҳои кунҷии ин ду хат бо ҳам баробаранд: $k_1 = k_2 = -0,6$. Азбаски қисмҳои чапи формулаҳо бо ҳамон як қимат баробаранд, меёбем, ки барои кадом

қимати x баробарии $-0,6x+3=-0,6x-3$ дуруст аст.



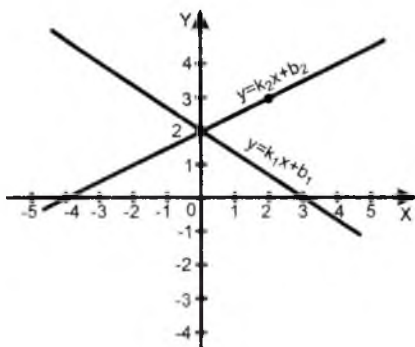
Расми 18.



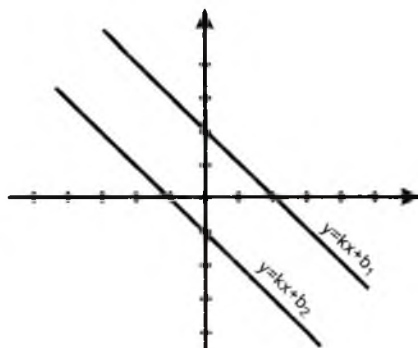
Расми 19.

Дар баробарии охирин ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намуда, баробарии $3=-3$ -ро ҳосил менамоем. Азбаски баробарии ҳосилшуда нодуруст аст, хатҳои рости додашуда нуқтаи ягонаи умумӣ надоранд, яъне бо ҳам параллел ҷойгиранд (расми 19). ▷

◁ Дар ҳолати умумӣ, бигузор $y=k_1x+b_1$ ва $y=k_2x+b_2$ ду функсияи хаттии додашуда бошанд. Барои муайян намудани вазъи ҷойгиршавии онҳо баробарии $k_1x+b_1=k_2x+b_2$ -ро тартиб медиҳем. Дар он номаълумҳоро ба як тарафи баробарӣ ва адалҳои алоҳидаро ба тарафи дигари он гузаронида, муодилаи хаттии яқномаълумаро соҳиб мешавем: $k_1x-k_2x=b_2-b_1$ ё ки $(k_1-k_2)x=b_1-b_2$



Расми 20 «а».



Расми 20 «б».

Агар $k_1 \neq k_2$ бошад, муодилаи мазкур ҳалли ягона дорад (ниг. ба п.9). Дар чунин маврид графикҳо ҳамдигарро мебуранд (расми 20 «а»), чунки

нуқтаи абсиссааш $x = \frac{b_2 - b_1}{k_1 k_2}$ ва ординатааш ба қимати функсия дар ҳамин

нуқта баробар дар графики ҳар ду функсия қойгир аст.

Агар $k_1 = k_2$ ва $b_1 \neq b_2$ бошад, муодила реша надорад. Дар ин ҳолат графики функсияҳо бо ҳам параллеланд (расми 20 «б»).

Агар $k_1 = k_2$ ва $b_1 = b_2$ бошанд баробарии $y_1 = y_2$ ҳосил мешавад. Дар ин маврид ду хати рост ба як хати рост табдил меёбад (болои ҳам меояд). ▷

Саволҳо барои нурсиш

1. Ҳарфҳои дар формулаи функсияи хаттӣ омада чиро мефаҳмонанд?
2. Дар кадом маврид ду функсияи хаттӣ як хати ростро ифода менамояд?
3. Дар кадом маврид ду хати рост ҳамдигарро мебурад?
4. Дар кадом маврид ду хати рост бо ҳам параллел қойгир мешавад?
5. Дар кадом маврид ду хати рост болои ҳам қойгир мешавад?

390. Аз формула қиматҳои k ва b -ро нишон диҳед:

а) $y - 2x = 5$

б) $\frac{y}{3} = x - 2$;

в) $\frac{x-1}{2} + \frac{y}{3} = 0$;

г) $\frac{x-2}{3} - \frac{y-1}{2} = 1$.

391. Аз панҷ қимати функсияи хаттӣ, ки дар ҷадвал оварда шудааст, дутоаш хатост. Онҳоро муайян намуда, ҷадвалро ислоҳ намоед:

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	3	1	2	3

392. Нишон диҳед, ки хатҳои рости $y = -5x + 6$ ва $y = 5x + 6$ нуқтаи ягонаи умумӣ доранд. Графики онҳоро созед.

393. Нишон диҳед, ки хатҳои рости $y = 5x + 6$ ва $y = 5x + 6$ бо ҳам параллеланд. Графики онҳоро созед.

394. Нуқтаҳои $A(2; 3)$ ва $B(a; -3)$ дар як хати рости бо тири OU параллел қойгиранд. Қимати a ба чанд баробар аст?

395. Функсияи $y = kx + 8$, ҳангоми $x = -3$ будан, қимати $y = 17$ -ро қабул мекунад. Қимати k ба чанд баробар аст?

396. Функсияи $y = 8x + b$, ҳангоми $x = 4$ будан, қимати $y = 60$ -ро қабул мекунад қимати b ба чанд баробар аст?

397*. Функсияи $y = kx + b$, ҳангоми $x = 0$ будан, ба 4 ва

ҳангоми $x = 2$ будан, ба 12 баробар аст. Қиматҳои k ва b ба чанд баробаранд?

398. Ду хати рост бо ҳам параллеланд. Агар формулаи хати якум $y = 16x - 5$ бошад, формулаи хати рости дуюм чӣ гуна аст?

399. Ду хати рост бо ҳам бурида мешавад. Агар яке аз онҳо бо формулаи $y = -0,8x + 8$ дода шуда бошад, коэффитсиенти кунҷии хати рости дуюм оё ба $-0,8$ баробар мешавад?

400. Аз байни функцияҳои хатти онҳоеро ҷудо кунед, ки графикҳояшон: а) бо ҳам параллеланд; б) бо ҳам бурида мешаванд; в) бо тири OX параллеланд; г) бо тири OY параллеланд; д) аз ибтидои координатаҳо мегузаранд; е) бо тири OX ё тири OY бурида мешаванд.

- а) $y = 4$; б) $y = 6x - 3$; в) $x + 3y = 0$;
г) $x = 4$; д) $y = 6x$. е) $x + y = 1$

401. Хатҳои ростро дар ҳамвории координатавӣ тасвир намоед:

- а) $y = ax + 2$, агар $a = -4$; -3 ; 2 бошад; б) $y = -2x + b$, агар $b = -5$; -1 ; 3 бошад.

402. Барои кадом қимати a графики функцияи $y = kx + 5$ бо графики функцияи $y = kx + a$ параллел аст?

403*. Функцияи хатти бо формулаи $y = kx + b$ дода шудааст. Барои кадом қиматҳои k ва b графики он: а) бо тири OX параллел мешавад; б) тири OY -ро мебурад?

404*. Барои кадом қимати a графики функцияи $y = 9(x - 1)$ бо графики функцияи: а) $y = 2ax + 6$;
б) $y = x - 3a$ бурида мешавад?

405. Графикро дар системаи координатавӣ тасвир намоед:

- а) $y = \frac{2}{5}(2 - 5x)$; б) $y = -\frac{1}{5}\left(10 - \frac{5}{6}x\right)$.

406. Координатаҳои нуқтаи буриши графики функцияҳоро ёбед:

- а) $y = 10x - 8$ ва $y = -2x + 16$; б) $y = -4x + 5$ ва $y = -x - 1$;
в) $y = 14x$ ва $y = x + 26$; г) $y = -5x + 3$ ва $y = -x + 6$.

407. Оё графикҳои функцияҳо ҳамдигарро мебуранд:

- а) $y = -x + 7$ ва $y = 2x - 7$;
б) $y = -0,6x + 2$ ва $y = 2,4x - 3$?

Машқҳо барои такрор

408. Аз таносуб номаълумро ёбед:

а) $855 : 72 = 285 : x$; б) $0,33 : x = 2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}$;

в) $2\frac{2}{9} : 4x = 3\frac{1}{3} : 1,2$.

409. Савора масофаи байни ду деҳаро бо суръати 10 км/соат тай намуда, ҳамон лаҳза пас гашт. Дар бозгашт у бо суръати 15 км/соат ҳаракат намуда, барои рафту омад 9 соат вақт сарф кард. Масофаи байни деҳаҳо чанд км аст?

410. Аз се як ҳиссаи роҳро автобус бо суръати 32 км/соат ва қисми боқимондаи роҳро бо суръати 48 км/соат тай намуд. Агар вай дар роҳ ҳамагӣ 4 соату 40 дақ. вақт сарф карда бошад, кадом масофаро тай намудааст?

411. Ба пункти пахтақабулкунӣ дар ду рӯз 48 т пахта оварданд. Пахтаи рӯзи дуюм оварда 60 %-и пахтаи дар рӯзи якум овардашударо ташкил дод. Рӯзи якум чанд тонна пахта оварданд?

● Графики вобастагиҳои бо қимати мутлақ алоқаманд

Аз «Математика»-и синфи 6 п.6.4 маълум аст, ки қимати мутлақи адади манфӣ ба адади муқобилаш ва қимати мутлақи адади ғайриманфӣ ба ҳудаш баробар аст. Масалан:

$$|-3| = 3; |7| = 7; |-0,7| = 0,7; \left| -2\frac{4}{5} \right| = 2\frac{4}{5}; |0| = 0.$$

Умуман, барои қимати мутлақи ададҳои дилхоҳи a таърифи зерин ҷой дорад: *Қимати мутлақи адади дилхоҳи a чунин муайян карда мешавад:*

$$|a| = \begin{cases} a \text{ аст, агар } a \geq 0 \\ -a \text{ аст, агар } a < 0 \text{ бошад,} \end{cases}$$

Ҳангоми сохтани графики функцияҳое, ки тағйирёбандаашон дар зери қимати мутлақ омадааст, аз ҳамин таъриф истифода мебарем.

Мисоли 1. Графики функцияи $y = |x|$ –ро месозем.

Албатта графики ин функцияро бевосита бо роҳи тартиб

3. Агар $x = 0$ бошад, $y = 1$ мешавад. ▸

Айнан ҳамин тавр графики функсияи $y = |x| - 1$ сохта мешавад (расми 22).

Мисоли 3. Графики функсияи: а) $y = |x - 1|$;

б) $y = |x + 1|$ -ро месозем.

◁ Ба x қиматҳои интихоби дода, қиматҳои мувофиқи функсияҳои: а) $y = |x - 1|$ ва б) $y = |x + 1|$ -ро меёбему ҷадвали зеринро месозем:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x $	3	2	1	0	1	2	3
$y = x - 1 $	4	3	2	1	0	1	2
$y = x + 1 $	2	1	0	1	2	3	4

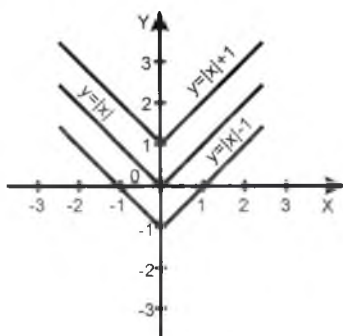
а) Дар асоси таърифи қимати мутлақ менависем:

$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1 \text{ аст, агар } x - 1 \geq 0, \\ -(x - 1) \text{ аст, агар } x - 1 < 0 \end{cases} \quad \text{ё} \quad |x - 1| = \begin{cases} x - 1 \text{ аст, агар } x \geq 1, \\ -x + 1 \text{ аст, агар } x < 1 \text{ бошад.} \end{cases}$$

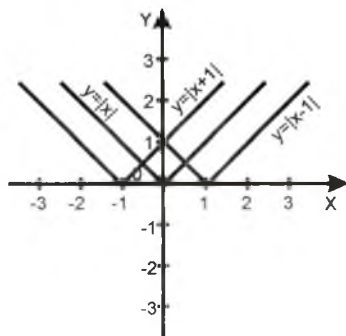
Ҳамин тавр, барои қиматҳои $x \geq -1$ графики функсияи $y = |x - 1|$ ба графики функсияи $y = x - 1$ табдил меёбад.

б)

$$|x + 1| = \begin{cases} x + 1 \text{ аст, агар } x + 1 \geq 0, \\ -(x + 1) \text{ аст, агар } x + 1 < 0 \end{cases} \quad \text{ё} \quad |x + 1| = \begin{cases} x + 1 \text{ аст, агар } x \geq -1, \\ -x - 1 \text{ аст, агар } x < -1 \text{ бошад.} \end{cases}$$



Расми 22.



Расми 23.

Барои қиматҳои $x \geq -1$ графики функсияи $y = |x + 1|$ ба графики функсияи $y = x + 1$ ва барои қиматҳои $x < -1$ ба графики функсияи $y = -x - 1$ табдил меёбад (расми 23). $\triangleright$

Саволҳо барои пурсиш

1. Қимати мутлақи адади манфӣ ба чӣ баробар аст? 2. Қимати мутлақи адади ғайриманфӣ ба чӣ баробар аст? 3. Таърифи қимати мутлақи адади дилхоҳро нависед.

412. Қимати мутлақи ададҳоро ёбед:

$$-3; -3,45; 6,67; -2\frac{2}{7}; 12\frac{3}{8}; \quad -0,35; -0,005.$$

413. Графики функсияро созед:

а) $y = |x| - 2$; б) $y = |x| + 2$; в) $y = -|x| + 2$; г) $y = -|x| - 2$.

414. Графики функсияро созед:

а) $y = |x - 2|$; б) $y = |x + 2|$; в) $y = -|x - 2|$; г) $y = -|x + 2|$.

415*. Графики функсияро созед:

а) $y = 3 \cdot |x|$; б) $y = -3 \cdot |x|$; в) $y = \frac{1}{3}|x|$; г) $y = -\frac{1}{3}|x|$.

416. Графики функсияро созед:

а) $y = 2|x - 1|$; б) $y = 2|x + 1|$; в) $y = 3|x + 1|$.

417. Аз графики функсияи $y = |x|$ истифода бурда графики функсияро созед:

а) $y = |x| + 3$; б) $y = |x + 3|$; в) $y = \frac{1}{3}|x - 1|$;

418. Аз графики функсияи $y = |x|$ истифода бурда графики функсияро созед:

а) $y = |x| + 5$; б) $y = |x - 5|$; в) $y = 4|x|$.

419*. Графики функсияро созед:

а) $y = |x - 1| + 0,5$; б) $y = -|x - 1| - 0,5$.

420*. Аз графики функсияи $y = x$ истифода бурда графики функсияро созед: а) $y = x + |x|$; б) $y = |x| - x$; в) $y = x \cdot |x|$.

Машқҳо барои такрор

421. Ҳисоб кунед:

а) $10,08 + 0,132 : \left(1\frac{5}{18} - 1,4\right)$; б) $\left(1\frac{9}{28} - 1,35\right) \cdot 0,7 + 4,02$.

422. Масофа аз шаҳраки Фончи то стансияи Ховос 54 км аст. Агар вай ба 84,375%-и масофаи байни с.Ховосу ш. Хуҷанд баробар бошад, аз шаҳраки Фончи то шаҳри Хуҷанд чанд км аст?

423. Аз таносуб номаълумро ёбед:

а) $12 : a = 15 : 3$;

б) $18 : 4,8 = 40 : b$;

в) $3,5 : y = 2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{4}$;

г) $\frac{7}{9} : 3,1 = x : 9,3$.

424. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3(x - 1) - 2(x + 4) = 0$; б) $-0,4x - 3(x - 4) = 2\frac{1}{2}$.

425. Ман ададери фикр карда, ба он адади -18 -ро ҳамроҳ намудам. Дар натиҷа адади 8 ҳосил шуд. Ман кадом ададро фикр кардам?

426. Нишон диҳед, ки адади шашрақамаи рақамхояш баробар ба 3 карати аст.

427. Исбот кунед, ки квадрати ягон адад бо 2, 3, 7 ё 8 тамом намешавад.

428. Оё нуқтаҳои зерин ба графики функсияи $y = \frac{4}{5}x + 1$ мансубанд:

A(1; 2),

B(-1; 0),

C(0; 0),

D(-5; 3),

E(-10; -7),

F(0; 1)?

429. Нуқтаҳои буриши хати ростро бо тирҳои координатави ёбед:

а) $2y + 3 = 6$

б) $3x - 7y = 42$.

Маълумоти мухтасари таърихи

Ақидаи ифодаи як тағйирёбанда бо воситаи диғараш аз замонҳои хеле қадим маълум аст. Бобулиҳои қадим ҳануз 3–4 ҳазор сол пеш аз мелод медонистанд, ки бо баробари тағйир ёфтани радиуси давра дарозии он низ тағйир меёбад. Адади π «пи» ҳамчун нисбати дарозии давра ба диаметри он, яъне

$\frac{C}{D}$ ба бобулиҳо, юнониҳо ва мисриҳои қадим маълум буд. Аз маъхазҳои таърихӣ маълум шудааст, ки ин нисбат ба касри

$\left(\frac{16}{9}\right)^2$ ё $\frac{256}{81}$, яъне, $\pi \approx 3,16$ ҳисоб меёфт. Минбаъд қиматҳои

боз ҳам аниқтари π ҳисоб карда шуданд. Дар нимаи аввали асри XV олими машҳури соҳаи нучум ва математикаи тоҷик Ғиёсиддин Чамшеди Кошонӣ (лақабааш ал-Коши) қимати адади π -ро то 16 рақами даҳии баъд аз вергул ҳосил намуд. Ин натиҷа дар тули зиёда аз 300 сол аниқтарин ба ҳисоб мерафт.

Вобастагии байни тағйирёбандаҳоро боз аз бисёр дастхатҳои қадима, аз қабилӣ ҷадвалҳои нахустини ёфтани квадрат ва кубҳо, нахустин формулаҳои ҳисобкунии масоҳати шаклҳо, ҳаҷми ҷисмҳо, ҳатто ҷадвалҳои махсуси тригонометрия дарёфт намудан мумкин аст.

Махсусан, ҷадвалҳои мутафаккири бузурги Шарқ Абурайҳон Беруниро бояд хотирнишон сохт. Дар онҳо қоидаи ҳисоб намудани *қиматҳои функсияи тригонометрии синус то саҳеҳии хеле зиёд нишон дода шудааст*.

Баробари дар асри XVII ба илм роҳ ёфтани ғояи тағйирёбандаҳо истифодаи мафҳумҳои «вобастагии функционалӣ» ва «функсия» сар шуд. Рене Декарт (1596–1662) соли 1637 асари «Геометрия»-ро эҷод намуд, ки моҳиятан геометрияи нав ба шумор мерафт. Дар он мафҳумҳои геометрия бо забони алгебра эҷод шуда буданд.

СУПОРИШҲОИ ИЛОВАҒИ БА БОБИ II

Ба параграфи 1

430. Формулаи периметри росткунҷаро нависед, агар дарозии як тарафаш аз тарафи дигараш 8 см зиёд бошад.

431. Формулаи периметри росткунҷаро нависед, агар як тарафаш аз тарафи дигараш 8 маротиба дарозтар бошад.

432. Массай ғулаи арзизии ҳаҷмаш 35 см^3 ба 94,5 г баробар аст. Ҳаҷми ғулаи арзизиро ёбед, ки массааш 756 г аст.

433. Агар дарозии росткунҷа 5 маротиба ва бараш 2 маротиба зиёд карда шавад, масоҳати он чӣ тавр тағйир меёбад?

434. Аз 20 т лаблабу 3 т шакар ҳосил карданд. Барои ҳосил намудани 120 т шакар чӣ қадар лаблабу лозим аст?

435. Ҷисм бо суръати доимии 8,5 км/дақ ҳаракат дорад. Формулае тартиб диҳед, ки он роҳи тайкардаи ҷисму вақти барои тай кардани ин роҳ сарфшударо алоқаманд созад.

436. Оё аз ададҳои 91; 133; 143 ва 209 таносуб тартиб додан мумкин аст? Ҷамаи ҳолатҳои имконпазиро биёред.

437. Аз таносуб x -ро ёбед:

а) $3x : 4\frac{1}{6} = 22,5 : 13\frac{8}{9}$; б) $1\frac{1}{7} : 1,5 = \frac{6}{7} : 2x$.

438. Барои ранг молидани фарши масоҳаташ 36 м^2 12 кг ранг лозим аст. Барои ранг молидани фарши дарозиаш 24 м ва бараш 12 м аз ҳамин ранг чӣ миқдор лозим аст?

439. Барои пухтани 60 кг нон 43,5 кг орд сарф шуд. Барои пухтани 200 кг нон чӣ қадар орд лозим аст?

440. Тағйирёбандаҳои y ва x бо ҳам мутаносиби ростаро ташкил медиҳанд. Аз ин истифода бурда, ҷадвалро пур кунед:

x	-5	-3,5	-2	1	1,5	3	4
y							

441. Тағйирёбандаҳои x ва y мутаносиби ростанд. Коэффитсиенти ин мутаносиби $k = 0,8$ аст. Ҷадвалро пур кунед:

x	-5	-2	-1	0	2	3
y			6			

442. Дарозии росткунҷа аз бараш: а) 9 воҳид; б) 9 маротиба хурд аст. Вобастагии байни масоҳати росткунҷа ва барашро бо формула ифода намоед.

443. Автомобил бо суръати 60 км/соат ҳаракат дорад. Формулаи вобастагии байни масофаи тайшуда ва вақти сарфшударо ёбед. Барои ду қимати гуногуни вақт (t) қиматҳои мувофиқи масофара (S) ёбед.

444. Функсия бо формулаи $y = \frac{9}{x-3}$ дода шудааст. Соҳаи муайяни ва соҳаи қиматҳои онро нишон диҳед.

445. Ҳавз 20 л об дорад. Ҳар дақиқа ба он 30 л об дохил шуда, бо воситаи баромадгоҳи иловагӣ 18 л об хориҷ мешавад. Вобастагии байни миқдори литрҳои оби дар ҳавз буда Q -ро аз вақт t бо формула ифода намоед.

446. Муодиларо ҳал кунед:

а) $15(x + 2) = 6(2x + 7)$; б) $5(x + 2) = 8(10 - x)$;

в) $8(9 + 2x) = 5(2 - 3x)$.

447. Функцияи хатти бо формулаи $y = \frac{4x}{9} - \frac{2}{3}$ дода

шудааст: а) ҳамаи қимати тағйирёбандаи y -ро ёбед, ки ба қимати тағйирёбандаи $x = -9; 0; 3$ мувофиқ меояд; б) барои кадом қимати тағйирёбандаи x қимати тағйирёбандаи $y = -4; 0; 8$ мебошад?

448. Функция бо формулаи $y = -6x + 2$ дода шудааст. Ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2	-1	0	1	2
y						

449. Муҳаммад ҳамагӣ 110 сомони 15 дирам дошт. Бо ин маблағ у якчанд қалами 70 дирамаю як ручкаи 35 дирама харид. Арзиши харид ба шумораи қаламҳо вобаста аст. Оё ин вобастагӣ хатти мебошад?

Ба параграфи 2

450. Ҳангоми озод афтидани ҷисм баландии афтиши он аз руи формулаи $h = \frac{gt^2}{2}$, ки дар он $g = 9,81$ м/сония² ва t вақт (бо сонияҳо) мебошанд ёфта мешавад. Графики тағйирёбии h -ро вобаста аз t созед.

451. Графики функцияи $y = x(x - 3)$ -ро барои қиматҳои x дар фосилаи байни ададҳои -1 ва 6 созед.

452. Графики функцияро созед:

а) $y = 8x$; б) $y = -8x$; в) $y = \frac{1}{8}x$; г) $y = -\frac{1}{8}x$.

453. Тағйирёбандаҳои x ва y мутаносиби ростаанд. Ҷадвалро пур кунед:

x	6	-3	4	-1	2
y				3	

454. Мутаносиби роста бо формулаи $y = \frac{1}{40}x$ дода шудааст:

а) агар $x = -40 ; 20; 40$ бошад, қимати мувофиқи y -ро ёбед;
 б) агар $y = -0,1; 0; 2$ бошад, қимати мувофиқи x -ро ёбед.

455. Ҷисм бо суръати доимии 12 км/соат ҳаракат дорад:
 а) формулаи вобастагии роҳи тайшуда S -ро аз вақти сарфшуда t нависед; б) ҷадвали қиматҳои S -ро ҳангоми $t = 2; 4; 6$ будан тартиб диҳед.

456. Графики функсияи $y = \frac{x}{12}$ -ро сохта муайян намоед, ки барои кадом қимати x қимати функсия: а) мусбат аст; б) манфӣ аст.

457. Графики функсияро созед:

а) $y = 6x$; в) $y = \frac{2}{3}x$; г) $y = \frac{3}{2}x$; д) $y = -\frac{4}{5}x$.

458. Графики функсияҳоро дар як системаи координатавӣ тасвир намуда, онҳоро бо ҳам муқоиса намоед:

а) $y = \frac{3}{5}x$; б) $y = -\frac{3}{5}x$; в) $y = 0,8x$; г) $y = -0,8x$.

459. Муайян намоед, ки графики функсия дар кадом чорак ҷойгир аст:

а) $y = -2x$; б) $y = \frac{2}{3}x$; в) $y = 0,65x$; г) $y = -0,5x$.

460. Функсияҳои $y = 7x$ ва $y = 7x + 3$ дода шудаанд. Графикҳои онҳоро дар як системаи координатавӣ тасвир намоед.

461. Нуқтаи буриши хати рости $x - 3y = 9$ -ро бо тирҳои координатавӣ муайян намоед.

462. Вобастагии мутаносибии роста ва вобастагии хатти бо формулаҳои $y = 7x$ ва $y = 7x - 35$ дода шудаанд. Графикҳои онҳоро сохта, нуқтаҳои буришашонро бо тирҳои координатавӣ муайян намоед.

463. Нуқтаҳои буриши хатҳоро ёбед:

а) $y = 0,5x$ ва $y = 3x + 2$; б) $y = -\frac{4}{5}x$ ва $y = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}$.

464. Кадоме аз нуқтаҳо дар графики функсияи $y = \frac{5}{8}x - 1$ ҷойгир аст: А(4; 3), В(0; -1), С(-8; 4), D (8; 4), Е (0; -1)?

465. Нуқтаҳои буриши хатҳоро бо тирҳои координатавӣ ёбед:

а) $5x - 7y = 35$; б) $7x + 4x = -28$.

466. Дар як системаи координатавӣ тасвир намоед:

а) $y = \frac{4}{7}x - 1$; б) $y = \frac{4}{7}x + 1$; в) $y = -\frac{4}{7}x$; г) $y = \frac{4}{7}(x - 1)$.

467. Дар графики функсияи $3x - 5y = 5$ нуқтаеро ёбед, ки: а) абсиссааш ба 16; б) ординатааш ба 12 баробар бошад.

468. Графикҳоро тасвир намуда фаҳмонед, ки кадоме аз онҳоро аз дигараш бо тарзи кучонидан ҳосил намудан мумкин аст:

а) $y = -3x$; б) $y = -3x + \frac{1}{3}$; в) $y = -3x - \frac{1}{3}$; г) $y = -3(x - 2)$.

469. Графикҳои функсияи хаттиро созед:

а) $y = x - 5$; б) $x + 2y = 2$; в) $-y = x - 2$; г) $6x - 2y = 8$.

470. Нуқтаи буриши чуфти графикҳоро ёбед:

а) $y = x - 3$ ва $y = 2x - 3$; б) $y = 2x - 5$ ва $y = 5x$.

471. Оё графикҳои функсияҳо бо ҳам бурида мешаванд:

а) $y = 4x + 9$ ва $y = 6x - 5$; б) $y = 12x - 7$ ва $y = 6x - 4$?

472. Оё нуқтаҳои $A(4; 1)$, $B(-3; 5)$, $C(1; 1)$, $D(-2; -17)$, $E(0; -5)$ дар графикҳои функсияи $y = 6x - 5$ ҷойгиранд?

473*. Мисоле биёред, ки дар он функсияи хаттии тири OY -ро дар нуқтаи буриши хати ростии зерин бо тири OY бурад:

а) $y = 2x - 5$; б) $y = -3x + 9$.

474. Графикҳои мутаносибии роста, ки бо графикҳои функсияи хаттии:

а) $y = -4x + 15$; б) $y = 6x - 12$

параллел аст, дар кадом чорякҳо ҷойгир аст?

475. Графикҳои функсия дар кадом чорякҳо ҷойгир аст.

а) $y = 11x$; б) $y = 5x - 6$; в) $y = -6x + 3$; г) $y = -4x + 0,4$?

476. Графикҳои функсияро созед:

а) $y = 6x - 2$; б) $y = 5x + 3$; в) $y = 3(x - 3) + 4$.

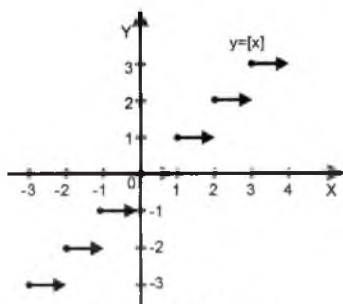
477. Графикҳои функсияҳои $y = 6x$ ва $y = 6x + 5$ -ро дар як системаи координатавӣ сохта, фаҳмонед, ки яке аз онҳо аз дигараш бо кадом тарз ҳосил карда мешавад.

478*. Графикҳои функсия аз графикҳои функсияи $y = |x - 1|$ бо кадом тарз ҳосил карда мешаванд (бо ибора фаҳмонед):

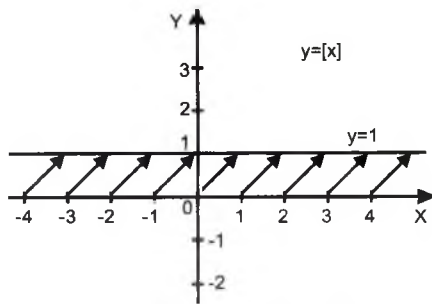
а) $y = 4|x - 1|$; б) $y = |x - 1| - 4$?

ҶАВОБҲО

274. $a + 5b = 100$. $b = \frac{100-a}{5}$. Соҳаи муайяниаш каратиҳои адади 5, ки аз 100 хурданд. 275. $S = 60t$. Қиматҳои мусбати t . 276. Ададҳои дилҳоқ. 277. $x \neq 3$. 278. $x = 10k + y$. Соҳаи муайяниаш ададҳои натуралии аз 10 калон, қиматҳои функсия рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 279. $y = 3 - \frac{3}{7}x$, $x = 7 - \frac{7}{3}y$. Соҳаи муайяниаш тамоми ададҳо. 281. а) $x \neq 0$; б) $x \neq 0$ ва $x \neq 1$. 282. а) $x = 15$; б) $y = 7$; в) $x = 0,5$. 283. 12 соат. 284. 8 соат. 296. $S = 8v$; а) $S = 48$ км. б) $v = 8$ км/соат. 297. $y = 16(15 - a)$. 300. 100 ва 110 л. 308. 42 ва 12 сола. 309. 27 ва 6 сола. 310. 180-то себ, 192-то нок, 144-то олу. 311. 9, 15 ва 12 рӯз. 312. 60; 90; 210 ва 240 га. 313. 4,8 кг. 314. 21,6 кг. 315. 38 бор. 319. а) 0. б) $-1/9$. 325. а) $x = 4$; б) $x = 36$. 333. $y = 1,8x + 32$. 336. а) $n < 3$; б) $n > 2$. 348. Ниг. ба расми 24 «а». 349. Ниг. ба расми 24 «б». 350. а) 0,078; б) 1. 351. а) 7; б) 11. 370. а) 17,6; б) 4,6. 377. а) $M(x,3)$; г) $Q(5,y)$. 378. а) $A(x,x)$; б) $B(x,2x)$; в) $C(x,0)$; г) $D(0,y)$. 383. $A(0;-5)$ ва $B(4;0)$. 384. $A(0;4)$ ва $B(20;0)$. 386. а) 0,542; б) 38,8. 388. 36%. 389. а) ё ҳар ду якбора чуфтанд ё ҳар ду якбора тоқ; б) ё ҳар ду якбора чуфтанд ё яке чуфт асту дигаре тоқ; в) ҳар ду чуфтанд; г) яке чуфту дигаре тоқ; д) ё ҳар ду тоқанд ё ки яке чуфт асту дигаре тоқ; е) чунин ду адад вуҷуд надорад. 394. 2. 395. -3. 396. 28. 397. $k=b=4$. 398. $y=16x+a$, агар $a < 0$ бошад. 399. Не. 403. а) $k=0$, вале b адади дилҳоқ; б) k ва b ададҳои дилҳоқ. 404. б) a адади дилҳоқ. 409. 54 км. 410. 192 км. 411. 30 т. 422. 118 км. 425. 26. 432. 280 см^3 . 438. 96 кг. 439. 145 кг. 449. Бале. 473. а) $y = 3x - 5$; б) $y = 5x + 9$. 474. а) II ва IV; б) I ва III.



Расми 24, «а».



Расми 24, «б».

БОБИ III

ДАРАҶАИ НИШОНДИҶАНДААШ НАТУРАЛИ

§ 1. ДАРАҶА ВА ХОСИЯТҶОИ ОН

19. Квадрат ва куби адад. Дараҷаи n -уми адади a

Ҳосили зарби якчанд адади баробарро *дараҷа* меноманд. Адади такроршаванда *асоси дараҷа* ва шумораи зарбшавандаҳо *нишондиҳандаи* дараҷа номида шудаанд.

Квадрати адад

Ҳосили зарби ду адади бо ҳам баробар квадрат ё дараҷаи дууми адад ном дорад:

$$a^2 = a \cdot a.$$

Мисоли 1. $\triangleleft 2^2 = 2 \cdot 2 = 4$; $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$;
 $(0,5)^2 = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$; $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$. $\triangleright$

Аз баробариҳои овардашуда аён аст, ки *барои адади дилхоҳи a квадрати он ҳамеша ба адади ғайриманфӣ баробар аст*. Барои адади мусбат ин фаҳмост. Квадрати адади манфӣ аз ҳосили зарби ду адади манфии баробар иборат аст, аз ин ру, ҳамеша адади мусбат аст.

Ҳамин тавр, квадрати ҳама ададҳое, ки аз нул фарқ доранд, адади ғайриманфӣ мебошанд: $a^2 \geq 0$.

Куби адад

Ҳосили зарби се адади бо ҳам баробар куб ё дараҷаи сеюми адад ном дорад:

$$a^3 = a \cdot a \cdot a.$$

Мисоли 2. $\triangleleft 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$; $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$;
 $(0,3)^3 = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,027$; $0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$. $\triangleright$

Аз ин баробариҳо аён аст, ки *дараҷаи сеюми адади мусбат боз адади мусбат буда, дараҷаи сеюми адади манфӣ адади манфист*.

Ҳамин тавр, барои адади дилхоҳи $a > 0$ нобаробарии $a^3 > 0$ ва барои адади дилхоҳи $a < 0$ нобаробарии $a^3 < 0$ ҷой дорад.

Дар ҳамин асос дараҷаи натуралии адади дилхоҳи a муайян карда мешавад.

Таъриф. *Ҳосили зарби n ($n > 1$) адади a дараҷаи n -уми*

адади a номида мешавад. Агар $n=1$ бошад, $a^1=a$ аст.

Адади a асос ва адади n нишондиҳандаи дараҷа номида мешаванд. Дараҷаи асосаш a ва нишондиҳандааш n ин тавр навишта мешавад: a^n .

Онро ҳамчун «дараҷаи n -уми адади a » ё «адади a бо нишондиҳандаи n » меҳонанд. Аз таърифи овардашуда квадрат ва куби ададро ҳосил намудан мумкин аст: $a^1 = a$; $a^2 = a \cdot a$; $a^3 = a \cdot a \cdot a$; $a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a$ ва ғ.

Дар ҳолати умумӣ чунин навишта метавонем:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n\text{-маротиба}}$$

Ҳисоб намудани қимати дараҷа амали бадараҷабардори ном дорад.

Мисоли 3. $\triangleleft 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$; $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$;
 $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$; $(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$. $\triangleright$

Тавре маълум гашт, ҳангоми ба дараҷа бардоштани адади манфӣ баъзан адади мусбат ҳосил мешаваду баъзан адади манфӣ. Масалан,

$(-2)^1 = -2$; $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$; $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ ва ғайра.

Адади манфӣ бо нишондиҳандаи ҷуфт ба адади мусбат баробар аст.

Ин аз он сабаб аст, ки шумораи ҷуфти ададҳои манфӣ бо ҳам зарб шуда, адади мусбатро ҳосил менамоянд:

$$(-a)^{2k} = \underbrace{(-a) \cdot (-a) \dots (-a)}_{2k\text{-маротиба}} > 0$$

Адади манфӣ бо нишондиҳандаи тоқ ба адади манфӣ баробар аст.

Дар ин маврид шумораи тоқи ададҳои манфӣ бо ҳам зарб шуда, адади манфиро ҳосил мекунанд:

$$(-a)^{2k-1} = \underbrace{(-a) \cdot (-a) \dots (-a)}_{2k-1\text{ маротиба}} < 0$$

Масалан, $(-4)^3 = (-4)(-4)(-4) = -64$; $(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$.

Адади 1 бо нишондиҳандаи дилхоҳ ба 1 ва адади 0 бо нишондиҳандаи дилхоҳи натуралӣ боз ба 0 баробар аст:

$$1^n = 1 \cdot 1 \cdot 1 \dots \cdot 1 = 1; \quad 0^n = 0 \cdot 0 \cdot 0 \dots \cdot 0 = 0.$$

Хулоса. Дараҷаи нишондиҳандааш дилхоҳи адади мусбат ва дараҷаи ҷуфти адади манфӣ боз адади мусбат буда, дараҷаи нишондиҳандааш тоқӣ адади манфӣ адади манфист.

Мисоли 4. Қимати ифодаи $3 \cdot 6^3 - 4 \cdot (-2)^4$ -ро ҳисоб мекунем.

1) $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$; 2) $3 \cdot 216 = 648$; 3) $(-2)^4 = 16$;
4) $4 \cdot 16 = 64$.

Пас, $3 \cdot 6^3 - 4 \cdot (-2)^4 = 648 - 64 = 584$. ▷

Саволҳо барои пурсиш

1. Квадрати адад гуфта чиро мефаҳманд? 2. Куби адад гуфта чиро мефаҳманд? 3. Дараҷаи n -умии адади a чист? Асос ва нишондиҳандаи дараҷаро дар мисоли мушаххас нишон диҳед. 4. Адади манфӣ бо нишондиҳандаи ҷуфт ба чӣ баробар аст? Мисол биёред. 5. Адади манфӣ бо нишондиҳандаи тоқ ба чӣ баробар аст? Бо мисол фаҳмонед.

479. Асос ва нишондиҳандаи дараҷаро нишон диҳед:

а) $2,5^3$; б) $(-2,3)^3$; в) 67^2 ; г) $(-80)^3$; д) $(-a)^7$; е) $(-b)^3$

480. Ҷадвали квадратҳои ададҳои бутуни аз -5 то 10 -ро тартиб диҳед.

481. Ҷадвали куби ададҳоро аз -5 то 10 -ро тартиб диҳед.

482. Ҷадвалро пур кунед:

n	0	1	2	3	4	5
2^n						
3^n						

483. Ададҳоро дар шакли квадрати ягон адад нависед:

64; 81; 0,81; 0,64; $\frac{16}{25}$; $\frac{49}{225}$; $1\frac{9}{16}$.

484. Дараҷаҳоро дар шакли квадрати ягон адад нависед:

2^4 ; 2^6 ; 3^4 ; 3^6 ; 4^1 ; 4^3 ; 5^4 ; 0^4 ; $(1\frac{1}{2})^4$.

485. Ададҳоро дар шакли куби ягон адад нависед:

27; 64; 125; -27; -216; $-\frac{1}{64}$; 1.

486. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷа нависед:

а) $(-9)(-9)(-9)$; б) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$; в) $(-\frac{1}{5})(-\frac{1}{5})(-\frac{1}{5})(-\frac{1}{5})$.

487. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷа нависед:

а) $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2$; б) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$;

в) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$; г) $(a + b)(a + b)(a + b)$.

488. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷа нависед:

а) $a \cdot a^2$; б) $b^3 \cdot b$; в) $d^2 \cdot d^3 \cdot d$; г) $c \cdot c^2 \cdot c^3$;
д) $x \cdot x^2 \cdot x^2$; е) $y \cdot y^3 \cdot y^3$.

489. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷаи асосаш 2 нависед:

а) $4 \cdot 8 \cdot 16$; б) $8 \cdot 16 \cdot 32$; в) $16 \cdot 32 \cdot 64$; г) $64 \cdot 128$.

490. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(-0,9)^2$; б) $-(0,9)^2$; в) $(-0,8)^3$; г) $-(-0,8)^3$.

491. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $5 \cdot 2^3$; б) $3 \cdot 4^2$; в) $5 \cdot 3^4$
г) $(-3) \cdot 2^5$; д) $6 \cdot 5^3$; е) $(-6) \cdot (-6)^3$.

492. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $2^3 + 3^3$; б) $3^4 + 10^2$; в) $8^3 + 7^2$;
г) $10^2 - 2^6$; д) $2 \cdot 3^4 - 3 \cdot 2^4$; е) $2 \cdot 3^5 + 5 \cdot 3^2$;

ё) $(1\frac{1}{3})^2 - (\frac{3}{4})^2$; ж) $\frac{5}{4} \cdot 0,4^2 - (-1)^{21}$.

493. Қимати ифодаро ёбед:

а) x^2 ; $-x^2$; $(-x)^2$, агар $x = -3$; 0 ; 3 бошад,
б) x^3 ; $-x^2$; $(-x)^2$, агар $x = -3$; 0 ; 3 бошад.

494. Қимати ифодаро, ҳангоми $x = -1$; 1 ; 2 будан ҳисоб кунед: а) $x^3 + x^2 + 1$; б) $x^3 - x^2 + 1$.

495. Ҳисоб кунед:

а) $2^4 + 3 \cdot 3^2$; б) $3^4 + 6 \cdot 3^2$; в) $8^2 - 3^2 - 16$; г) $6^4 - 3^3 - 2^2$;

496. Ҳисоб кунед:

а) $64 \cdot (2\frac{1}{4})^3$; б) $(-9) \cdot (\frac{2}{3})^3 \cdot 3$; в) $(3\frac{5}{6})^2 \cdot \frac{72}{529} \cdot 46$.

497. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $2^4 + \frac{2}{5}(1 - \frac{2}{5})$; б) $3^2 - \frac{1}{5}(2\frac{1}{2} - 2)$.

498. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{(2^4 + 3^2 - 4) \cdot 3}{63}$; б) $\frac{(4^3 - 3^3) \cdot 3(4^3 + 3^3) \cdot 2^2}{37 \cdot 91}$.

499. Муодиларо ҳал кунед: а) $2x^2 = 0$; б) $-4x^3 = 0$.

Машқҳо барои такрор

500. Муодиларо ҳал кунед :

а) $3 \cdot (6 - 2 \cdot x) = 2x - 5$; б) $5(7 - x) = 3x - (x - 1)$.

501. Дар як ҳалта 80 кг, дар ҳалтаи дигар 60 кг шакар буд. Аз ҳалтаи якум назар ба ҳалтаи дуюм 3 маротиба камтар шакар гирифтанд. Дар натиҷа миқдори шакари дар ҳалтаи якум боқимонда аз миқдори шакари дар ҳалтаи дуюм боқимонда 2 маротиба зиёд шуд. Аз ҳар ҳалта чӣ миқдори шакар гирифта шудааст?

502. Рақами даҳиҳои адади дурақама аз рақами воҳидҳояш 3 баробар калон аст. Агар ҷойҳои рақамҳои адад иваз карда шаванд, адади ҳосилшуда аз адади додашуда 36 воҳид хурд мешавад. Ин ададро ёбед.

503*. Дар секунҷа ду кунҷ ҳамчун 4:5 нисбат доранд. Агар кунҷи сеюм ба суммаи онҳо баробар бошад, бузургии ҳар се кунҷ ёфта шавад.

504. Ҳисоб кунед:

а) $3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{9} - 7\frac{1}{36} : 1\frac{2}{9}$; б) $(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}) \cdot 3\frac{3}{5} - 5\frac{5}{6}$.

20. Зарб ва тақсими дараҷаҳо

Ифодаҳои a^2 ва a^4 асосҳои баробар, вале нишондиҳандаҳои нобаробар доранд. Ҳосили зарби онҳоро дар шакли дараҷаи аз ҳамон асос иборат навиштан мумкин аст:

$$a^2 \cdot a^4 = (a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$$

Пас,

$$a^2 \cdot a^4 = a^6.$$

Ҳамин тариқ, ҳосили зарби a^2 ва a^4 ба дараҷаи асосаш ҳамон адади a ва нишондиҳандааш аз суммаи нишондиҳандаҳои дараҷаҳои a^2 ва a^4 иборат баробар шуд. Ҳосили зарби дараҷаҳои дилхоҳи асосҳояшон баробар ҳамин ҳосиятро соҳиб мешавад.

Қоидаи 1. *Барои зарб задани дараҷаҳои асосҳояшон баробар асосро як маротиба навишта, нишондиҳандаҳои дараҷаҳоро ҷамъ намудан лозим аст:*

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Барои исботи баробарии охирин аз таърифи дараҷа ва хосиятҳои амали зарб истифода мебарем. Ифодаи $a^n \cdot a^m$ -ро аввал дар шакли зарбшавандаҳои баробар ва баъд дар шакли дараҷа менависем:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n - \text{маротиба}}, \quad a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{m - \text{маротиба}},$$

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \dots a)}_{n - \text{маротиба}} \underbrace{(a \cdot a \cdot a \dots a)}_{m - \text{маротиба}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n+m - \text{маротиба}} = a^{n+m}$$

Ҳамин тавр, $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ мешавад.

Баробарии ҳосилшударо хосияти асосии дараҷаҳо меноманд. Вайро барои се ва аз ин зиёд зарбшаванда низ навиштан мумкин аст. Масалан, хосияти номбурда барои зарбшавандаҳои a^n , a^m ва a^p ин тавр аст:

$$a^n \cdot a^m \cdot a^p = a^{n+m} \cdot a^p = a^{(n+m)+p} = a^{n+m+p}$$

Мисоли 1. <Аз рӯи хосияти асосии дараҷаҳо

а) $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$; б) $0,3^3 \cdot 0,3^2 = (0,3)^{3+2} = (0,3)^5 = 0,00243$; в) $(-3)^3 \cdot (-3)^4 = (-3)^{3+4} = (-3)^7 = -2187$ мешавад.>

Ифодаҳои a^5 ва a^3 асосҳои баробар, вале нишондиҳандаҳои нобаробар доранд. Ҳосили тақсими онҳоро дар шакли дараҷаи аз ҳамаи асос иборат навиштан мумкин аст. Дар ҳақиқат, азбаски $a^3 \cdot a^2 = a^5$ аст, пас дар асоси таърифи тақсим баробарии $a^5 : a^3 = a^2$, яъне $a^5 : a^3 = a^{5-3}$ -ро ҳосил мекунем.

Ҳамин тавр, ҳосили тақсими $a^5 : a^3$ ба ифодаи дараҷааш ҳамаи асосу нишондиҳандааш ба фарқи нишондиҳандаҳои тақсимшаванда ва тақсимкунанда баробар оварда шуд. Ҳосили тақсими дараҷаҳои дилхоҳи асосҳояшон баробар ҳамин хосиятро соҳибанд.

Барои адади дилхоҳи ғайринулии a ва ададҳои дилхоҳи натуралии $n > m$ баробарии $a^n : a^m = a^{n-m}$ дуруст аст.

<Барои исботи ин нишон медиҳем, ки $a^{n-m} \cdot a^m = a^n$ аст.

Мувофиқи хосияти асосии дараҷаҳо $a^{n-m} \cdot a^m = a^{(n-m)+m} = a^{n-m+m} = a^n$ мешавад. Пас дар асоси таърифи амали тақсим

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

Аз хосияти овардашуда қоидаи тақсими дараҷаҳо ҳосил мешавад.>

Қоидаи 2. Барои тақсим намудани дараҷаҳои асосҳояшон баробар, асосро як маротиба навишта, дар ҷои нишондиҳандаи натиҷа фарқи нишондиҳандаҳои дара-

ҷаҳои тақсимшаванда ва тақсимкунандаро навиштан лозим аст.

Мисоли 2. $\triangleleft$ а) $3^6 : 3^2 = 3^{6-2} = 3^4 = 81$;

б) $8^5 : 8^3 = 8^{5-3} = 8^2 = 64$;

в) $(-13)^8 : (-13)^6 = (-13)^{8-6} = (-13)^2 = 169$. $\triangleright$

Қайд: Қоидаи тақсими дараҷаҳоро мо барои ҳолати нобаробар будани нишондиҳандаҳои дараҷаҳои тақсимшаванда ва тақсимкунанда овардем. Дар он $n > m$ аст. Агар қоидаи мазкурро ба тақсими $a^n : a^m$ татбиқ намоем, баробарии $a^n : a^m = a^{n-m} = a^0$ -ро ҳосил мекунем. Азбаски ҳангоми $m = n$ будан, барои ҳар гуна адади натуралии n ҳосили тақсими $a^n : a^n = 1$ аст, пас таърифи зеринро ҳосил мекунем:

Таъриф. *Ҳар гуна адади ғайринулӣ бо нишондиҳандаи нул ба 1 баробар аст. Ифодаи 0^0 маъно надорад.*

Мисоли 3. $\triangleleft 2^0 = 1$; $(-2, 1)^0 = 1$; $(\frac{3}{2})^0 = 1, 5^0 = 1$; $(-\frac{3}{5})^0 = 1$.

$\triangleright$ Саволҳо барои пурсиш

1. Дараҷаҳои асосҳояшон баробару нишондиҳандаҳояшон нобаробар чӣ тавр бо ҳам зарб мешаванд? 2. Кадом баробариро ҳосияти асосии дараҷаҳо меноманд? 3. Дараҷаҳои асосҳояшон баробару нишондиҳандаҳояшон нобаробар чӣ тавр тақсим мешаванд? 4. Адади дилхоҳи ғайринулӣ бо нишондиҳандаи нул ба чанд баробар аст? Оё адади 0^0 маъно дорад?

505. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

- а) $a^3 \cdot a^5$; б) $b^4 \cdot b^2$; в) $c^4 \cdot c^2$; г) $d^2 \cdot d^6$;
д) $p^3 \cdot p^8$; е) $q^3 \cdot q^6$; ё) $2^5 \cdot 4$; ж) $3^2 \cdot 3^4$.

506. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

- а) $m^2 \cdot m^8$; б) $n^4 \cdot n^4$; в) $k^7 \cdot k^{13}$; г) $t \cdot t^{11}$;
д) $x^3 \cdot x^{17}$; е) $y^{14} \cdot y^2$; ё) $5^3 \cdot 5$; ж) $3^4 \cdot 3^6$.

507. Ифодаи a^{24} -ро ҳамчун ҳосили зарби ду дараҷаи асосҳояшон баробар нависед, ки яке аз онҳо чунин бошад:

- а) a^8 ; б) a^4 ; в) a^{16} ; г) a^{23} .

508. Дараҷаро бо ягон тарз дар шакли ҳосили зарби дараҷаҳои ҳамон як асос нависед: а) b^6 ; б) b^{11} ; в) b^{15} ; г) 8^6 .

509. Ифодаи p^6 -ро бо кадом тарзҳо ба намуди дараҷаҳои асосашон p навиштан мумкин аст?

510. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

- а) $x^3 \cdot x^3 \cdot x^5$; б) $y^2 \cdot y^4 \cdot y^6$; в) $m^2 \cdot m^3 \cdot m^6$;
г) $10 \cdot 10^3 \cdot 10^2$; д) $4^3 \cdot 4^2 \cdot 4^5$. е) $p \cdot p^3 \cdot p^6$;

511. Ифодаро дар шакли дараҷа нависед:

- а) $n^3 \cdot n^4 \cdot n^6$; б) $b^5 \cdot b^3 \cdot b^2$; в) $a^7 \cdot a^0 \cdot a_3$;
г) $q^3 \cdot q^3 \cdot q^5$; д) $7^3 \cdot 7^5 \cdot 7$; е) $5^0 - 5^{11} \cdot 5^{10}$.

512. Ифодаро дар шакли дараҷа нависед:

- а) $4^6 \cdot 16$; б) $2^8 \cdot 32$; в) $5^{12} \cdot 125$; г) $3^6 \cdot 81$; д) $(0,2)^4 \cdot 0,04$.

513. Ифодаро дар шакли дараҷаи асосаш 2 нависед:

- а) $2^3 \cdot 64 \cdot 1/2$; б) $2^5 \cdot 4 \cdot 5^0$; в) $16 \cdot 64 \cdot 128$.

514. Ифодаро дар шакли дараҷаи асосаш 3 нависед:

- а) $3 \cdot 3^7$; б) $9 \cdot 27 \cdot 3^4$; в) $27 \cdot 81 \cdot 729$.

515. Ифодаро дар шакли дараҷаи асосаш a нависед:

- а) $a \cdot a^6$; б) $a^2 \cdot a^6 \cdot a^3$; в) $a^4 \cdot a \cdot a^0$; г) $a^6 \cdot a^2 \cdot a^{16}$.

516. Ҳосили тақсимро дар шакли дараҷа нависед: а) $a^5 : a^4$;

- б) $b^7 : b^2$; в) $c^9 : c^4$; г) $d^{11} : d^8$; д) $2^7 : 2^4$; е) $3^6 : 3^5$.

517. Амали тақсимро иҷро намоед:

- а) $p^8 : p^6$; б) $q^{14} : q^9$; в) $x^{14} : x^{13}$;
г) $y^8 : y^1$; д) $10^{12} : 10^8$; е) $3,2^{13} : 3,2^{13}$.

518. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $6^{19} : 6^7$; б) $10^{12} : 10^8$; в) $0,7^{10} : 0,7^8$;
г) $(1,54)^{13} : (1,54)^{11}$; д) $(\frac{1}{2})^8 : (-\frac{1}{2})$; е) $(-\frac{3}{8})^5 : (-\frac{3}{8})^3$.

519. Ҳисоб кунед:

- а) $\frac{7^3 \cdot 4}{7}$; б) $\frac{8^6 \cdot 6}{8^5}$; в) $\frac{0,5^7 \cdot 3}{0,5^3}$; г) $\frac{0,3^3 \cdot 7}{(0,3)^2}$.

520. Ифодаро содда кунед:

- а) $a^n \cdot a^3$; б) $b^2 \cdot b^m$; в) $x \cdot x^n$; г) $y^6 : c^m$.

521. Қимати ифодаро ёбед: а) $3x^0$, агар $x=1,5$ бошад;

- б) $-2,4y^0x$, агар $x=4$ ва $y=2$ бошад; в) $-6a^2b^0$, агар $a=-2$ ва $b=5$ бошад.

522. Амалҳоро иҷро намоед: а) $a^5 \cdot a^0 : a^3$; б) $b^4 : b^0 \cdot b$;

- в) $c^5 : c^3 \cdot c^2$.

Машқҳо барои тақрор

523. Графики функсияро дар як системаи координатавӣ созед:

- а) $y = 6x$; б) $y = -6x$; в) $y = \frac{1}{6}x$; г) $y = -\frac{1}{6}x$.

524. Формулаи функсияро нависед, ки графикаш бо хати рости $y = 2x - 6$ параллел бошад.

525. Нуқтаи буриши хатҳои ростро ёбед:

а) $y = 3x - 5$ ва $y = -2x + 10$; б) $y = -\frac{3}{8}x + 2$ ва $y = \frac{1}{4}x + 6$.

526. Хати рости $y = 6$ дар ҳамвори координатавӣ бо кадом тири координатавӣ параллел аст. Графикашро тасвир намоед.

527. Графики функсияи $y = \frac{2x-1}{3}$ -ро созед. Аз руи он муайян намоед: а) барои кадом қимати x қимати функсия ба 6 баробар аст б) барои кадом қимати y қимати x ба 0 баробар аст?

21. Ба дараҷа бардоштани дараҷа ва ҳосили зарб

Ифодаи $(a^3)^2$ аз дараҷае иборат аст, ки асосаш, дар навбати худ, дараҷа мебошад. Аз таърифи дараҷа истифода бурда, онро ба намуди дараҷаи асосаш a навиштан мумкин аст:

$$(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = a^{3+3} = a^6.$$

Айнан ҳамин тавр нишон додан мумкин аст, ки

$$(a^2)^4 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^{2+2+2+2} = a^8 \text{ аст.}$$

Ҳамин тавр, мо дараҷаҳоеро ҳосил намудем, ки асосашон ҳамон асоси дараҷаи аввала аст. Агар дар мисоли аввал нишондиҳандаи дараҷа ба ҳосили зарби 3 ва 2 баробар бошад, пас дар мисоли дуюм ба ҳосили зарби 2 ва 4 баробар аст.

Нишон медиҳем, ки барои адади дилхоҳи a ва ададҳои дилхоҳи натуралии n, m баробарии $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ дуруст аст.

Маълум аст, ки $(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot a^n \dots a^n}_{m\text{-маротиба}}$ мебошад. Ифодаи

a^n дар навбати худ аз n -то зарбшавандаи a иборат аст. Ҳаминро дар назар дошта менависем:

$$\underbrace{a^n \cdot a^n \cdot a^n \dots a^n}_{m\text{-маротиба}} = a^{\overbrace{n+n+n+\dots n}^{m\text{-маротиба}}}$$

Азбаски $n+n+n+\dots+n=n \cdot m$ аст, аз хосияти асосии дараҷаҳо хулоса мебарояд, ки

$$a^{n+n+n+\dots+n} = a^{n \cdot m} \text{ мешавад. } \triangleright$$

Қоидаи 1. Барои ба дараҷа бардоштани дараҷа асоси

дараҷаро бетағйир гузошта, нишондиҳандаҳоро зарб задан лозим аст.

Мисоли 1. $\triangleleft$ Ифодаи $(3^4)^5$ -ро ҳамчун дараҷаи асосаш 3 менависем:

$$(3^4)^5 = 3^{4 \cdot 5} = 3^{20}.$$

Қоидаи мазкур барои дараҷаи асосаш ғайринули, вале нишондиҳандааш нул низ ҷой дорад: $(a^0)^3 = a^{0 \cdot 3} = a^0 = 1$

Ифодаи $(a \cdot b)^3$ аз дараҷаи сеюми ҳосили зарби a ва b иборат аст. Аз хосияти асосии дараҷаҳо истифода бурда, онро ба намуди ҳосили зарби дараҷаҳои сеюми ададҳои a ва b навиштан мумкин аст:

$$(ab)^3 = (ab)(ab)(ab) = (a \cdot a \cdot a)(b \cdot b \cdot b) = a^3 \cdot b^3.$$

Ҳамин тавр, дараҷаи сеюми ҳосили зарби ададҳои a ва b ба ҳосили зарби дараҷаҳои сеюми онҳо баробар аст.

Нишон медиҳем, ки барои ададҳои дилхоҳи a ва b , инчунин адади дилхоҳи натуралии n , баробарии зерин дуруст аст:

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n.$$

$\triangleleft$ Мувофиқи таърифи дараҷа ифодаи $(ab)^n$ аз ҳосили зарби n зарбшавандаи ab иборат аст:

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab) \dots (ab)}_{n\text{-маротиба}}$$

Зарбшавандаҳои a ва b -ро муттаҳид намуда, ҳосил менамоем:

$$\underbrace{(ab)(ab)(ab) \dots (ab)}_{n\text{-маротиба}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{n\text{-маротиба}} \underbrace{(b \cdot b \cdot b \cdot b)}_{n\text{-маротиба}} = a^n \cdot b^n$$

Дар асоси таърифи дараҷа менависем:

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n.$$

Қоидаи 2. *Барои ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб, ҳар як зарбшавандаро ба ҳамин дараҷа бардошта, натиҷаҳоро зарб задан лозим.*

Масалан, барои ба дараҷаи n бардоштани ҳосили зарби ададҳои a ; b ва c баробарии зерин дуруст аст:

$$(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n.$$

Мисоли 2. $\triangleleft$ Ҳосили зарби $(2 \cdot 7) \cdot a$ -ро ба дараҷаи 3

мебардорем:

$(2 \cdot 7 \cdot a)^3 = 2^3 \cdot 7^3 \cdot a^3 = 8 \cdot 343 \cdot a^3 = 2744 a^3$. Ба ҳамин монанд
 $(3 \cdot 5 \cdot 0,6)^3 = 3^3 \cdot 5^3 \cdot 0,6^3 = 27 \cdot 125 \cdot 0,216 = 729$;

$$(0,2 \cdot 2\frac{3}{4} \cdot 14,2)^0 = 1. \triangleright$$

Аз қоидаи ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб истифода бурда, қоидаи ба дараҷа баддоштани ҳосили тақсими дараҷаҳои асосҳояшон гуногунро ҳосил намудан мумкин аст:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(a \cdot \frac{1}{b}\right)^n = a^n \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ зеро } 1^n = 1 \text{ мебошад.}$$

Хулоса: Барои ба дараҷа бардоштани каср сурату махраҷи онро ба ҳамон дараҷа бардошта натиҷаи суратро ба натиҷаи махраҷ тақсим намудан лозим.

Мисоли 3. Қимати ифодаи $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ -ро меёбем.

$$\triangleleft \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64} = 0,421875.$$

Ба ҳамин монанд:

$$\text{а) } (0,25)^4 = \left(\frac{25}{100}\right)^4 = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{256} = 0,039625;$$

$$\text{б) } \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243} = 0,1316872. \triangleright$$

Саволҳо барои пурсиш

1. Дараҷаро чи тавр ба дараҷа мебардоранд? Бо мисолҳо фаҳмонед. 2. Ҳосили зарбро чи тавр ба дараҷа мебардоранд? Бо мисолҳо фаҳмонед. 3. Оё қоидаи ҳосилшуда барои дараҷаҳои нишондиҳандаашон нул дуруст аст? Бо мисолҳо фаҳмонед. Касро чи тавр ба дараҷа мебардоранд?

528. Ба дараҷа бардоред:

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| а) $(a^3)^4$; | б) $(b^2)^7$; | в) $(c^7)^4$; | г) $(d^2)^8$; |
| д) $(m^6)^5$; | е) $(n^3)^8$; | ё) $(6^2)^2$; | ж) $(5^3)^4$. |

529. Ба дараҷа бардоред:

- | | | |
|---------------------|------------------------------|----------------------|
| а) $(2^3)^4$; | б) $(3^2)^3$; | в) $(4^2)^5$; |
| г) $((-0,5)^4)^4$; | д) $((-1\frac{1}{2})^2)^5$; | е) $((-3,32)^3)^0$. |

530. Дар шакли дараҷаи асосаш x нависед:
а) $(x^5)^3$; б) $x^7 \cdot x^3$; в) $(x^4)^6$; г) $(x^6)^4$.

531. Дар шакли дараҷа нависед:
а) $a^n \cdot a^5$; б) $a \cdot a^m$; в) $a^3 \cdot a^p$; г) $(a^n)^3$.

532. Дар шакли дараҷаи асосаш 3 нависед:
а) 27^2 ; б) 81^3 ; в) 729^5 ; г) $(0,01)^0$.

533. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:
а) $(xy)^5$; б) $(xyz)^4$; в) $(2a)^5$;
г) $(3bc)^4$; д) $(-5v)^3$; е) $(-6,3)^3$.

534. Ҳосили зарбро ба дараҷа бардоред:
а) $(-x)^3 \cdot y^3 \cdot z^3$; б) $x \cdot (x^4)^2$; в) $y^2 \cdot (y^3)^5$;
г) $(z^2)^4 \cdot z^6$; д) $t^2 \cdot (t^3)^2 \cdot t$; е) $3^2 \cdot a^2 \cdot b^2$.

535. Агар тарафи квадрат: а) 3; б) 5; в) n маротиба зиёд шавад, масоҳати он чанд маротиба зиёд мешавад?

536. Агар дарозии тегаи куб: а) 2; б) 5; в) m маротиба зиёд шавад, ҳаҷми он чанд маротиба зиёд мешавад?

537. Исбот намоед, ки квадрати ададҳои бо ҳам муқобил бо ҳам баробару куби ададҳои бо ҳам муқобил бо ҳам муқобиланд.

538*. Исбот намоед, ки дараҷаи чуфти ададҳои бо ҳам муқобил бо ҳам баробару дараҷаи тоқи онҳо бо ҳам муқобиланд.

539*. Исбот кунед, ки рақами охирини дараҷаи панҷуми адади дилхоҳи натуралӣ ба рақами охирини ҳуди адад баробар аст.

540. Содда кунед:
а) $a^3 \cdot (a^2)^3$; б) $(b^3)^5 \cdot b^4$; в) $(y^3)^4 \cdot (y^4)^3$; г) $(c^2)^0 \cdot c^6$;

541. Амалҳоро иҷро намоед:
а) $(3 \cdot 10)^3$; б) $(4 \cdot 5)^3$; в) $(3 \cdot 8)^4$;

542. Қимати ифодаро ёбед:
а) $2^4 \cdot 3^4$; б) $(4 \cdot 25)^3$; в) $4^2 \cdot 25^2$.

543. Амалҳоро иҷро намоед:
а) $\frac{2^3 \cdot (2^4)^3 \cdot 512}{(2^3)^8}$; б) $\frac{3^4 \cdot (3^2)^3 \cdot 729}{27^4}$; в) $\frac{5^3 \cdot (5^2)^4 \cdot 625}{(5^4)^3}$.

Машқҳо барои такрор

544. Графики функцияҳоро дар як системаи координатавӣ тасвир намоед:

а) $y = 0,4x$; б) $y = -0,4$; в) $y = 0,4x + 1$; г) $y = -0,4x + 1$.

545. Муодиларо ҳал кунед:
а) $3(2x-5)=14x+6$; б) $-2(x-0,6)=-x+3$.

546. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $(2,4 \cdot 0,5 - 2 : \frac{1}{2}) : 0,1$; б) $0,27 + 0,03 \cdot (2 - 15\frac{1}{3})$.

547. Ададиро ёбед, ки:

- а) бо фарқи 6 ва $\frac{1}{2}$ чаппа аст; б) аз фарқи $\frac{3}{4}$ ва $\frac{5}{6}$ 7 воҳид хурд аст; в) бо ҳосили зарби 3,6 ва 2,4 муқобил аст.

548. Формулаи адади натуралиеро нависед, ки ҳангоми онро: а) ба 10 тақсим намудан, дар бақия 4 ҳосил шавад; б) ба 6 тақсим намудан, дар бақия 5 ҳосил шавад.

§ 2. ЯКАЪЗОГИ

22. Якаъзоги ва шакли стандартии навишти он

Дар «Математика»-и синфи 6, п. 9.2 якаъзоги (якузва) ҳамчун ифодае муаррифӣ шуд, ки танҳо амалҳои зарбу бадараҷабардориро дарбар гирифтааст.

Ифодаҳои $2a^2x$; $-5ax^2$; $-ax$; $-3a^5$, ки аз ҳосили зарби ададҳо, тағйирёбандаҳо ва дараҷаҳои онҳо тартиб ёфтаанд, бисёраъзогиро ташкил медиҳанд.

Таъриф. *Ифодае, ки танҳо амалҳои зарбу бадараҷабардориро дарбар гирифтааст якаъзоги (якузва) номида мешавад.*

Мисоли 1. Ададҳои a ва $-a$ -ро ҳамчун $a=1 \cdot a$ ва $-a=(-1) \cdot a$ фаҳмидан мумкин аст. Аз ин ру, ҳарф ё адади алоҳида (тағйирёбандаи алоҳида) якаъзоги мебошад.

Ифодаи $\frac{1}{3}a^2b \cdot (-2) \cdot ab^3$ низ якаъзогист. Дар асоси хосияти асосии дараҷаҳо, қоидаи ба дараҷа бардоштани дараҷа, ҷойҳои ҳарфҳою ададҳои дар онҳо омадаро иваз намуда, онро ба шакли дилхоҳ овардан мумкин:

$$\frac{1}{3}a^2b \cdot (-2) \cdot ab^3 = \frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot a^2 \cdot a \cdot b^3 \cdot b = -\frac{2}{3}a^{2+1} \cdot b^{3+1} = -\frac{2}{3}a^3 \cdot b^4$$

Ҳамин тавр, мо дар ҷои аввали якаъзоги зарбшавандаи

$-\frac{2}{3}$ ва дар ҷойҳои минбаъда зарбшавандаҳои ҳарфиро ҳосил намудем. Дар чунин маврид мегӯянд, ки *якаъзоги* ба шакли стандартӣ оварда шудааст. *Якаъзогии* $-2a^3b^2$ дар шакли стандартӣ навишта шудааст.

Якаъзогии $3x \cdot 0,5 \cdot y^3x$ гарчанде бо зарбшавандаи ададӣ оғоз ёфта бошад ҳам, шакли стандартиро нагирифтааст, зеро дар ҷои сеюми навишташ зарбшавандаи ададии 0,5 омадааст. Онро ба шакли стандартӣ оварда, *якаъзогии* $1,5y^3x^2$ -ро ҳосил менамоем.

Ададҳо ва ҳарфҳои алоҳида, дараҷаҳои онҳо шакли стандартиро доранд: масалан, 2; $-0,03$; x ; $-x^2$; $-p$; $-p^3$; c^0 ва ғайра.

Якаъзогии дилхоҳро бо роҳи иваз намудани ҷойҳои ҳарфҳоро рақамҳояш, иҷро намудани амалҳо, ба шакли стандартӣ овардан мумкин аст.

Зарбшавандаи ададиеро, ки пеш аз зарбшавандаи ҳарфи омадааст, *коэффитсиенти* *якаъзоги* меноманд.

Масалан, *коэффитсиенти* *якаъзогии* $8x^2ay^2$ ба 8 баробар аст. *Коэффитсиенти* x ба 1, вале $-x$ ба -1 баробар мебошад.

Агар ду *якаъзоги* аз ҳамдигар танҳо бо *коэффитсиент*-ҳояшон фарқ дошта бошад халос, *якаъзогиҳои монанд* номида

мешаванд. Масалан, x бо $-x$; $\frac{1}{2}x$ бо $-1\frac{3}{4}x$; $-\frac{x^2}{6}$ бо $3x^2$ монанданд.

Якаъзогии ab бо *якаъзогии* $+a^2b$ монанд нест: онҳо *коэффитсиентҳои* баробар дошта бошанд ҳам, дараҷаҳои a гуногун аст.

Суммаи нишондиҳандаҳои ҳамаи тағйирёбандаҳои *якаъзогии* $3x^2y^2abc^3$ ба $2+2+1+1+3=9$ баробар аст. Дар *якаъзогии*

$\frac{x^4}{5}$ бошад, нишондиҳанда 4 аст.

Ҳосили ҷамъи нишондиҳандаҳои тағйирёбандаҳои *якаъзогӣ* *дараҷаи* *якаъзогӣ* номида мешавад.

Мисоли 2. <Дараҷаи *якаъзогии* $3a^4b^3c$ ба 8, дараҷаи *якаъзогии* $a^3 \cdot b^0$ ба 3 баробаранд. Адад ё тағйирёбандаи алоҳида, дараҷаҳои гуногуни онҳо, ифодаҳои ададии алоҳида *якаъзогиҳои* дорои дараҷаи нул мебошанд. Масалан, дараҷаи

ифодаҳои $2 \cdot 3^2$; $\frac{3 \cdot 12^2}{40,1}$ ба нул баробар мебошад. $\triangleright$

Ҳам коэффитсиенту ҳам дараҷаи якъзогии 0 ба нул баробар аст.

Саволҳо барои пурсиш

1. Якъзогӣ чист? Бо мисол фаҳмонед. 2. Оё адади алоҳида ё тағйир-ёбандаи алоҳида якъзогӣ мешавад? Инро шарҳ диҳед. 3. Шакли стандартӣ якъзогӣ чист? Бо мисол фаҳмонед. 4. Коэффитсиенти якъзогӣ чист? 5. Якъзогиҳои монанд гуфта чиро мефаҳмем?

549. Кадоме аз ифодаҳо якъзогист:

а) $1,5x^2a$; б) $a^2 + a$; в) $2b^2 + 1$; г) $b \cdot (-2,5)$; д) $d-b$?

550. Оё якъзогӣ дар шакли стандартӣ навишта шудааст:

а) $5ab$; б) $-3bca$; в) $-abba$; г) $2\frac{1}{2}xy$; д) $-x^3z^3$; е) $6xy^3z^0$?

551. Якъзогиро дар шакли стандартӣ нависед:

а) $a^3va\theta^4$; б) $-xy^3 \cdot (xy)$; в) $(pn) \cdot (pn) \cdot m$; г) $0,3n^2m^3 \cdot \frac{10}{3}n$.

552. Якъзогиро дар шакли стандартӣ навишта, коэффитсиенташро нишон диҳед:

а) $-0,3 \cdot a^4 \cdot a^2$ б) $2b \cdot c \cdot (-2,5) \cdot b$; в) $\frac{2}{3}n^2m^2 \cdot 4,5n^3$.

553. Якъзогиро дар шакли стандартӣ нависед:

а) $3xx^3x$; б) $-8bc(\frac{2}{5})b^2$; в) $0,45ap \cdot 4a^2p$;
г) $10x^2z^2 \cdot (-2,1z^2)$; д) $-2n^5 \cdot 0,5nm^2$; ё) $-0,1 \cdot m^0 \cdot n^0 \cdot p$.

554. Қимати якъзогиро ёбед:

а) $3x^3$, агар $x=0,5$ бошад; б) $-0,9y^3$, агар $y=0,3$ бошад.

555. Қимати якъзогиро ёбед:

а) $3,2n^2$, агар $n=0,5$ бошад; б) $-0,5m^3$, агар $m=0,6$ бошад.

556. Бари росткунҷа аз дарозиаши 12 маротиба хурд аст. Масоҳати онро бо воситаи бараш ифода намоед.

557. Периметри квадратро 4 маротиба зиёд намуданд. Масоҳати он чӣ гуна тағйир ёфт?

558. Ҳаҷми параллелолипеди росткунҷаро ёбед, агар бараш 1,6 см, дарозиаши 5,2 см ва баландиаш 0,4 см бошанд.

559. Яке аз тарафҳои росткунҷаро 10 маротиба дароз намуда, тарафи дигари онро 10 маротиба кутоҳ намуданд. Масоҳат ва периметри росткунҷа чӣ гуна тағйир ёфтанд?

560. Дарахт 5 шох дорад. Ҳар як шох 3-тоғи шохча дорад. Дар ҳар як шохча 4-тоғи себ овезон аст. Дарахт ҳамагӣ чандто себ дорад?

561. Ҳавз се қубури обдaro дорад. Дар ҳар дақиқа бо қубури якум 5 л, бо қубури дуум 6 л ва бо қубури сеюм 10 л об вориди ҳавз мегардад. Дар 3 соат ба ҳавз чӣ қадар об ворид мешавад?

562. Якаъзогиҳои монандро нишон диҳед:

- а) $0,3xy^2$; б) $x^2 y^2$; в) $-3x^2 y$; г) $0,1x^2 y^2$;
д) $-x^2 y^2$; е) $-\frac{1}{2}x^2 y$; ё) $\frac{3}{5}x^2 y$; ж) $x \cdot y^2$.

563. Дараҷаи якаъзогиро муайян намоед:

- а) xyz ; б) $-2x^3 y^3 z^5$; в) $-3(abc)^0$; г) $-0,25 \cdot m^4 \cdot n^0$.

Машқҳо барои такрор

564. Графики функцияҳоро дар як системаи координатавӣ тасвир намоед:

а) $y=ax+3$, агар $a=-1$; 5; 0 бошад;

б) $y=5x-b$, агар $b=-1$; 1; $\frac{3}{2}$ бошад.

565. Графики функцияи $y=kx-2$ аз нуқтаи $M(-2; 1)$ мегузарад. Қимати k -ро ёфта, графики функцияро созед.

566. Оё нуқтаҳои $A(-3; 1)$; $B(5; 4)$ ва $C(-1; 10)$ дар графики функцияи $y = \frac{3}{8}x + 2\frac{1}{8}$ ҷойгиранд?

567. Графики функцияро насохта, нуқтаҳои буриши онро бо тирҳои координатавӣ ёбед: а) $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1$; б) $\frac{x}{10} - \frac{y}{9} = 1$.

568. Нуқтаи буриши графики функцияҳои $y=x-12$ ва $y=9x-7$ -ро ёбед.

23. Зарби якаъзогиҳо. Ба дараҷа бардоштани якаъзоги

Зарби якаъзогиҳо дар асоси қонунҳои ҷойивазкунӣ ва гуруҳбандии зарб (п. 5) ва хосиятҳои дараҷаҳо (пп. 19—21) иҷро карда мешавад.

Мисоли 1. Якаъзогии $-3a^3b^4$ -ро бо якаъзогии $2a^2 \cdot b^6$ зарб мезанем.

◁ Аз хосияти асосии дараҷаҳо $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ва $b^4 \cdot b^6 = b^{10}$ мебошад. Коэффитсиенти якаъзогии натиҷа ба $(-3) \cdot 2$ ё худ ба -6 баробар аст.

Ҳаминро ба эътибор гирифта, якаъзогиҳоро бо ҳамдигар зарб мезанем: $(-3a \cdot b^4) \cdot (2a^2 \cdot b^6) = (-3) \cdot 2 \cdot (a \cdot a^2) \cdot (b^4 \cdot b^6)$. Айнан ҳамин тавр, се ва зиёда аз он якаъзогиҳо зарб карда мешаванд. ▷

Мисоли 2. Якаъзогиҳои $-x^3 \cdot y$, $3x^4 \cdot y^3$ ва $-5,3x \cdot y^2$ -ро бо ҳам зарб мезанем:

◁ Дар асоси хосияти асосии дараҷаҳо $x^3 \cdot x^4 \cdot x = x^8$, $y \cdot y^3 \cdot y^2 = y^6$ ва $(-1) \cdot 3 \cdot (-5,3) = 15,9$ мебошад. Бинобар ҳамин $-x^3 \cdot y \cdot 3x^4 \cdot y^3 \cdot (-5,3) \cdot x \cdot y^2 = (-1) \cdot 3 \cdot (-5,3) \cdot x^3 \cdot x^4 \cdot x \cdot y \cdot y^3 \cdot y^2 = 15,9 \cdot x^8 \cdot y^6$. ▷

Мисоли 3. Ифодаи $(-2a^4b \cdot c^0)^3$ -ро содда менамоем:

◁ Ифодаи мазкур аз дараҷаи сеюми якаъзогии $-2a^4 \cdot b \cdot c^0$ иборат аст. Дар асоси қоидаи ба дараҷа бардоштани дараҷа, ҳар як зарбшавандаро ба дараҷаи 3 бардошта, натиҷаҳоро зарб мезанем:

$$(-2a^4bc^0)^3 = (-2)^3 \cdot (a^4)^3 \cdot b^3 \cdot (c^0)^3 = -8a^{4 \cdot 3} b^3 c^{0 \cdot 3} = -8a^{12}b^3. \triangleright$$

Қоидаи 1. Барои зарб задани якаъзогиҳо коэффитсиентҳои онҳоро алоҳида, ҳарфҳоро (аз рӯи хосиятҳои дараҷаҳо) алоҳида зарб зада, натиҷаро дар шакли якаъзогии стандартӣ навиштан зарур аст.

Якаъзогии $-a$ -ро ба дараҷаи 2 бардошта, ифодаи $(-a)(-a) = a^2$, ба дараҷаи 3 бардошта ифодаи $(-a)(-a)(-a) = -a^3$ -ро ҳосил менамоем. Айнан ҳамин тавр $(-a)^4 = a^4$ ва $(-a)^5 = -a^5$ мешавад.

Қоидаи 2. Барои ба дараҷа бардоштани якаъзогии шакли стандартӣ коэффитсиенти онро ба ҳамин дараҷа бардошта, нишондиҳандаи ҳар як зарбшавандаи ҳарфиро бо нишондиҳандаи дараҷа зарб задан лозим.

Мисоли 4. Якаъзогиро ба дараҷа мебардорем:

а) $(-x^2y)^3 = (-1)^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = -x^6 \cdot y^3.$

б) $(-\frac{1}{2}a^4y^3)^4 = (-1)^4 \cdot (0,5)^4 \cdot a^{4 \cdot 4} y^{3 \cdot 4} = 0,0625 \cdot a^{16} \cdot y^{12}. \triangleright$

Саволҳо барои пурсиш

1. Қонунҳои ҷойивазкунӣ ва гуруҳбандии зарб кадомҳоянд? 2. Ҳосиятҳои дараҷаҳоро аз ёд гуфта онҳоро бо мисол шарҳ диҳед. 3. Ду яқъзогиро чи тавр бо ҳам зарб мезананд? 4. Яқъзогиро чи тавр ба дараҷа мебардоранд? Бо мисол фаҳмонед.

569. Яқъзогиҳои монандро нишон диҳед:

- а) $3xy$; б) $6x^3y$; в) $-\frac{3}{7}yx$; г) $-0,3xy^3$; д) $-0,04x^3y$; е) xy^3 .

570. Амали зарбро иҷро намоед:

- а) $7ab \cdot (-2c)$; б) $3a^2b \cdot (-ab) \cdot (ba)$; в) $-\frac{3}{7}yx$.

571. Амали зарбро иҷро кунед:

- а) $2^5 \cdot 3^5$; б) $a^4 \cdot a^6 \cdot a^7$; в) $0,5^7 \cdot 2^7 \cdot 2^7$;
г) $2^3 \cdot 2^n \cdot 3^n$; д) $3^m \cdot 9^{2m+1}$.

572. Яқъзогиро бо ҳам зарб занед:

- а) $-4xy$ ва $5xy$; б) $0,4 aby$ ва aby ; в) $-x^2y$ ва $-y^2x$.

573. Ифодаро содда намоед:

- а) $-0,2ab^2 \cdot (-0,3)ab^5$; б) $0,5a^2 \cdot (-\frac{1}{3}a^3c^6)$;

- в) $mn \cdot (-3ab^2) \cdot 4n^2b$.

574. Яқъзогии $8a^3b^6$ -ро бо яқъанд тарз дар шакли ҳосили зарби яқъзогиҳои шакли стандартӣ нависед.

575. Яқъзогии $-4x^2y^4$ -ро бо ду тарз дар шакли ҳосили зарби: а) ду яқъзогии шакли стандартӣ; б) се яқъзогии шакли стандартӣ нависед:

576. Яқъзогиро ба квадрат бардоред:

- а) $3x^2y^2$; б) $-5a^3b^3$; в) $-\frac{1}{2}z^4y^6$.

577. Яқъзогиро ба куб бардоред:

- а) $-xy$; б) $-2a^2x$; в) $-\frac{2}{3}ab^2y$.

578. Ифодаро ҳамчун яқъзогии шакли стандартӣ нависед:

- а) $(2m)^2 \cdot m^4$; б) $(3n^3)^4$; в) $(-0,2mn^2)^6$.

579. Ба дараҷа бардоред:

- а) $(2a^3b^2)^6$; б) $(-a)^6 \cdot (-a)^{12}$;

в) $(-a)^{13} \cdot (a^7 \cdot b^{16})^2$; г) $(-a)^{2k} \cdot (-b)^{2k}$;

580. Дар шакли квадрати якаъзоғи нависед:

а) $4a^{16}$; б) $25x^2y^4$; в) $0,36n^6m^8$.

581. Дар шакли куби якаъзоғи нависед:

а) p^{12} ; б) $64q^9p^{15}$; в) $1\frac{61}{64}n^3 \cdot m^{27}$.

582. Якаъзоғиро дар шакли: а) квадрат; б) куби якаъзоғи нависед: 1) a^6b^{12} ; 2) $64x^6y^{12}$; 3) $729b^{30} \cdot c^{24}$; 4) $p^{6n} \cdot q^{18m}$.

583. Бигузур дарозӣ, бар ва баландии параллелепипеди росткунҷа, мувофиқан, a см; b см ва c см бошанд. Ҳаҷми он чӣ гуна тағйир меёбад, агар: а) a ; b ва c , мувофиқан, 2; 3 ва 5 маротиба зиёд шаванд; б) a ; b 3 маротиба зиёд шаванду c 6 маротиба кам шавад?

584. Ифодаро содда намоед:

а) $(ab) \cdot (-5a^3 b^4)$; б) $0,5x^3y^3(-2xy)$; в) $(0,2m^2n)^4 \cdot 10m^2 \cdot n^3$.

Машқҳо барои такрор

585. Муодиларо ҳал кунед:

а) $-(x-5) + 2 = 1-6x$; б) $-6(2-3x^2) = 18x^2-x$.

586. Графики функсияҳои хаттии $y = -\frac{3}{4}x$ ва $y = \frac{3}{4}x - 3$ -

ро сохта, нуқтаи буриши онҳоро ёбед.

587. Нуқтаҳои буриши графики функсияи:

а) $y=6x-3$; б) $y=-6x+3$ -ро бо тирҳои координатавӣ муайян намоед.

588. Шахсе 7 гурба дорад. Ҳар як гурба 7 муш медорад. Ҳар як муш 49 хушай гандумро меҳурад. Агар ҳар як хушай гандум 7-тоғӣ гандум дошта бошад, чӣ қадар гандумро наҷот додан мумкин аст?

24. Функсияи $y = x^2$ ва графики он

Дар формулаи $y=x^2$ ҳам x ва ҳам y тағйир меёбанд. Ба ҳар як қимати тағйирёбандаи x танҳо як қимати тағйирёбандаи y (квадрати x) мувофиқ, меояд. Аз ин ҷост, ки вобастагии мазкур дар асл функсияи $y=x^2$ аст. Ба сифати аргументи он адади дилхоҳро қабул кардан мумкин аст. Аз ин рӯ, соҳаи муайянии функсия тамоми ададҳои маълум мебошад.

Бо чунин формула, ҳангоми дар байни тарафи квадрату масоҳати он вобастагӣ барқарор намудан, дучор омада будем: $S=a^2$. Вобастагии байни масоҳати доира S аз радиуси он R низ

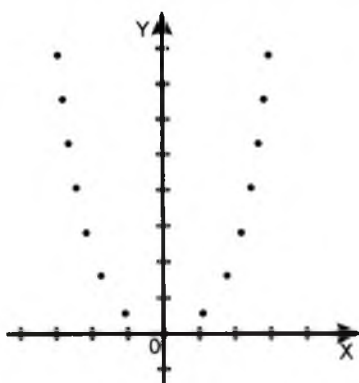
ба воситаи квадрати радиусаш ин тавр ифода мешавад: $S = \pi R^2$. Дар ин ҷо π адади доимӣ буда, аз радиуси давра вобаста нест (ниг. «Математика»-и синфи 6, п.5.3). Барои сохтани графики функсияи $y=x^2$ қиматҳои аргументро тавре интихоб менамоем, ки аз ҳамдигар бо бузургии 0,5 фарқ мекунанд. Бо ибораи дигар, ҷадвали қиматҳои функсияро бо қадами 0,5 месозем:

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$y=x^2$	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4

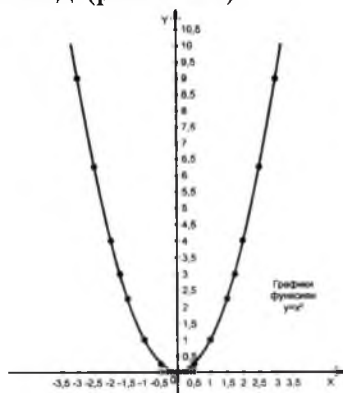
Нуқтаҳоеро қайд мекунем, ки координатаҳоиашон дар ин ҷадвал дода шудаанд (расми 25). Агар хоҳем, ки графики функсия дар атрофи ибтидои координатаҳо ба аслаш монанд шавад, боз якчанд қимати дигари функсияро бо қадами 0,1 ҳисоб мекунем:

x	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,1	0,2	0,3	0,4
$y=x^2$	0,16	0,09	0,04	0,01	0,01	0,04	0,09	0,16

Координатаҳои нуқтаҳои ҷадвали охириро низ дар ҳамон системаи координатӣ қайд мекунем. Акнун, аз ҳамаи нуқтаҳои қайдшуда хати қасди суфта мегузaronем. Дар натиҷа графики функсияи $y=x^2$ ҳосил мешавад (расми 26).



Расми 25.



Расми 26.

Графики функсияи $y=x^2$ параболаи квадрати ном дорад. Параболаи квадрати хосиятҳои зеринро соҳиб аст:

1) *Ҳангоми $x=0$ будан $y=0$ мешавад. Яъне, графики функсия аз ибтидои системаи координатаҳо мегузарад.*

2) *Ҳангоми $x \neq 0$ будан $y > 0$ аст.* Квадрати адади ғайри-нули адади мусбат аст. Аз ин ру, ба ғайр аз нуқтаи $O(0;0)$ дигар ҳамаи нуқтаҳои графики функсия аз тири OX дар боло ҷойгиранд.

3) *Азбаски барои ҳар гуна қимати x баробарии $(-x)^2 = x^2$ ҷой дорад, пас ба ду қимати бо ҳам муқобили x ҳамон як қимати y мувофиқ меояд.*

Ҳамин тавр, нуқтаҳои график, ки абсиссаҳои бо ҳам муқобилдоранд, аз тири OY дар масофаҳои баробар, вале самтҳои гуногун ҷойгиранд. Дар чунин маврид мегуянд, ки график нисбат ба тири OY симметрии аст.

Хулоса. Графики функсияи $y = x^2$ - параболани квадратӣ, нисбат ба тири OY симметрии ҷойгир аст.

Саволҳо барои пурсиш

1. Кадом функсияро функсияи квадрати меноманд? 2. Графики функсияи квадрати чӣ ном дорад? 3. Графики функсияи квадрати аз тири OX дар кадом тараф ҷойгир аст? 4. Чаро графики функсияи квадрати нисбат ба тири OY симметрии ҷойгир аст?

589. Аз руи графики функсияи $y = x^2$ (расми 26) ҳамон қимати: а) y -ро ёбед, ки ба қимати $x = 0,5; 0,75; 1,25$ мувофиқ аст; б) ҳамон қимати x -ро ёбед, ки ба қимати $y = 2; 3; 6$ мувофиқ аст.

590. Аз графики функсияи $y = x^2$ (расми 26) истифода бурда ёбед: а) қимати функсияро, ки ба қимати $-3,5; -2; -1$ -и аргумент мувофиқанд; б) қиматҳои аргументро, ки ба қиматҳои $10,5; 5; -1$ -и функсия мувофиқанд.

591. Масоҳати квадрат чӣ гуна тағйир меёбад, агар: а) тарафи он 8 маротиба дароз; б) 16 маротиба кӯтоҳ карда шавад?

592. Тарафи квадратро чӣ гуна тағйир додан лозим аст, ки масоҳаташ 25 маротиба; 100 маротиба; 196 маротиба зиёд шавад?

593. Агар радиуси доира: а) 5 маротиба зиёд; 5 маротиба кам шавад, масоҳати он чӣ гуна тағйир меёбад?

594. Барои он, ки масоҳати доира: а) 4 маротиба; б) 16 маротиба зиёд шавад радиуси онро чанд маротиба зиёд кардан зарур аст?

595. Графики функсияҳоро дар системаи координатави тасвир намуда, онҳоро бо ҳам муқоиса намоед:

$$\text{а) } y = x^2 - 3; \quad \text{б) } y = x^2 + 3.$$

596*. Графики функцияҳоро дар як системаи координатавӣ тасвир намоед:

а) $y=x^2-4$; б) $y=x^2+4$; в) $y=-x^2$.

Машқҳо барои такрор

597. Қимати ифодаҳоро муқоиса намоед:

а) 0,28 ва $(-0,2)^2$; б) $(-0,3)^5$ ва $(0,3)^5$.

598. Координатаҳои нуқтаи буриши хатҳои ростро муайян намоед:

а) $y = \frac{1}{2}x$ ва $y = 4x$; б) $y = 0,36x+4$ ва $y=2x-1$.

599. Касрҳои даҳиро то садякиҳо яклухт намоед: 0,0036; 0,00785; 1,00432; 14,6241; 73,1265; 57,0367.

600. Ҳисоб кунед:

а) $(0,6 \cdot 2,5 - 2,5) : 0,8 + 1\frac{1}{4}$; б) $(0,25 \cdot 0,2 - 0,1) : 0,5 + \frac{1}{6}$.

25. Функцияи $y=x^3$ ва графики он

Мувофиқи формулаи $y=x^3$ ба ҳар як қимати тағйирёбандаи x куби он рост меояд, яъне вобастагии мазкур функция аст. Соҳаи муайянии ин функция тамоми тири адади аст, зеро барои адади дилхоҳи x куби он мавҷуд аст.

Бо чунин формула ҳангоми ҳисоб кардани ҳаҷми куби дарозии тегааш a дучор омада будем: $V=a^3$ (мас. 58).

Барои сохтани графики функцияи $y=x^3$ якчанд қимати интихобии x -ро қабул намуда, аз руи онҳо қиматҳои мувофиқи функцияро меёбему ҷадвали зеринро тартиб медиҳем:

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$y=x^3$	-15,625	-8	-3,375	-1	-0,125	0	0,125	1	3,375	8

Нуқтаҳоеро қайд мекунем, ки координатаҳояшон дар ҷадвал оварда шудаанд. Сипас, аз болои онҳо хати қачи суфта мегузaronем. Дар натиҷа графики функцияи $y=x^3$ ҳосил мешавад (расми 27). Графики функцияи $y=x^3$ *параболаи кубӣ* ном дорад.

Параболаи кубӣ хосиятҳои зеринро соҳиб аст:

1) Ҳангоми $x=0$ будан, $y=0$ мешавад. Яъне, графики функсия аз ибтидои системаи координатаҳо мегузарад.

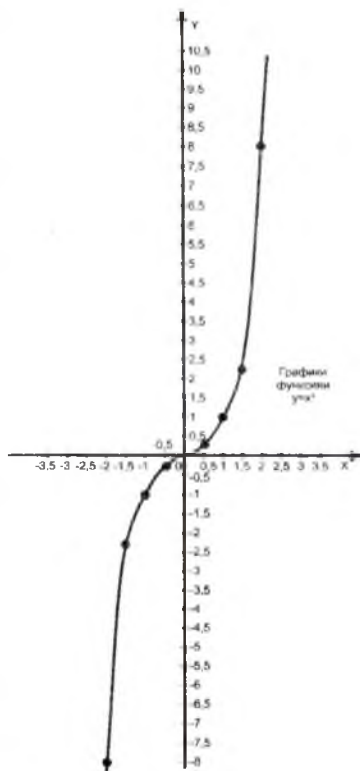
2) Ҳангоми $x>0$ будан, $y>0$ аст, ҳангоми $x<0$ будан $y<0$ аст.

Дар ҳақиқат, агар x адади мусбат бошад, куби он низ мусбат аст. Агар x адади манфӣ бошад, куби он низ адади манфӣ мешавад. Аз ин ҷо, параболаи куби дар чорякҳои I ва III ҷойгир аст.

3) Ба ду қимати бо ҳам муқобили x ду қимати бо ҳам муқобили y мувофиқ меояд.

Азбаски барои қимати дилхоҳи x баробарии $(-x)^3 = -x^3$ ҷой дорад, пас нуқтаҳои график, ки абсиссаҳои бо ҳам муқобил доранд, нисбат ба нуқтаи $O(0; 0)$, яъне ибтидои системаи координатаҳо симметрии ҷойгиранд.

Хулоса. **Графики функсияи $y=x^3$ - параболаи куби нисбат ба ибтидои системаи координатаҳо симметрии ҷойгир аст.**



Расми 27.

Саволҳо барои пурсиш

1. Чи гуна функсия функсияи куби мебошад?
2. Графики функсияи куби чи ном дорад?
3. Кадом хосиятҳои параболаи кубиро медонед?
4. Графики параболаи куби нисбат ба кадом нуқта симметрии ҷойгир аст?

601. Аз руи графики функсияи $y = x^3$ (расми 27): а) ҳамаи қимати y -ро ёбед, ки ба қимати $x = 1, 2; -2, 4; 1, 6$ мувофиқанд; б) ҳамаи қимати x -ро ёбед, ки ба қимати $y = -3; 3; 0$ мувофиқанд.

602. Агар тегаи кубро 4 маротиба дароз; 5 маротиба кӯтоҳ намоем, ҳаҷми он чи гуна тағйир меёбад?

603. Аз графики функцияи $y = x^3$ (расми 27) истифода бурда, якчанд қимати аргументро, ки барояшон қиматҳои функция аз -5 калону аз 4 хурданд, ёбед. Барои кадом қиматҳои аргумент қиматҳои функция ададҳои бутунанд?

604. Барои он ки ҳаҷми куб 125 маротиба зиёд шавад, тегаи онро чанд маротиба дароз намудан лозим?

605. Графики функцияҳоро дар як системаи координатави тасвир намоед: а) $y = x^3 - 3$; б) $y = x^3 + 3$.

606. Графики функцияҳоро дар як системаи координатави тасвир намоед:

а) $y = \frac{1}{2}x^3 - 1$; б) $y = \frac{1}{2}x^3 + 1$; в) $y = -\frac{1}{2}x^3 - 1$.

607. Оё нуқтаҳои $A(1; -1)$; $B(-1; 1)$; $C(-1; -1)$; $D(1; 2)$; $E(-2; -8)$; $F(4; 6)$ дар графики функцияи $y = x^3$ ҷойгиранд?

608. Кадоме аз нуқтаҳои

$A(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{8})$; $B(-\frac{1}{4}; \frac{1}{16})$; $C(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{8})$ дар графики функцияи $y = x^3$ ҷойгир аст?

Машқҳо барои такрор

609. Ададҳоро ба дараҷа бардоред:

а) 3^6 ; б) $(4,5)^3$; в) $(2,7)^2$; г) $(-0,2)^5$.

610. Адади 2^{24} -ро дар шакли дараҷаи асосаш:

а) 2^2 ; б) 2^3 ; в) 2^4 ; г) 2^6 ; д) 2^8 ; е) 2^{12} нависед.

611. Ифодаи a^{12} -ро бо якчанд тарз дар шакли дараҷаи асосаш a нависед.

612. Фарз мекунем, ки $a^2 = b$ аст. Қимати ифодаи $a^6 + a^4 + a^2$ -ро бо воситаи b ифода намоед.

613. Ифодаро содда кунед:

а) $x^4 \cdot (x^2)^3$; б) $(y^2)^6 \cdot y^7$; в) $(z^3)^4 \cdot (z^5)^3$.

§ 3. ҲИСОБКУНИҲОИ ТАҚРИБИ

26. Қимати тақрибии адад. Саҳви мутлақ

Қариб ҳар рӯз мо бо чен кардани ин ё он бузургӣ машғул мешавем. Барои чен кардани дарозӣ аз метр, барои муайян намудани вақт аз соат, барои дониستاني дараҷаи гармию сарди

аз термометр, барои ёфтани вазн аз тарозу ва ғайра истифода мебарем. Вале ҳар як ченкунӣ, ҷи тавре сурат нагирад, аниқ нест. Мо танҳо қимати тақрибии ин ё он бузургиро меёбему ҳалос. Бар замми ин, агар аз як тараф асбоби барои ченкунӣ пешниҳодшуда номукамал сохта шуда бошад, аз тарафи дигар чашмамон низ моро андаке фиреб медиҳад.

Мисоли 1. Масоҳати майдони шакли росткунҷавиро ҳисоб мекунем.

◁ Фарз мекунем, ки бо воситаи метр (ба сантиметрҳо ҷудо шудааст) дарозии онро чен карда, адади 8,37 метр ва барашро чен карда, адади 7,33 метрро ҳосил намудем. Дар ин ҳолат, масоҳати майдон ҳамчун масоҳати росткунҷаи дарозии тарафҳояш 8,37 м ва 7,33 м ба адади $8,37 \cdot 7,33 = 61,3521 \text{ м}^2$ баробар аст. Адади ёфташуда қимати аниқӣ масоҳати майдонро ифода карда наметавонад, чунки ҳангоми чен кардани дарозӣ ва бари майдон мо танҳо сантиметрҳоро ба эътибор гирифта, ҳиссаҳои хурдтари онро ба назар нагирифтем. Аз ин ҷо, қимати ёфташудаи масоҳати майдон – адади 61,3521 тақрибист. Ҳарчанд кушиш намоем ҳам, қимати аниқӣ масоҳати майдонро ёфта наметавонем.

Бигузор x қимати аниқӣ ягон бузургӣ бошад. Бо a ягон қимати тақрибии x -ро, ки аслан ба он хеле наздик аст, ишора менамоем. Дар чунин маврид мегӯянд, ки a тақрибан ба x баробар аст ва ин тавр менависанд: $a \approx x$.

Агар қимати тақрибии a аз ҳуди x хурд бошад, яъне $a < x$, он гоҳ фарқи $x - a$ мусбат мешавад. Дар ин ҳолат адади a қимати тақрибии адади x бо норасоӣ номида мешавад.

Агар қимати тақрибии a аз ҳуди x калон бошад, яъне $a > x$, он гоҳ фарқи $x - a$ манфӣ мешавад. Дар ин маврид адади a қимати тақрибии адади x бо барзиёдӣ номида мешавад.

Таъриф. Қимати мутлақӣ фарқи байни ададу қимати тақрибии он саҳви мутлақӣ қимати тақрибии адад номида мешавад.

Фарқи мазкурро бо ҳарфи алифбои юнонӣ Δ («делта») ишорат мекунем. Аз ин ҷо барои ифодаи саҳви мутлақӣ қимати тақрибӣ ё мухтасар, саҳви мутлақ баробарии зеринро ҳосил мекунем:

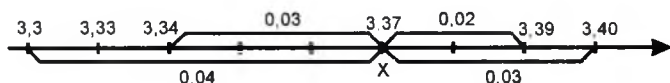
$$\Delta = |x - a|.$$

Мисоли 2. Бигузор қимати аниқӣ x ба 3,37 баробар буда,

ададҳои $a = 3,3$; $b = 3,4$; $c = 3,39$ ва $d = 3,34$ чор қимати тақрибии x бошанд. Саҳви мутлақи ин чор ададро ҳисоб мекунем:

$$\begin{aligned} 1) \Delta &= |3,37 - 3,3| = 0,04; & 2) \Delta &= |3,37 - 3,4| = 0,03; \\ 3) \Delta &= |3,37 - 3,39| = 0,02; & 4) \Delta &= |3,37 - 3,34| = 0,03. \end{aligned}$$

Ададҳои a ва d қиматҳои тақрибии адади $3,37$ бо норасоӣ ва ададҳои b ва c қиматҳои тақрибии адади $3,37$ бо барзиёди мебошад. Ададҳои ҳосилшударо дар тири адади қайд мекунем (расми 28).



Расми 28.

Аз қиматҳои ёфташуда ҳамонош беҳтарин ҳисобида мешавад, ки аз дигарон хурд бошад. Ба ибораи дигар аз чор натиҷаи ёфташуда ҳамонош беҳтарин ҳисобида мешавад, агар ба $3,37$ аз ҳама наздиктар қойгир бошад. Аз расми 28 маълум аст, ки адади $3,39$ чунин аст. ▸

Саволҳо барои пуршиш

1. Саҳви мутлақи қимати тақрибии адад гуфта чиро мефаҳманд? 2. Қимати тақрибии адад бо норасоӣ чист? Бо мисол фаҳмонед. 3. Қимати тақрибии адад бо барзиёди чист? Мисол биёред. 4. Қадом ададро ба сифати қимати беҳтарини тақрибии адади x қабул намудан мумкин аст?

614. Масоҳати квадратро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафаш ба а) $1,5$ м; б) $2,34$ м; в) $12,01$ м; г) $0,561$ м баробар бошад.

615. Масоҳати росткунҷаро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафҳояш ба: а) $0,8$ м ва 12 м; б) $0,6$ м ва $1,62$ м баробар бошад.

616. Периметри квадратро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафаш ба $5,65$ см баробар бошад.

616. Периметри росткунҷаро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафҳояш ба: а) $0,64$ м ва 18 см; б) $2,14$ м ва 84 см баробар бошанд.

618. Ҳаҷми кубӣ дарозии тегааш ба $1,21$ м баробарро ёбед.

619. Бигузур қимати аниқи тарафи квадрат 5 метр бошад. Онро бо хаткашак чор маротиба чен карда, ҳар дафъа ададҳои гуногунро ҳосил намуданд: $4,96$ см; $4,98$ см; $4,99$ см; $5,02$

см. Масоҳати квадратро ёфта, саҳви мутлақи онро дар чор ҳолат муайян созед.

620. Аз рӯи графики функсияи $y = x^2$ (расми 26) қимати тақрибии $y = x^2$ -ро ҳангоми $x = -\frac{1}{4}; \frac{1}{4}$ будан ҳисоб намоед.

621. Аз рӯи графики функсияи $y = x^3$ (расми 27) қимати тақрибии $y = x^3$ -ро ҳангоми $x = 0,4; 1; 2,4$ будан ёбед.

622. Кадоме аз чор қимати тақрибии адади π беҳтарин аст:

- а) 3,141; б) 3,142; в) $3\frac{1}{7}$; г) $3\frac{10}{71}$?

623. Дар суммаи $\frac{2}{3} + \frac{5}{14} + \frac{2}{7}$ сурати ҳар як касрро ба маҳраҷаш тақсим намуда, дар касрҳои даҳии ҳосилшуда, баъд аз вергул дутогӣ рақамро монда, рақамҳои минбаъдaro партофтанд. Саҳви мутлақи суммаро ёбед.

624. Қимати аниқи адади 12,28-ро бо қиматҳои тақрибии он 12,2 ва 12,3 иваз намуданд. Дар кадом маврид қимати тақриби бо барзиёди ва дар кадом маврид бо норасоӣ омадааст?

625. Адади x ва якчанд қимати тақрибии он дода шудаанд. Ҳамаи ин ададҳоро дар тири координатави тасвир намоед. Кадоме аз инҳо бо норасоӣ гирифта шудаасту кадомаш бо барзиёди? Дар ҳар як ҳолат саҳви мутлақро ҳисоб кунед:

- а) $x = 6,78$; $a = 6,70$; $b = 6,83$; $c = 6,80$; $d = 6,73$;
б) $x = -0,8$; $a = -1,3$; $b = 0,2$; $c = 0,1$; $d = 1,0$.

Машқҳо барои такрор

626. Қимати ифодаҳо ёбед:

- а) $\frac{2^3 \cdot 2^6 \cdot 3}{2^7}$; б) $\frac{4^2 \cdot 4^6 \cdot 5}{4^8}$; в) $\frac{3^6 \cdot 3^{18}}{6^{18} \cdot 4^{10}}$.

627. Якаъзогиро дар шакли стандартӣ нависед:

- а) $-10x^2y \cdot (-\frac{2}{5})$; б) $-0,4a^3b \cdot (-2ab^2)$.

628. Нуқтаи буриши хатҳои ростро маълум намоед:

- а) $y = -\frac{3}{2}x + 5$ ва $y = -\frac{3}{2}x + 3$; б) $y = -x$ ва $y = \frac{x-1}{3}$.

629. Нуқтаҳои буриши хати ростро бо тирҳои координатави ёбед:

а) $y = \frac{3}{4}(x-12)$;

б) $y = -0,8x + 3,2$.

630*. Оё нуқтаҳои $A(2; -4)$ ва $B(-3; 6)$ дар як хати ростии бо хати ростии $y = x + 2$ параллел ҷойгиранд?

27. Саҳеҳии ченкунии. Саҳви нисбии

Бигузур мо бо хаткашак дарозии ягон порчаи хати ростии вараки дафтари ҳисобро чен кардем. Дар ин ҳолат метавонем изҳор намоем, ки саҳви ченкунии аз 1 см зиёд намешавад. Дар ҳароратсанҷи тиббӣ, ки тақсимоҷояш пас аз ҳар 1° қайд шудаанд, саҳв аз 1° зиёд нест. Агар бо тарозуи тақсимоҷаш 10 г ягон борро баркашем, аниқ медонем, ки вазни бор, масалан, аз 450 г хурд аз 460 г зиёд нест. Дар ҳамаи мисолҳои дар боло овардашуда қимати аниқии саҳви бузургии ченшаванда метавонад, мувофиқан ба 1 см; 1° ё 10 г баробар шавад, метавонад аз онҳо хурд бошад.

Таърифи 1. Агар a қимати тақрибии адади x буда, адади h чунин бошад, ки саҳви мутлақи қимати тақрибии a аз h зиёд набошад, яъне $|x-a| \leq h$ шавад, он гоҳ мегӯянд, ки адади a қимати тақрибии адади x бо саҳеҳии то h аст. Адади h сарҳади саҳви мутлақ номида мешавад.

Мисоли 1. Адади аниқии $x=5,362307$ ва қимати тақрибии он 5,36 дода шудаанд. Барои он саҳви мутлақро аниқ месозем.

◁ Саҳви мутлақ ба $h = |5,362307 - 5,36| = 0,002307$ баробар аст. Адади ҳосилшуда дар байни ҳамаи ададҳои, ки онҳоро ба сифати сарҳади саҳви мутлақ қабул намудан мумкин аст, хурдтарин мебошад. Ба сифати h , масалан, ададҳои 0,0025 ё 0,003 ё ки 0,01-ро ё ҳатто 0,1-ро ҳам интихоб намудан мумкин аст, зеро барои ин ададҳо нобаробариҳои $0,002307 < 0,0025 < 0,003 < 0,01 < 0,1$ дуруст аст.

Ба сифати h инчунин адади 0,0024-ро низ қабул намудан мумкин, вале адади 0,0021-ро қабул намудан мумкин нест, чунки барои он нобаробарии $0,002307 > 0,0021$ ҷой дорад. ▷

Саволе ба миён меояд, ки саҳви мутлақи ҳосилшуда кадом ҳисса ё чанд фоизи адади тақрибиро ташкил додааст. Умуман, барои ба сифати ченкунии хубтар баҳо додан, мафҳуми саҳви нисбии қимати тақрибӣ ё мухтасар, саҳви нисбии дохил карда мешавад.

Мисоли 2. Ғафсии қабати шишаи тиреза l (см) ва дарозии мизи кориро d (см) бо саҳеҳии то 0,1 см чен карда, натиҷаҳои зеринро ҳосил намуданд: $l \approx 0,5$; $d \approx 200$.

◁ Гарчанде ғафсии қабати шиша ва дарозии мизи кори аниқ набошанд ҳам, маълум аст, ки саҳви мутлақи ин ченкунӣ аз 0,1 см зиёд нест. Вале, агар 0,1 см аз 5 як ҳиссаи ғафсии қабати шишаро ташкил диҳад, пас вай ба аз 2000 як ҳиссаи дарозии мизи кори баробар аст. Агар дар амалия барои мизи кори бо саҳеҳии то 0,1 см ёфтани дарозияш қаноатбахш ҳисоб ёбад, ин барои шишаи тиреза ҳаргиз қобили қабул нест. ▷

Таърифи 2. *Нисбати саҳви мутлақи қимати тақрибӣ ба қимати мутлақи қимати тақрибии он саҳви нисбии қимати тақрибӣ ё саҳви нисбӣ ном дорад.*

Саҳви нисбиро бо ҳарфи юнонии ω («омега») ишорат менамоем:

$$\omega = \frac{|x-a|}{|a|}.$$

Саҳви нисбиро одатан бо фоиз ифода менамоем.

Мисоли 3. Қимати тақрибии адади 2,46 ба 2,4 баробар аст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии қимати тақрибиро ҳисоб мекунем:

◁ Саҳви мутлақ $\Delta = |2,46 - 2,4| = 0,06$ аст. Саҳви нисбиро меёбем:

$$\omega = \frac{|x-a|}{|a|} = \frac{0,06}{2,4} = \frac{6}{240} = \frac{100}{100} \cdot \frac{1}{40} = \frac{100}{40} \% = 2,5\%.$$

Барои ҳисоб намудани саҳви нисбӣ ба ғайр аз қимати тақрибӣ, донишҷу саҳви мутлақ низ зарур аст. Одатан, саҳви мутлақ номаълум аст, бинобар ҳамин, муайян намудани саҳви нисбӣ низ ғайриимкон аст. Дар чунин маврид бо баҳо додани саҳви нисбӣ маҳдуд шудан мумкин.

Ба ҳалли мисоли 2 бармегардем. Дар натиҷаи ченкунӣ ёфтем, ки $l \approx 0,5$ бо саҳеҳии то 0,1 аст, яъне саҳви мутлақи ченкунӣ аз 0,1 зиёд нест.

Аз ин ҷо саҳви нисбӣ аз $\frac{0,1}{0,5} = \frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$ хурд ё ба он баробар аст. Яъне, вай аз 20% зиёд нест.

Айнан ҳамин тавр ёфтан мумкин аст, ки саҳви нисбии адади тақрибии ҳангоми ченкунии дарозии мизи кори

ҳосилшуда аз адади

$$\frac{0,1}{200,0} = \frac{1}{2000} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{20} = 0,05\% \text{ зиёд намешавад.}$$

Аз ду қимати тақрибии ҳамон як адад ҳамонаш аниқ шумурда мешавад, агар саҳви нисбиаш камтар бошад. Дар мавриди мисоли 2 гуфтан мумкин аст, ки ғафсии қабати шиша бо саҳеҳии нисбии то 20% чен карда шудааст ё дарозии мизи кори бо саҳеҳии нисбии то 0,05% чен карда шудааст. Ба ибораи дигар, дарозии мизи кори аз ғафсии қабати шиша дида аниқтар чен карда шудааст. ▸

Саволҳо барои пуршиш

1. Қимати тақрибии адад бо саҳеҳии додашуда гуфта чиро мефаҳмем?
2. Сарҳади саҳви мутлақ чист? 3. Саҳви нисбии қимати тақриби чӣ маъно дорад? 4. Аз ду қимати тақрибии адад кадомаш аниқтар ҳисобида мешавад?

631. Қимати тақрибии адади: а) 5,3; б) 8,5, мувофиқан, ба 5 ва ба 7 баробар аст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии қимати тақрибро ёбед.

632. Адади x бо қимати тақрибиаш a иваз шудааст. Дар ҳар маврид ду қиматро нишон диҳед, ки аз сарҳади саҳви мутлақ берун набошад: а) $x = 3,73302$; $a = 3,745$; б) $x = 0,1684$; $a = 0,1$.

633*. Адади x дода шудааст. Адади a қимати тақрибии он бо саҳеҳии то h мебошад. Адади a кадом қиматҳоро қабул карда метавонад? а) $x = 5,82$; $a = 0,8$; б) $x = -3,43$; $a = 0,6$?

634. Адади 0,188 бо адади тақрибии 0,2 иваз карда шудааст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии қимати тақриби ёфта шавад.

635. Адади 2,8627 бо адади 2,8 иваз карда шудааст. Саҳви нисбии ин ивазкуни ёфта шавад.

636. Масофари аз Душанбе то шаҳри Қурғонтеппа ва то маркази ноҳияи Ҷиргатол бо саҳеҳии то 0,1 км чен карда, натиҷаҳои зеринро ҳосил намуданд: то маркази шаҳри Қурғонтеппа — 99,6 км, то маркази ноҳияи Ҷиргатол — 284,4 км. Саҳви нисбро дар ҳар ду маврид ёбед.

637. Ғафсии муи сари одаму дарозии роҳ аз шаҳри Душанбе то шаҳри Москваро чен намуда, қиматҳои зеринро ҳосил намуданд: 0,15 мм (бо саҳеҳии то 0,01 мм) ва 4088,2 км (бо саҳеҳии то 100 м). Саҳви мутлақи ин ченкуниҳоро ҳисоб намоед.

638. Дар тарозуи ҳассос 2,5 кг ордро (бо саҳеҳии то 10 г) ва 15 кг биринҷро (бо саҳеҳии то 5 г) баркашиданд. Кадоме аз баркашиданҳо аниқтар аст?

Машқҳо барои такрор

639. Суммаи ду адад 80 буда, яке аз онҳо аз дигараш 4 баробар калон аст. Ин ададҳоро ёбед.

640. Аз шаҳри Хоруғ ба самти ноҳияи Мурғоб, бо суръати 36 км/соат, автобус ба роҳ баромад. Баъди ду соат аз ноҳияи Мурғоб ба самти Хоруғ мошини сабукрав равон шуд, ки суръаташ 52 км/соат буд. Агар масофа аз маркази ноҳияи Мурғоб то шаҳри Хоруғ 336 км бошад, мошинҳо дар кадом масофа аз шаҳри Хоруғ бо ҳам вохӯранд?

641. Ҳисоб кунед:

а) $2\frac{1}{3}:(\frac{1}{4}-\frac{5}{6}+\frac{7}{8})$;

б) $(1\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}:3\frac{3}{4})\cdot\frac{12}{13}$.

642. Функцияи хаттиеро нависед, ки графикаш бо тири абсиссаҳо параллел буда, аз он дар масофаи: а) 4 воҳид ба боло; б) 3 воҳид ба поён ҷойгир бошад.

28. Яклухткунии ададҳо. Аломатҳои даҳӣ ва рақамҳои қурбнок

Ба яклухткунии касрҳои даҳӣ мо ҳанӯз аз синфи 5 ошноем (ниг. ба «Математика»-и синфи 5).

Касрҳои даҳӣ аз қисмҳои бутун ва касри иборатанд. Бо воситаи рақамҳои пеш аз вергул ва пас аз вергул омада онҳоро ба разрядҳо ҷудо менамоем. Рақами аввали самти чапи вергул якиҳо, рақами дуюм даҳиҳо, рақами сеюм садҳо ва ғайраро ифода менамоем. Аз самти рост вергул ҳиссаҳои даҳяки, баъд садяки, пас аз он ҳазоряки ва ғайра навишта мешаванд. Агар дар ҷои разряди адад рақами нул омада бошад, ин маънои ба нул баробар будани ҳамин разрядро дорад.

Масалан, адади 0,2045 аз 2 даҳяки, 0 садяки, 4 ҳазоряки, 5 даҳҳазоряки иборат аст. Қисми бутуни адади 278,0005 аз 2 садӣ 7 даҳӣ ва 8 яки иборат аст. Қисми касрии он ҳамагӣ 5 даҳҳазорякиро дарбар мегирад.

Баъзан лозим меояд, ки аз самти рост як ё якчанд рақам партофта шавад. Бо вучуди ин рақамҳои нигоҳдошташаванда ё бетағйир мемонанд, ё ки яке аз онҳо ба як қимат зиёд карда

мешавад. Дар чунин ҳолат меғуянд, ки касри даҳи яклухт карда шудааст. Агар адад то разряди садиҳо, даҳиҳо, якиҳо, даҳякиҳо, саякиҳо яклухт карда шуда бошад меғуянд, ки адади мазкур бо саҳеҳии то 100; 10; 1; 0,1; 0,01 ва ғайра дода шудааст.

Масалан, адади 386-ро бо саҳеҳии то садиҳо: а) бо барзиёди; б) бо норасои яклухт намуда, ададҳои: а) 400; б) 300-ро соҳиб мешавем.

Адади 3,02145-ро бо саҳеҳии то 0,1 бо норасои яклухт намуда, адади 3-ро ҳосил менамоем. Онро то саҳеҳии 0,01 бо барзиёди яклухт намуда, адади 3,02-ро ҳосил менамоем ва ғайра.

Ҳамин тавр, барои ададро то разряди додашуда бо барзиёди яклухт намудан, ҳамаи рақамҳои онро, ки аз ҳамин разряд дар рост навишта шудаанд ба нулҳо иваз карда, рақами разрядро як воҳид зиёд бояд кард.

Масалан, адади 2,30754-ро бо саҳеҳии то: а) 1; б) 0,1; в) 0,01; г) 0,001; д) 0,0001; е) 0,00001 бо барзиёди яклухт намуда, ададҳои: а) 3; б) 2,4; в) 2,31; г) 2,308; д) 2,3076; е) 2,30754-ро ҳосил менамоем.

Барои ададро то разряди додашуда бо норасои яклухт намудан, ҳамаи рақамҳои онро, ки аз ҳамин разряд дар рост навишта шудаанд ба нулҳо иваз намуда, рақами разрядро бетағйир мондан лозим аст.

Масалан, адади 4,307541-ро бо саҳеҳии то: а) 1; б) 0,1; в) 0,01; г) 0,001; д) 0,0001; е) 0,00001 бо норасои яклухт намуда, ададҳои: а) 4; б) 4,3; в) 4,30; г) 4,307; д) 4,3075; е) 4,30754-ро ҳосил мекунем.

Қоидаи яклухткунӣ. Барои то разряди додашуда яклухт намудани адад, ҳамаи рақамҳои аз ҳамин разряд дар рост бударо бо нулҳо иваз намудан лозим аст. Агар рақами якуми ивазшуда ба 0, 1, 2, 3 ва 4 баробар бошад, пас рақами разряди мазкур бетағйир мемонад. Агар рақами якуми партофташуда 5 ё аз 5 калон бошад, яъне ба 5, 6, 7, 8 ё 9 баробар бошад, рақами разряд як воҳид зиёд карда мешавад.

Ҳамин тавр, агар рақами аввалини самти чапи адади ивазшаванда ба 0, 1, 2, 3, 4 баробар бошад, адад бо норасои ва агар ба 5, 6, 7, 8, 9 баробар бошад, бо барзиёди яклухт карда мешавад.

Мисоли 1. Адади 5,409731-ро то якиҳо, даҳякиҳо, саякиҳо ва ҳазориякиҳо яклухт менамоем. Ҷавоб: 6; 5,4; 5,41; 5,410; 5,4098.

Таърифи 1. *Ҳамаи рақамҳои касри даҳи, ки аз вергул дар*

рост ҷойгиранд, аломатҳои даҳии адад ном доранд.

Масалан, ададҳои 19,025; 0,54; 631,2; 5,04005 мувофиқан 3; 2; 1 ва 5–тоғи аломати даҳӣ доранд. Аломати якуми даҳӣ ба разряди даҳякӣ, аломати дуҷуми даҳӣ ба разряди садякӣ ва ғайра мувофиқанд.

Мисоли 2. Ададҳои 12,3457; 367,075; 4208,432–ро то ду аломати даҳӣ яклухт мекунем. Ҷавоб: 12,35 ; 367,08 ; 4208,43.

Мисоли 3. Адади 5–ро ба 34 тақсим намуда, натиҷаи тақсимиро бо саҳеҳии то 0,001 ёфта, онро то даҳякӣ яклухт менамоем.

◁ Маълум, ки $\frac{5}{34} \approx 0,147$ аст. Агар адади 0,147–ро аввал то садякӣ, баъд даҳякӣ яклухт намоем, паси ҳам ададҳои 0,15 ва 0,2–ро ҳосил менамоем. Агар адади 0,147–ро яку якбора то даҳякӣ яклухт намоем, натиҷаи дурусти 0,1 ҳосил мешавад. ▷

Таърифи 2. *Ҳамаи рақамҳои адад, ба ғайр аз нулҳои дар самти чапи нахустин рақами ғайринули он ҷойгирифта, рақамҳои қурбнок ё боэътимод ном доранд.*

Масалан, ададҳои 230,04; 0,0507; 1,00302; 0,003; 250000; 18,23020; 35; 410 мувофиқан 5; 3; 6; 1; 6; 7; 2; 3–тоғи рақами қурбнок доранд.

Мисоли 4. Ададҳои 24,7286; 210,074; 4800,396; 72,103–ро то 4 рақами боэътимодашон яклухт менамоем.

Ҷавоб: 24,73; 210,1; 4800; 72,10. ▷

Саволҳо барои пурсиш

1. Нуҳ адади нахустини натураливу адади 0 чӣ ном доранд? 2. Разрядҳои адади бисёррақамаро аз рост ба чап хонед. 3. Разрядҳои касри даҳиро аз рост ба чап хонед. 4. Агар гуянд, ки касри даҳӣ яклухт карда шудааст, ин чӣ маъно дорад? 5. Агар гуянд, ки адад то саҳеҳии додашуда яклухт карда шудааст, чиро дар назар доранд? 6. Бо барзиёди яклухт кардани адад чӣ маъно дорад? 7. Агар адад бо норасоӣ яклухт карда шавад, чиро мефаҳмонад? 8. Аломати даҳии адад чист? 9. Рақами боэътимоди адад гуфта чиро мефаҳмем?

643. Ададҳоро хонед: 23156; 42707; 107601; 807708; 1239671; 700203031.

644. Касрҳои даҳиро хонед:

1,5; 2,63; 23,156; 421,97; 24,003; 196,320; 1873,6541.

645. Касрҳоро то садихо, даҳихо, якиҳо яклухт намоед:

478,672; 980,2; 1998,1; 4035,6; 12,404; 125,567.

646. Ададҳоро то садиҳо, даҳиҳо, якиҳо, даҳякиҳо, сая-киҳо, ҳазоряки яклухт намоед:

8640,90754; 806,4724; 651,2567; 5,03472;

7530,70626; 199,6324570; 4567,3456; 100078,20371.

647. Ададҳоро бо саҳеҳии то 0,1; 0,01; 0,001 бо барзиёди яклухт намоед: 4,236 4; 12,567; 1,219; 41,453; 73; 867; 54,20130.

648. Ададҳоро бо саҳеҳии то 0,1; 0,01; 0,001 бо норасои яклухт намоед: 7,363; 12,174; 63,216; 45,4054; 21,387.

649. Адади 24,209813-ро то якиҳо, даҳяки, саяки ва ҳазоряки яклухт намоед.

650. Шумораи аломатҳои даҳии ададро муайян намоед:

1,1; 1,01; 2,0104; 21,00305; 0,36781; 0,2030203.

651. Ададҳои 21,4567; 738,245; 5402,362; 1305,45032; 5,678910-ро то ду аломати даҳи яклухт намоед:

652. Шумораи рақамҳои қурбнокӣ ададро муайян намоед: 224,001; 103,0014; 23,0001; 0,00004; 0,10101042167.

653. Ададҳои 36,564; 241,319; 510,062; 5600,875; 72,403-ро то 3 рақами қурбнок яклухт намоед.

Машқҳо барои такрор

654. Дар 3 соату 20 дақиқа поезд 200 км роҳро тай намуд. Вай бо ҳамин суръат дар 2 соату 30 дақиқа кадом масофаро тай мекунад?

655. Ҳаҷми порчаи санги массааш 535,5 г ба 63 см³ баробар аст. Агар массаи пораи санг ба: 459 г; 884 г баробар мебуд, ҳаҷми он ба чӣ баробар мешуд?

656. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $0,4 + 0,6 \cdot (\frac{1}{6} : 2 - 3) + 2 \frac{1}{2}$; б) $0,4 + 0,2 \cdot (2 - 4 : \frac{3}{4}) - 2 \frac{2}{3}$.

657. Ҳисоб кунед: а) $\frac{6^7 \cdot 7^8 \cdot 4^{15} \cdot 3^2}{42^7 \cdot 12^2 \cdot 4^7}$; б) $\frac{625 \cdot 44^5 \cdot 3^7}{27^3 \cdot 11^3 \cdot 2^{10} \cdot 5^4}$.

Маълумоти мухтасари таърихи

Қорҳои амалии ченкунӣ, аз ҷумла ёфтани масоҳати майдони квадратшакл, дар замонҳои ҳеле қадим ба ёфтани квадрати адад асос гузошт. Шояд зарурати ёфтани чунин масоҳатҳо

зуд-зуд ба миён меомад, ки донишмандони онвақта барои иҷроишашон ҷадвалҳои квадратҳои ададҳои натуралиро тартиб дода буданд.

Махсусан дар Бобулистони қадим, ки гаҳвораи тамаддуни башарӣ ба ҳисоб меравал, ҷадвалҳо нақши хосае доштанд. Дар ин сарзамин ҷадвалҳои ададҳои аз 1 то 60 ба қор бурла мешуданд, зеро дар баробари қорҳои ченкунӣ мардум ба ҳисоби рӯзҳо ва чен қардани градусҳои қунҷ эҳтиёҷ дошт. Қофтуқовҳои археологӣ собит сохтанд, ки ҷадвалҳои нахустини квадрати ададҳо ҳанӯз 4000 сол пеш дар Байнаннаҳрайн вуҷуд доштанд. Пораеро аз ин дарёфтҳо дар навишти ҳозира меорем:

$$\begin{aligned} 6^2 &= 36; & 8^2 &= 1; & 4; & 11^2 &= 2; & 1; & 19^2 &= 6; & 1; \\ 7^2 &= 49; & 9^2 &= 1; & 21; & 12^2 &= 2; & 24; & 58^2 &= 56; & 1. \end{aligned}$$

Агар мо системаи ҳисоби шастиро истифода барем, ин навиштаҳо фаҳмо мешаванд. Дар навиштаҳои боло рақамҳои аввали пеш аз нуқта бо вергул омада ҳамчун воҳидҳои разряди дуҷоми 60 воҳиди разряди якумро дарбаргиранда фаҳмида мешаванд, яъне

$$8^2 = 1 \cdot 60 + 4, \quad 9^2 = 1 \cdot 60 + 21, \quad 11^2 = 2 \cdot 60 + 1 \text{ ва ғайра.}$$

Бо ҳамин заминаи амали бадараҷабардории дар замонҳои қадим гузошта шуд.

Ишораҳо барои ифодаи квадрат, куб ва дараҷаҳои боло-тари адади натурали низ аввал дар Мисри қадим, баъд дар Осиёи Миёнаву Ҳиндустон пайдо шуданд. Математики машҳури асримиёнагии самарқандӣ Ғиёсиддин Ҷамшеди Кошонӣ (ал-Кошӣ) дараҷаи чоруми ададро ҳамчун квадрати квадрат, дараҷаи панҷуми онро ҳамчун квадрати куб, дараҷаи шашуми ададро ҳамчун куби куб ва ғайра номидааст.

Солҳои зиёде гузашт, то олимони барои навиштану хондани дараҷаҳо ишоратҳои то имрӯз истифодашавандаро қабул намоянд. Ишоратҳои a^2 ; a^3 ; a^4 ва ғайраро бори аввал олими франсавӣ Р.Декарт (соли 1637) қабул намуда буд. Олими машҳури англис И.Нютон барои ифодаи дараҷаи нишондиҳандаш n ишорати a^n -ро истифода бурдааст. Калимаи «нишондиҳанда»-и дараҷа бо номи олими немис М. Штифел (1496–1567) марбут аст. Дараҷаи нулини ададро бори аввал ал-Кошӣ қабул намуд ва ин баъд аз ду аср ба аврупоиён маълум гашт. Қоидаи муосири навишти дараҷаҳо бошад, аз асри XVII оғоз ёфтааст.

СУПОРИШҶОИ ИЛОВАҒИ БА БОБИ III

Ба параграфи 1

658. Асос ва нишондиҳандаи дараҷаро нишон диҳед:

$$5^3; 1,2^7; 0,4^5; (-3)^6; (-30)^{11}; (2\frac{1}{3})^3; 1.$$

659. Ададҳоро дар шакли квадрати ягон адад нависед:
49; 144; 169; 324; 961; 1225; 10000.

Ададҳоро дар шакли куби ягон адад нависед:

660. 125; 216; 729; 1331; $-0,08$; $-0,064$.

661. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷа нависед:

$$\text{а) } (-7) \cdot (-7) \cdot (-7); \quad \text{б) } \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{3^2}; \quad \text{в) } (-\frac{2}{7}) \cdot (-\frac{2}{7}) \cdot (-\frac{2}{7}).$$

662. Дараҷаро ҳамчун ҳосили зарб нависед:

$$\text{а) } 7^6; \quad \text{б) } (-5)^4; \quad \text{в) } (0,4)^4; \quad \text{г) } (2\frac{3}{5})^4.$$

663. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } (-0,5)^3; \quad \text{б) } (-2,5)^3; \quad \text{в) } (0,8)^4; \quad \text{г) } (0,03)^2.$$

664. Амалҳоро иҷро намоед:

$$\text{а) } 7 \cdot 2^5; \quad \text{б) } 6 \cdot 2^6; \quad \text{в) } 4 \cdot 3^4.$$

665. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } 2x^2 + 3x - 1, \text{ агар } x = -4; 2; 6; 5 \text{ бошад.}$$

666. Ҳисоб кунед:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 10^2 - 5^2; & \text{б) } (10 - 5)^2; & \text{в) } -4 - (-1)^2; \\ \text{г) } 8 \cdot 0,5^2 + 25 \cdot 0,2^2; & \text{д) } 0,2 \cdot 4^2 + 0,3 \cdot 2^4; & \text{е) } 4 \cdot (0,2)^3 + (0,2)^2. \end{array}$$

667. Ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \frac{4 \cdot 4^2 \cdot 64}{4^6}; \quad \text{б) } \frac{25 \cdot 5^3 \cdot 0,2}{5^4}; \quad \text{в) } \frac{36 \cdot 6^4 \cdot 10}{36^2}.$$

668. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } 27^2 \cdot 3^4; & \text{б) } 3^4 \cdot 81^2; & \text{в) } 4^4 \cdot 256; & \text{г) } 5^3 \cdot 25; \\ \text{д) } a^4 \cdot 4^2; & \text{е) } a^3 \cdot 3^4 \cdot a; & \text{ё) } a^6 \cdot a^8 \cdot 16; & \text{ж) } a^0 \cdot b^0 \cdot c^0. \end{array}$$

669. Ифодаи x^{36} -ро дар шакли ҳосили зарби ду дараҷаи асосҳояшон баробар нависед, ки яке аз онҳо чунин бошад:

$$\text{а) } x^{18}; \quad \text{б) } x^{24}; \quad \text{в) } x^{19}; \quad \text{г) } x^{35}.$$

670. Аз ҳамаи ҳолатҳои имконпазир истифода бурда, ифодаи x^6 -ро дар шакли ҳосили зарби дараҷаҳои асосҳояшон x нависед:

671. Ифодаро дар шакли дараҷа нависед:

а) $(0,7)^3 \cdot \frac{49}{100}$; б) $(0,6)^4 \cdot \frac{36}{100}$.

672. Дараҷаро дар шакли дараҷаи асосаш 4 нависед:

а) 2^{16} ; б) 8^4 ; в) 2^{64} ; г) 2^{100} .

673. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{2^3 \cdot 3^2}{4^4}$; б) $\frac{3^4 \cdot 4^3}{12^3}$; в) $\frac{2^6 \cdot 4^3}{10^5}$.

674. Дараҷаро ба дараҷа бардоред:

а) $(-8x^2y^3)^2$; б) $(-\frac{2}{5}m^2n^3)^3$; в) $(-a^2 \cdot a^n)^4$.

675. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

а) $a^3 \cdot a^9 \cdot a^{12}$; б) $b^6 \cdot b^9 \cdot b^{15}$; в) $c^{11} \cdot c^{18} \cdot c^0$; г) $(-3x)^2 \cdot 3x \cdot 3$.

676. Ифодаро содда кунед:

а) $x^n \cdot x^n$; б) $a^3 \cdot a^n$; в) $y^{12} : y^7$; г) $z^n : z$.

677. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{48 \cdot 5^{10}}{4004} - \frac{64 \cdot 4^5}{576^2} - \frac{3^4 \cdot 7^5}{441^2}$; б) $\frac{(-2)^4 \cdot 64}{512} - \frac{(-3)^5 \cdot 81}{273} - \frac{8^3 \cdot 4^6}{2^{10} \cdot 1024}$.

678. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $\frac{3^4 \cdot 27 - 4^3 \cdot 16}{1163}$; б) $\frac{2^7 \cdot 3 + 3^7 \cdot 2}{1586}$; в) $\frac{5^4 \cdot 16 + 4^3 \cdot 25}{58 \cdot 5^2 \cdot 4^2}$.

679. Ифодаро содда намоед:

а) $\frac{a^m \cdot a^p \cdot a}{a^{m+1}}$; б) $\frac{b^4 \cdot b^n \cdot b^3 \cdot b}{b^{n+1}}$; в) $\frac{y^n \cdot y^4 \cdot 4}{2y^{n+4}}$; г) $\frac{c^4 \cdot c^n + x^3}{x^2 \cdot c^{9+x}}$.

Ба параграфи 2

680. Оё ифода якаъзоги аст.

а) $6axb$; б) $-3a^2b$; в) $-xy+x^2$.

681. Якаъзогиरो дар шакли стандарти нависед:

а) $(-13)x \cdot 2 \cdot x^2$; б) $-1,3x^2 \cdot 4xy$; в) $(-2)^3 \cdot ab \cdot (-b)^2$.

682. Якаъзогиро дар шакли стандарти нависед:

а) $0,24n^6p^3 \cdot n^0$; б) $1\frac{3}{5} \cdot p \cdot 1\frac{3}{5}q$; в) $(-pq)^5$.

683. Коэффитсиенти якаъзогиरो муайян намоед:

а) $-\frac{1}{2}x^2y^3$; б) $-a^5 \cdot (-3,2)a$; в) -15 ; г) 0 .

684. Бари росткунча аз дарозиаиш 6 маротиба хурд аст. Масоҳати росткунчаро бо формула ифода намоед.

685. Периметри квадратро 10 маротиба зиёд намуданд. Масоҳати квадрат чӣ гуна тағйир ёфт?

686. Яке аз тарафҳои росткунчаро n маротиба дароз карда, тарафи дигари онро n маротиба (кӯтоҳ) намуданд. Масоҳати росткунча чӣ гуна тағйир ёфт?

687. Якаъзогиро ба квадрат бардоред:

а) $3ab$; б) $-3a^2b^6$; в) $2,4mn^2$; г) $\frac{3}{5} \cdot 15,5$.

688. Якаъзогиро ба дараҷа бардоред:

а) $(3x^6y^8)^2$; б) $(-4a^7b^3)^3$; в) $(-0,1c^2d^2)^4$.

689. Якаъзогиро ба дараҷа бардоред:

а) $(-1a^2b^3c)^{63}$; б) $(-ax^3y^2z)^{64}$; в) $(-m^7 \cdot n^5 \cdot p^0)^0$.

690. Ҳавз 1624 л об дорад. Бо воситаи се қубури обпарто онро аз об холи намудан мумкин аст. Дар ҳар дақиқа аз қубури якум 5 л, аз қубури дуюм 4 л ва аз қубури сеюм 20 л об ҷори мешавад. Агар ҳар се қубурро дар як вақт кушоянд, ҳавзро дар чанд вақт холи намудан мумкин аст?

691. Дараҷаи якаъзогиро муайян намоед:

а) x^2yz^2 ; б) xy^5a^1 ; в) $(-axy)^3$; г) $(-2abz)^4$.

692. Графики функсияҳоро дар як системаи координатавӣ тасвир намоед: а) $y = 2x^2$; б) $y = 3x^2$; в) $y = 2x^3$; г) $y = 3x^3$.

693. Дарозии тарафи квадрат ба: а) 0,5 ; б) 1,2 ; в) 4 воҳид баробар аст. Масоҳати квадратро ёбед.

694. Дарозии тегаи куб ба: а) 0,6 ; б) 1,2 ; в) 0,25 воҳид баробар аст. Ҳаҷми кубро ёбед.

Ба параграфи 3

695. Қимати аниқи тарафи квадрат 8 см аст. Онро бо хаткашак се маротиба чен карда, қиматҳои: 7,98 см; 8,02 см ва 8,01 см-ро ҳосил намуданд. Масоҳати квадратро ҳисоб намуда, саҳви мутлақи қимати тақрибиро дар се ченкунӣ муайян намоед.

696. Дар фарқи $\frac{3}{8} - \frac{4}{7}$ сурати ҳар як касрро ба махраҷаш

тақсим намуда, дар касрҳои даҳии ҳосилшуда баъд аз вергул дугогии рақамро боқи монда, рақамҳои минбаъдaro партоед. Саҳви мутлақи фарқро ёбед.

697. Қимати аниқи адад 16,42 аст. Онро бо адади тақрибии 16,4 ва 16,45 иваз намуданд. Дар кадом маврид қимати тақрибӣ бо барзиёди гирифта шудаасту дар кадом маврид бо норасоӣ?

698. Адади x ва қиматҳои тақрибии он дода шудаанд. Онҳоро дар тири координатавӣ тасвир намоед. Кадоме аз қиматҳои тақрибӣ бо норасоӣ гирифта шудаасту кадомаш бо барзиёди? Дар ҳар ду ҳолат саҳви мутлақро ёбед: а) $x = 3,14$, $a = 3,18$, $b = 3,20$, $c = 3,15$; б) $x = -0,6$, $a = -1$, $b = -0,8$, $c = 1,0$.

699. Адади x бо қимати тақрибии он a иваз карда шудааст. Дар ҳар чор маврид ду қиматеро нишон диҳед, ки аз сарҳади саҳви мутлақ берун набошанд:

а) $x = 1,47234$; $a = 1,472$; б) $x = 0,1850$; $a = 0,1$.

700. Адади 2,1236 бо адади 2,2 иваз карда шудааст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии ин ивазкунии ёфта шавад.

701. Масоҳати ноҳияи Данғара 2009,8 км² аст. Онро бо адади 2010 км² иваз намуданд. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии ин ивазкуниро ёбед.

702. Масофа аз шаҳри Панҷакент то шаҳри Хучанд 289,5 км аст. Ин масофаро 290 км қабул намуданд. Саҳви мутлақу саҳви нисбии ин адади тақрибӣ ёфта шавад.

703. Касрҳоро то садихо, даҳихо, якиҳо, даҳяки яклухт намоед:

673,7; 149,25; 665,24; 406,244; 567,765; 991,178; 1000,001.

704. Касрҳоро то даҳихо, якиҳо, даҳяки, садяки, ҳазорияки яклухт намоед: 12,346; 19,972; 15,256; 18,324; 13,045; 102,436; 82,12561.

705. Ададҳоро бо саҳеҳии то 0,1; 0,01; 0,001 бо барзиёди яклухт намоед: 3,257; 45,2631; 2,0103; 124,4503; 167,6530; 1,03541.

706. Ададҳоро бо саҳеҳии то 0,1; 0,01; 0,001 бо норасоӣ

яклухт намоед: 6,273; 8,1245; 45,5679; 2,0103; 12,3876; 124,56065.

707. Олими машҳури Юнони қадим Архимед ба сифати қимати адади π қимати касри $\frac{22}{7}$ -ро қабул карда буд. Саҳви мутлақи ин қимати тақрибиро то даҳҳазоряки яклухт намоед.

708. Шумораи аломатҳои даҳии ададҳоро ёбед:
2,4; 3,36; 0,0007; 7,0001; 256,458; 173,2056; 1250,54712.

709. Ададҳои 45,321; 754,453; 5408,2034; 2806,5209; 1,423856 то ду аломати даҳи яклухт намоед.

710. Шумораи рақамҳои қурбноки ададро ёбед:
403,01; 2003,3002; 0,000729; 0,52500; 0,3; 0,36; 2400000.

711. Ададҳои 56,304; 762,001; 672,003; 3824,874; 72,10056-ро то 3 рақами қурбнок яклухт намоед.

ҶАВОБҲО

494. а) 1; 3; 13; б) -1 ; 1; 5. 500. а) $2\frac{7}{8}$; б) $4\frac{6}{7}$. 501. 8 кг ва

24 кг. 502. 62. 503. 40° ; 50° ; ва 90° . 524. $y = 2x - a$. 525. а) $A(3;4)$;
б) $B(-6,4; 7,6)$. 535. а) 9; б) 25. 536. а) 8; б) 125; в) n^3

маротиба. 545. а) $-2\frac{5}{8}$; б) $-1,8$. 546. а) -28 ; б) $-0,13$.

547. а) $\frac{2}{11}$; б) $6\frac{11}{12}$; в) $-8,64$. 548. а) $10k + 4$; б) $6n + 5$.

560. 60 дона. 561. 3780. 565. $k = -1,5$. 567. а) $A(0;4)$; $B(5; 0)$;

б) $P(0;-9)$ ва $Q(10;0)$. 568. $A(-\frac{5}{8}; -12\frac{5}{8})$. 588. $7^5 = 16807$ дона.

614. а) $2,25 \text{ м}^2$; б) $5,4756 \text{ м}^2$; в) $144,2401 \text{ м}^2$. 622. в). 629.

а) $A(0;-9)$ ва $B(12;0)$; б) $C(0;3,2)$ ва $D(4;0)$. 630. Не. 639.
16 ва 64. 640. 180 км. 654. 150 км. 655. Ба $39,015 \text{ см}^3$ ва

$75,14 \text{ см}^3$. 656. а) $1\frac{3}{20}$; б) $-2\frac{14}{15}$. 690. 58 дақиқа.

БОБИ IV

БИСЁРАЪЗОГИҲО

§ 1. СУММА ВА ФАРҚИ БИСЁРАЪЗОГИҲО

29. Бисёраъзоги ва шакли стандартии навишти он

Ифодаи $3xy^2 - 6xy^2 + y^2 - 3$ аз суммаи якаъзогиҳои $3xy^2, -6xy, y^2$ ва -3 иборат аст. Чунин ифода бисёраъзоги ном дорад.

Таъриф. *Суммаи якчанд якаъзогиҳо бисёраъзоги меноманд.*

Якаъзогӣҳое, ки бисёраъзогиҳо ташкил додаанд, аъзои бисёраъзоги номида мешаванд. Аъзои бисёраъзогии додашуда якаъзогиҳои, $3x^2y, -6xy, y^2$ ва -3 мебошанд.

Агар бисёраъзоги аз ду аъзо иборат бошад, онро ду-аъзоги, агар аз се аъзо иборат бошад, онро се-аъзоги ва ғайра меноманд. Якаъзогиҳо ҳамчун бисёраъзогии аз як узв иборат ҳисобидан мумкин аст.

Дар бисёраъзогии $7 - 2a^2b - ab + a^2b - 3$ аъзои $-2a^2b$ ва a^2b бо ҳам монанд мебошанд, зеро онҳо дорои ҳамон як қисми умумии ҳарфи буда, танҳо бо коэффитсиентҳои фарқ мекунаанд. Аъзои 7 ва -3 низ ҳамчун ҷамъшавандаҳои бе қисми ҳарфи, бо ҳам монанд мебошанд. Ҷамъшавандаҳои монанди бисёраъзогиҳо аъзои монанди бисёраъзоги меноманд. Агар дар бисёраъзоги ислоҳи ҷамъшавандаҳои монанд гузаронида шавад, мегуянд, ки аъзои монанди бисёраъзоги ислоҳ карда шудаанд.

Мисоли 1. Дар бисёраъзогии $3a^2b + 5 + 3ab^2 - 5a^2b - 9$ аъзои монандро ислоҳ менамоем:

$$\begin{aligned} &< 3a^2b + 5 + 3ab^2 - 5a^2b - 9 = (3a^2b - 5a^2b) + 3ab^2 + (5 - 9) = \\ &= -2a^2b + 3ab^2 - 4. \end{aligned}$$

Ҳар як аъзои бисёраъзогии $-2a^2b + 3ab^2 - 4$ якаъзогӣҳое мебошанд, ки дар шакли стандартӣ навишта шуда, бо ҳам монанд нестанд. Дар чунин маврид мегуянд, ки бисёраъзоги дар шакли стандартӣ навишта шудааст.

Дар мисолҳои мушаххас нишон додан мумкин аст, ки бисёраъзогии дилхоҳро ба шакли стандартӣ табдил додан мумкин аст. Барои ин ҳар як узви онро дар шакли стандартӣ навишта, аъзои монандро ислоҳ намудан зарур мебошад. $\triangleright$

Мисоли 2. Бисёраъзогии $(2m)^2 \cdot n^2 - 3 + n^2 \cdot m - (nm)^2 - mn^2$ -ро дар шакли стандартӣ менависем:
 $\triangleleft (2m)^2 \cdot n^2 - 3 + n^2 \cdot m - (nm)^2 - mn^2 = (4m^2 \cdot n^2 \cdot m^2) + (n^2 \cdot m - m \cdot n^2) - 3 = 3m^2 \cdot n^2 - 3. \triangleright$

Аъзои бисёраъзогии $6xy^3 - x^2y^2 - y^5 + 15$ якаъзоғиҳое мебошанд, ки дараҷаҳои онҳо мувофиқан 4; 4; 5 ва 0 мебошанд. Калонтарини онҳо — адади 5 дараҷаи бисёраъзогиро нишон медиҳад. Ҳамин тавр, дараҷаи бисёраъзогии дар шакли стандартӣ навишташуда ин дараҷаи калонтарини якаъзоғиҳои он мебошад. Масалан, дараҷаи бисёраъзогии $(xy)^0 + x^2y - 6y^2$ ба 3 баробар аст. Дараҷаи бисёраъзогии $2.5 + 7^3$ ба 0 баробар аст.

Мисоли 3. Нишон медиҳем, ки дараҷаи бисёраъзогии $4a^4 - a^2b^2 - a^4 - 2a^4 + a^2b^2 - 1$ ба 4 баробар аст.

$\triangleleft$ Бисёраъзогии додашударо ба шакли стандартӣ меорем:
 $4a^4 - a^2b^2 - a^4 - 2a^4 + a^2b^2 - 1 =$
 $= (4a^4 - a^4 - 2a^4) - (a^2b^2 - a^2b^2 + 1) = a^4 - 1.$

Азбаски дараҷаи бисёраъзогии $a^4 - 1$ ба 4 баробар аст, пас дараҷаи бисёраъзогии додашуда низ 4 аст. $\triangleright$

Дар қорҳои амали лозим аст, ки шакли бисёраъзогии аз як тағйирёбанда иборатро донем.

Ифодаи намуди $ax + b$ ё вобастагии хаттӣ (п. 14) дуаъзогии дараҷаи як аст. Масалан ифодаҳои $3x + 2$; $-x + \frac{1}{2}$ мисолҳои чунин дуаъзогианд.

Ифодаҳои $7x^2 + 6$; $-\frac{1}{2}x^3 - 5$; $-x^4 - \frac{1}{3}x^2$ мисоли дуаъзогии дараҷаи 2; 3 ва 4 мебошанд. Сеаъзогии дараҷаи ду намуди $ax^2 + bx + c$ -ро дорад.

Масалан, $2x^2 - x + 3$ ва $-\frac{2}{3} \cdot 2x^2 + 2x - 1$. Ифодаи мазкурро *сеаъзогии квадратӣ* низ меноманд.

Бисёраъзогии дараҷаи n гуфта, ифодаи намуди зеринро меноманд:

$$a_n x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0.$$

Дар ин ҷо ҳарфҳои $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ ба ададҳои дилхоҳ баробар шуда метавонанд, вале шарт аст, ки $a_n \neq 0$ бошад.

Масалан, ифодаҳои: $x^{10} + 8x^5 - 1$ бисёраъзогии дараҷаи 10; $x^{15} - x^{14} + x^8 + 6$ бисёраъзогии дараҷаи 15 ва $x^{2n} - x^n + 3$ бисёраъзогии дараҷаи $2n$ мебошанд.

Саволҳо барои пурсиш

1. Бисёраъзоги чист? Мисол биёред. 2. Аъзои бисёраъзоги гуфта чиро мефаҳмем? 3. Бисёраъзогии дар шакли стандарти навишташуда чист? Чи тавр бисёраъзогии дилхоҳро ба шакли стандарти овардан мумкин аст? 4. Дараҷаи бисёраъзоги чи тавр муайян карда мешавад? 5. Мисоли бисёраъзогиҳои дараҷаи як, ду ва сео биёред. 6. Бисёраъзогии дараҷаи дилхоҳ аз як тағйирёбанда кадом намудро соҳиб аст?

712. Аз байни ифодаҳо: а) дуаъзогӣ; б) сеаъзогиро ҷудо кунед:

а) $3x^3 + 2$; б) $-2x^2 + x$; в) $x^3 - x + 2\frac{1}{3}$; г) $-3\frac{1}{3}x^2 + 4x - 16$.

713. Кадоме аз ифодаҳо бисёраъзоги нест:

а) $xy + x + y$; б) $2^x + x + y$; в) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - 1$; г) $\frac{6}{xy} - 30$?

714. Аъзои монандро ислоҳ намоед:

а) $-2x^4 + 3xy + x^4 - 3xy$; б) $-x^4 - 3y + x^4 + 2y - 5 + 3y$;
в) $6a^2b - b^2 - b^3 - a^2b^2 + b^2$; г) $3c^2 - cx^3 - c^4 + cx^3 - 2c^2 + 4$.

715. Бисёраъзогиро ба шакли стандарти биёред:

а) $-3x^3 + 2x^2 + 2x^3$; б) $2mm^2 + m^2 - 2m^3 + m^2$;
в) $n^4 - 2m^3 + m^2 + 2m^3 - n^4$.

716. Бисёраъзогиро ба шакли стандарти биёред:

а) $2a^2x^5 - x^3a^3 - 2x^5a^2 + x^3$; б) $3p^3x^2 - px^2 - p^4 - 2p^3x^2 + 2x^2p + p^4 - x^2p$.

717. Қимати бисёраъзогиро ёбед:

$3a^4 - a^2b^3 - 2a^4 + 2a^2b^3$, агар $a = 2, b = 3$ бошад;

718. Қимати бисёраъзогии $3p^2 + 6pq - 6qr + 12$ -ро ҳангоми $p = -1$; 0 ; 4 ва $q = 2$ будан ёбед. Оё барои ягон қимати p қимати бисёраъзогӣ ба 0 баробар мешавад?

719. Бисёраъзогиро бо тартиби камшавии дараҷаҳои тағйирёбандааш нависед:

а) $7a^4 - 6a^5 + 6a - a^3 + 4 - a^2$; б) $14 - 6b^2 - b^4 + 6b^7 - b^5$.

720. Бисёраъзогиро бо тартиби зиёдшавии дараҷаҳои тағйирёбандааш нависед:

а) $p^8 - 3 + p^3 + 2p^6 - 3p^2 + p$; б) $2q + q^5 - 3q^3 + 6q^4 - 5$.

721. Бисёраъзогии дараҷаи панҷро тартиб диҳед, ки аз як тағйирёбанда вобаста бошад.

722. Бисёраъзогии дараҷаи сео нависед, ки тағйир-

723. Дараҷаи бисёраъзогиро муайян намоед:

б) $6\theta^5 - \theta^3 - 1$;

Г) $pq + qk - 6pqmk$.

724. Искот кунед, ки бисёраъзогии $3x^6+2x^4+x^2+6y^2+6$

725. Бисёраъзогии дараҷаи 8-ро нависед, ки ду аъзо дошта

726. Бисёраъзогии дараҷаи чорро нависед, ки: а) ду;

727. Бисёраъзогии дараҷаи 6-ро аз тағйирёбандаи t тартиб

Машқҳо барои такрор

728. Ҳисоб кунед:

a) $2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^6 + 5 \cdot 2^3 - 2^5$; б) $3 \cdot 3^5 - 2 \cdot 3^4 + 4 \cdot 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 2$.

729. Муодиларо ҳал кунед:

a) $-\frac{2}{5}x + 3 \cdot 2^6 = \frac{3}{5}x + 192$; б) $64 + 4^3 \cdot x = 60x + 3 \cdot 4^2 - 4$.

730. Чор адади чуфти пай дар пайеро нависед, ки аз $2k$ сар мешаванд. Суммаи ин адалҳо ба чӣ баробар аст?

731. Се адади чуфти пай дар пайеро нависед, ки аз $2k-1$ сар мешаванд. Суммаи ин ададҳо ба чӣ баробар аст?

732. Дар секунҷа бузургии кунҷҳо каратиҳои адади 10 мебошанд. Кунҷи якум аз дуҷум ва кунҷи дуҷум аз кунҷи сеҷум 20° хурданд. Бузургии ҳар як кунҷи секунҷаро ёбед.

30. Чамъ ва тарҳи бисёраъзогиҳо

Бисёраъзогиҳоро ҳамчун ададҳо ҷамъу тарҳ, намудан мумкин аст. Дар ин маврид ҳамаи қоидаи маълуми кушодани қавсҳо (ниг. ба «Математика»-и синфи 6) амал мекунад.

Қоидаи кушодани қавс. Агар пеш аз қавс аломати «плюс» омада бошад, ҳангоми кушодани қавс аломати ҳамаи ҷамъшавандаҳои он нигоҳ дошта мешаванд; агар аломати «минус» омада бошад, ҳангоми кушодани қавс аломати ҳамаи ҷамъшавандаҳо ба муқобилашон иваз карда мешаванд.

Қоидаи мазкурро ҳангоми ҷамъу тарҳи бисёрраъзогиро тат-

биқ мекунем.

Мисоли 1. Бисёраъзогиҳои $2x^3-3x^2+2x-3$ ва $-x^3+3x^2+5x+5$ -ро ҷамъ мекунем.

◁ Суммаи ин бисёраъзогиҳоро тартиб медиҳем:
 $(2x^3-3x^2+2x-3)+(-x^3+3x^2+5x+5)$.

Аз руи қоидаи кушодани қавсе, ки дар пешаш аломати плюс дорад, амал мекунем:

$$(2x^3-3x^2+2x-3)+(-x^3+3x^2+5x+5)=2x^3-3x^2+2x-3-x^3+3x^2+5x+5.$$

Аъзои монандро ислоҳ намуда меёбем: x^3+7x+2 .

Инак, мо суммаи бисёраъзогиҳои $2x^3-3x^2+2x-3$ ва $-x^3+3x^2+5x+5$ -ро ба бисёраъзогии x^3+7x+2 табдил додем. ▷
Умуман, суммаи ду бисёраъзогии дилхоҳро ба бисёраъзогии табдил додан мумкин аст.

Мисоли 2. Аз бисёраъзогии $-2x^3+x^2-4x-2$ бисёраъзогии $-2x^3-x^2+6x-3$ -ро тарҳ мекунем.

◁ Бисёраъзогиҳоро дар қавсҳо гирифта, фарқи зеринро ҳосил мекунем:

$(-2x^3+x^2-4x-2)-(-2x^3-x^2+6x-3)$. Аз руи қоидаи кушодани қавсе, ки дар пешаш аломати «минус» дорад:

$$(-2x^3+x^2-4x-2)-(-2x^3-x^2+6x-3)=-2x^3+x^2-4x-2+2x^3+x^2-6x+3.$$

Аъзои монанди бисёраъзогии ҳосилшударо ислоҳ менамоем:

$$(-2x^3+x^2-4x-2)-(-2x^3-x^2+6x-3)=2x^2-10x+1.$$

Ҳамин тавр, фарқи бисёраъзогиҳои $-2x^3+x^2-4x-2$ ва $-2x^3-x^2+6x-3$ -ро ба бисёраъзогии $2x^2-10x+1$ табдил додем. ▷

Умуман, фарқи бисёраъзогиҳои дилхоҳро ҳамчун бисёраъзогии навиштан мумкин аст.

Хулоса. *Сумма ва фарқи ду бисёраъзогии боз бисёраъзогист.*

Баъзан лозим меояд, ки баръакс, бисёраъзогии додашуда ҳамчун сумма ё фарқи бисёраъзогиҳо навишта шавад. Дар ин маврид қавсҳоро аз руи қоидаи зерин тартиб додан лозим меояд

Қоида. *Агар пеш аз қавс аломати «плюс» навишта шавад, ҷамаи аъзои қавс бо ҳамон аломатҳояшон навишта мешаванд; агар «минус» навишта шавад, аломати ҷамаи аъзои қавс ба муқобилашон иваз мешаванд.*

Масалан, $5a-7b+c=5a+(-7b+c)$; $5a-7b+c=5a-(7b-c)$.

Қоидаи охирин нишон медиҳад, ки чӣ тавр бисёраъзогии

ё қисми он дар қавс (қавсҳо) муттаҳид карда мешавад.

Мисоли 3. $\triangleleft$ а) $6-2x^2+xy-y^2=6-(2x^2-xy+y^2)$;
б) $-x^4+2x^3-x^2+2x-3=-(x^4-2x^3+x^2-2x+3)$.

Қавсҳои тарафи рости баробариҳоро аз руи қоидаи кушодани қавсҳо кушода, ба дурустии онҳо боварӣ ҳосил намудан мумкин аст. $\triangleright$

Қайд: Ду бисёраъзогии аз як тағйирёбандаи x вобаста бо ҳам баробар мешаванд, агар коэффитсиентҳои назди дараҷаҳои баробари тағйирёбандаҳояшон баробар бошанд. Фарқи байни ду бисёраъзогии бо ҳам баробар ба бисёраъзогие баробар аст, ки ҳамаи коэффитсиентҳояш аз нулҳо иборатанд. Чунин бисёраъзогиро **бисёраъзогии нулӣ** меноманд. Масалан, суммаи ду бисёраъзогии коэффитсиентҳои назди дараҷаи якхелаи тағйирёбандаҳояшон аломатҳои муқобил дошта бисёраъзогии нулиро ташкил медиҳад:

$$ax^2+bx+c \text{ ва } -ax^2-bx-c, \quad ax^2+bx+c+(-ax^2-bx-c)=0.$$

Саволҳо барои пуршиш

1. Қоидаи кушодани қавсҳо баён намоед, ки дар пешаш аломати «плюс» дорад. 2. Қоидаи кушодани қавсҳо баён намоед, ки дар пешаш аломати «минус» дорад. 3. Чи тавр ду бисёраъзогӣ ҳам карда мешаванд? 4. Чи тавр бисёраъзогиҳо тарҳ карда мешаванд? Бо мисол фаҳмонед. 5. Агар хоҳем, ки бисёраъзогӣ ё қисми онро ба қавс гирем, чӣ гуна бояд амал кард?

733. Ифодаҳоро ҳам намоед:

а) $x+1$ ва $1-x$; б) $-x+1$ ва $x+1$.

734. Суммаи бисёраъзогиҳои $3a^3-2a^2+a$ ва a^3+a^2-2a -ро тартиб диҳед.

735. Фарқи бисёраъзогиҳои $5a^3+a-3$ ва $-2a^3+4a+5$ -ро тартиб диҳед.

736. Ду бисёраъзогӣ дода шудааст:
 $-4a^3+3a^2-2$ ва $3a^3-a^2+a-1$.

а) фарқи байни бисёраъзогии якуму дуюмро тартиб диҳед;
б) фарқи байни бисёраъзогии дуюму якум ба чи баробар аст?

737. Қавсҳоро кушоед:

а) $3a-(2a-6)-(3a-2)-(a-3)$; б) $3x^2-(4,5+x^2)+(4,5-x^2)$.

738. Дар шакли бисёраъзогии стандартӣ нависед:

а) $6a^2-(2-3a)+6a^2$; б) $(8-3b^2)-(b^3-b^2)-8$.

739. Ифодаро содда кунед:

- а) $2,4a - (3,6a + 2,2a^2)$; б) $-3,6b^2 + 5,2b + (4,8b - 0,4b^2)$;
в) $12c^2 - (3 - 2x^2) - (10c^2 + 2x^2)$; г) $(2d - d^3 + 5) + 6d - (-d^3 + 6d)$.

740. Ба бисёраъзогии шакли стандартӣ таъдил диҳед:

- а) $(1 - x^2) - (2x - x^3 + 4)$; б) $1 - (4x^3 - 3x^4 + 1 - x^2)$.

741. Сумма ва фарқи бисёраъзогиҳоро тартиб диҳед:

- а) $2x + 1$ ва $2x - 1$; б) $2x - 1$ ва $2x + 1$;
в) $-2x - 1$ ва $2x - 1$; г) $2x - 1$ ва $1 - 2x$.

742. Нишон диҳед, ки қимати ифодаи: а) $2a - b - (2b - a) - 3(a - b)$ айнан ба 0; б) $(b^2 - 3ab) - (5 - ab) + (2ab - b^2)$ айнан ба -5 баробар аст.

743. Ҳосили ҷамъи кадом бисёраъзогӣ бо бисёраъзогии додашуда ба нул баробар аст:

- а) $a + 3$; б) $-x + 16$; в) $-y^2 + 6y - 1$?

744. Ҳосили ҷамъи кадом бисёраъзогӣ ва бисёраъзогии $3x^2 + 5x - 2$ айнан ба: а) 0; б) 6; в) $x + 3$; г) $2x^2 - x + 7$ баробар аст?

745. Чунин бисёраъзогии P -ро тартиб диҳед, ки ҳангоми онро ба баробарӣ гузоштан, айният ҳосил шавад:

- а) $P + (3x^2 + xy) = 4x^2 + 9xy$; б) $P(x^2 + 2x - 6) = x^2 - x - 1$;
в) $3y^3 + 2y + P = 3(y^3 - 1)$; г) $6y^3 + 2y^2 - y - 3 = P$.

746. Ифодаро содда кунед:

- а) $(x^2 + 4x) + (2x^2 - 3) - (3x^2 - 4x)$; б) $(8,2 - 2y^2) - (4,8 + y^2) - (3 - 6y)$.

747. Қимати ифодаро ҳангоми $a = 2$ ва $b = 1$ будан ёбед: $(3,6 a^2b - 1,6ab + 8b^3) - (6,4 a^2b + 6b^3)$.

748. Қимати ифодаи $x^2 - (6ax - 5x^2) + a^2$ -ро ҳангоми $x = 0,25$ ва $a = 0,5$ будан ёбед.

749. Ба бисёраъзогии $2p^2 + q^2 - 3pq + 4$ кадом дуаъзогиرو ҷамъи намоём, то бисёраъзогии: а) аз тағйирёбандаи p холи; б) аз тағйирёбандаи q холи ҳосил шавад?

750. Исбот кунед, ки қимати ифода аз p ва q вобаста нест. $(\frac{1}{2}p^2 - \frac{3}{4}p^2q + q^2) - (0,5q^2 - 0,75p^2q + 0,5p^2) - \frac{1}{2}p^2$.

751. Бигузор $a = x^2 - y^2$, $b = 2xy - x^2$ ва $c = x^2 + y^2 - 2xy$ бошад. Ин қиматҳои a , b ва c -ро ба баробариҳо гузошта, онҳоро содда намоед:

- а) $a + b + c$; б) $a - 2c + 3b$.

752. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(6 + 2x) + (6x - 12) = 18$; б) $(13 - 2x) - (3x - 4) = 42$;

- в) $(2,4-x)-(1-2x)=1,6$; г) $1-(0,3x-2,7)=10,8+0,7x$;
 д) $4,8-1,5x+(3x-0,8)=x+2$; е) $6,2x+0,5=3,2x-(1-0,5x)+3$.

753. Ифодаро ҳамчун суммаи дуаъзогиҳо нависед:

- а) $5x^3-x^2+2x-4$; б) $-3y^4+3y^2-2x^2-4x+x-3$.

754. Ифодаро ҳамчун фарқи якаъзоғи ва сеаъзоғи нависед:

- а) $2x^4-x^3+2x^2-x$; б) $-3x^5-5x^3+6x-3$.

755. Дар хонаи якум x нафар; дар хонаи дуюм аз хонаи якум b нафар зиёд, вале дар хонаи сеюм аз хонаи дуюм 6 нафар кам одам зиндагӣ дорад. Дар се хона чанд нафар одам зиндагӣ дорад?

Машқҳо барои такрор

756. Амалҳоро иҷро намоед:

$$\text{а) } \frac{6^3 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^2)^2}{72 \cdot 2^6}; \quad \text{б) } \frac{8^4 \cdot (2^3)^2 \cdot 4}{16 \cdot 2^{18}}.$$

757. Адад бо қимати тақрибиаш иваз карда шудааст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии ин ивазкуниро ёбед:

- а) 2,45 бо 2,4; б) 10,64 бо 10.

758. Ададҳоро то даҳяки, садаки ва ҳазорияки яклухт кунед: 21,9632; 12,0376; 421,0159; 1070,1070; 6,2345; 10,0043.

759. Аломатҳои даҳи ва рақамҳои қурбнокӣ ададҳоро ёбед: 0,376; 124,0001; 0,0007; 1,0001; 456,000; 0,23023; 1,9800.

§ 2 ЗАРБИ БИСЁРАЪЗОГИҲО

31. Зарби якаъзоғи ба бисёраъзоғи

Дар п. 29 шарт гузоштем, ки якаъзоғиро ҳамчун бисёр-аъзоғии аз як аъзо иборат ҳисобидан мумкин аст. Тавре медонем, якаъзоғиро ба шакли стандартӣ овардан мумкин. Ҳаминро ба эътибор гирифта, якаъзоғии $2a^3$ -ро бо дуаъзоғии $3a^2+6$ зарб мезанем. Дар асоси қонуни ҷудошавии зарб аз руи ҷамъ менависем:

$$2a^3 \cdot (3a^2+6)=2a^3 \cdot 3a^2+2a^3 \cdot 6=6 \cdot a^{3+2}+12a^3=6a^5+12a^3.$$

Ҳамин тавр, ҳосили зарби якаъзоғии $2a^3$ ва бисёраъзоғии $3a^2+6$ -ро дар шакли бисёраъзоғии стандартӣ навиштем.

Айнан ҳамин тавр, якаъзоғии $-5a^2$ -ро бо сеаъзоғии $6a^4-a^3+2a$ зарб мезанем:

$$-5a^2 \cdot (6a^4 - a^3 + 2a) = (-5) \cdot 6 \cdot a^{2+4} + (-5) \cdot (-1) \cdot a^{2+3} + (-5) \cdot 2 \cdot a^{2+1} = -30a^6 + 5a^5 - 10a^3.$$

Ҳосили зарби якакзогии $-5a^2$ ва сеаъзогии $6a^4 - a^3 + 2a$ -ро низ дар шакли бисёраъзогии стандарти менависем: $-30a^6 + 5a^5 - 10a^3$.

Умуман, ҳосили зарби якакзоғи ва бисёраъзогии дилхоҳ-ро дар шакли бисёраъзогии стандарти навиштан мумкин аст.

Қоида. *Барои бо бисёраъзоғи зарб задани якакзоғи, ҳар як аъзои бисёраъзоғиро бо якакзоғи зарб зада, натиҷаҳоро ҷамъ намудан лозим аст.*

Мисоли 1. Якакзогии $-\frac{2}{3}b^3$ -ро бо сеаъзогии $3b^4 - b + 42$ зарб мезанем:

$$\triangleleft -\frac{2}{3}b^3 \cdot (3b^4 - b + 42) = (-\frac{2}{3}) \cdot 3b^{3+4} + (-\frac{2}{3})(-1)b^{3+1} + (-\frac{2}{3}) \cdot 42b^3 = \triangleright$$

Қайд мекунем, ки ҳисобҳои фосилавиرو навишта, ҳалли мисолро мухтасар навиштан мумкин аст:

$$-\frac{2}{3}b^3 \cdot (3b^4 - b + 42) = -2b^7 + \frac{2}{3}b^4 - 28b^3.$$

Мисоли 2. Ифодаи $4c^3 - 2c^2(3c - 4)$ -ро содда менамоем.

$$4c^3 - 2c^2(3c - 4) = 4c^3 - 6c^3 + 8c^2 = -2c^3 + 8c^2.$$

Мисоли 3. Муодилаи $1 - 2(x^2 - x + 3) = (4 - 2x)x$ -ро ҳал мекунем:

$$\triangleleft \text{Амалҳоро пай дар пай иҷро менамоем: } 1 - 2x^2 + 2x - 6 = 4x - 2x^2 \\ -2x^2 + 2x - 4x + 2x^2 = 6 - 1, -2x = 5, x = 5: (-2) = -2, 5. \triangleright$$

Мисоли 4. Муодилаи $\frac{6x-5}{3} - \frac{7x-1}{5} = 2$ -ро ҳал мекунем.

$\triangleleft$ Ҳар ду тарафи баробариро бо хурдтарин каратии умумии махраҷи касрҳо, яъне адади 15 зарб зада ҳосил мекунем:

$$(\frac{6x-5}{3} - \frac{7x-1}{5}) \cdot 15 = 2 \cdot 15; \frac{6x-5}{3} \cdot 15 - \frac{7x-1}{5} \cdot 15 = 30; 6(6x-5) - 3(7x-1) = 30, \\ 30x - 25 - 21x + 3 = 30; 9x = 25 + 30 - 3 = 52; x = \frac{52}{9} = 5\frac{7}{9}. \triangleright$$

Мисоли 5. Қимати ифодаи $26a - 2a(13 - a^2) - 2b^2a$ -ро ҳангоми $a = -1$ ва $b = 3$ будан ёбед.

$\triangleleft$ Қавсро кушода, ифодаро содда менамоем:

Дар ифодаи ҳосилшуда қиматҳои $a = -1$ ва $b = 3$ гузошта, ҳосил менамоем: $2a^3 - 2b^2a = 2 \cdot (-1)^3 - 2 \cdot 3^2 \cdot (-1) = -2 + 18 = 16$. ▽

Саволҳо барои пурсиш

1. Якаъзогиरो бо дуаъзоги чӣ тавр зарб мезананд? Мисол биёред.
2. Якаъзогиरो ба сеаъзоги чӣ тавр зарб мезананд? Бо мисол фаҳмонед.
3. Якаъзогиरो ба бисёраъзоги чӣ тавр зарб мезананд?

760. Зарбро иҷро намоед:

- а) $2a(a+6)$; б) $-3b(b-5)$; в) $4c^2(c^3-1)$; г) $-6p^3(1-\frac{3}{2}p)$;

761. Зарбро иҷро намоед:

- а) $2x(x^2-3x+6)$; б) $-4y(3y^2+5y-2)$;
в) $(5a^3-2a^2+a) \cdot (-2a^3)$; г) $(b^2-1,2b+5) \cdot 2,5b$.

762. Дар шакли бисёраъзоги нависед:

- а) $3m^3(m+6n)-2m(m^3-8n)$; б) $-12a+3-(-3a^2+a+3)$;
в) $5p^2q^3-(6p^2q+q-1)$ г) $-6ab(3-a)-2a(b-1)$

763. Ифодаро содда кунед:

- а) $12a+2a(6-a)$; б) $2y^2-3y(2-2y)$;
в) $5p^2q^3-(6p^2q+q-1)$ г) $-6av(3-a)-2a(b-1)$

764. Амалҳоро иҷро намоед:

- а) $-2x^2 \cdot (-x^4+x^3+x-1)$; б) $(1+2y-y^3) \cdot 3by+3by^4$;
в) $-\frac{5}{9}x^2a \cdot (18a-2,7x)+36$; г) $-\frac{3}{4}c^4z^2 \cdot (2,4c-3,2z-8)$.

765. Ифодаро дар шакли бисёраъзоги нависед:

- а) $6a(a-3)-2a(a^2-1)+6a^3$; б) $-a^2b(a^3-3)-6a^3b-2ab^3$;
в) $-3x(x^2-3)+3x(x^2+3)-x^3$; г) $y^2(y-2)+2(y^3-4)-(y^2+1)$.

766. Ифодаро содда намуда қиматашро ёбед:

- а) $-2x(x^2-2x+1)$, агар $x=1$ бошад;
б) $y(y^2+0,5)-(y^2-0,5)$, агар $y=-1$ бошад.

767. Ифодаро содда кунед:

- а) $(2a^2)^3-a^3(1-5a^3)-9a^6$; б) $(-4a^2)^2-a^2(a^2-3)+4a^4+3$;
в) $(-3a^3)^2-a^2(2a^4-a^2)-1$; г) $(-1)^6 \cdot (-a)^4-(2a^3+(-a)^2-1)$.

768. Аз рӯи расми 29 маънои геометрии формулаи $a(b+c)=ab+ac$ -ро барои қиматҳои мусбати a , b ва c маънидод намоед.

769. Исбот кунед, ки ифодаи

$x(3x-1)-x^2(3+x)+(x^2+1)x-5$ барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаи x ҳамеша як қимат қабул мекунад.

770. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $2x(4x-3)-8(x^2-x)=10$;
 б) $-2y(y-3)+y(2y+1)=14$;
 в) $-0,5(4x-2x^2)-(x-1)(x+1)=9$;
 г) $-0,1(10y-y^2)-y(3+0,1y)=12$;
 д) $(2x+3)(2x-3)-4(x^2-3x)=24$;
 е) $(1-2y)(1+2y)+4y^2+6y=13$.

771. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $3(y-5)+8(2y-3)=-1$;
 б) $6(z-3)+2(z+2)=10$;
 в) $5(t-1)-4(t-3)=-20$;
 г) $3(2x-1)-5(x-3)+6x=81$.

772. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаи:

а) $3x - 5$ аз қимати ифодаи $2x + 1$ ду маротиба калон аст;

б) $-\frac{3x}{5}$ аз қимати ифодаи $\frac{6x-1}{4}$ 2 воҳид хурд аст?

773. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $1,3(x-0,7)+0,7x=9,1$; б) $2,5(x-3)-(0,5x+2)=\frac{1}{2}$
 в) $1,3(x-0,7)-0,12(x+10)=3$; г) $7(0,3x-2)-3(0,7x+3)=3$.

774. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $3(x-4)-(x-6)=-18$; б) $-(x+5)+3(5-x)=4$;
 в) $-2(y-4)+6(1-y)=46$; г) $1,2(2x-3)-0,8(1-x)=5,2$;
 д) $0,15(x-4)=9,9-0,3(x-1)$; е) $0,3-0,2(y-1)=y+0,5$.

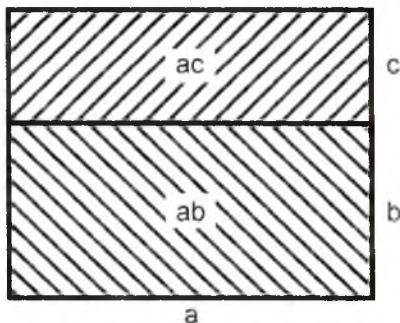
775. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $\frac{a-1}{3}+\frac{a+3}{4}=\frac{a}{2}$; б) $\frac{5b-7}{12}-\frac{b-5}{8}=1-b$;
 в) $\frac{12-c}{4}-\frac{2-c}{3}=\frac{c}{12}$; г) $1-\frac{x-3}{2}=\frac{2-x}{3}+4$;

776. Суммаи кунҷҳои секунҷа ба 180° баробар аст. Бузургии кунҷҳо ба се адади пай дар пайи натуралӣ баробаранд. Онҳоро ёбед.

777. Математики машҳури Юнони қадим Пифагор ба саволи «Чанд нафар шогирд доред?» чунин посух дод: «Нисфи шогирдонам бо ҳисобкунӣ машғуланду аз чор як ҳиссаашон мусиқӣ гуш мекунанд. Аз ҳафт як ҳиссаи онҳо оромона фикр доранд ва қисми боқимондаи шогирдонам 3 нафаранд». Пифагор чанд нафар шогирд дошт?

778. Падар ба саволи «Чанд сол доред?» чунин посух дод: «Агар ба синни ман нисфи он, баъд чоряки он ва боз 1



Расми 29.

соли дигарро илова намоед, 134 ҳосил мешавад». Падар чанд сол дорад?

779. Падар дар сабад себ овард. Агар у ба фарзанди калони нисфи шумораи онҳо ва як себ, ба фарзанди мобайни нисфи шумораи себҳои боқимонда ва боз ду себ диҳад, он гоҳ дар сабад 6 себ боқӣ мемонад. Падар чанд дона себ оварда буд?

780. Аз деҳаи дурдаст бо суръати 50 км/соат автомобили боркаш ба роҳ баромад. Пас аз 1 соат, аз дунболи вай бо суръати 70 км/соат, автомобили сабукраве равона шуд. Автомобили сабукрав пас аз чанд вақт ба автомобили боркаш мерасад?

Машқҳо барои такрор

781. Нуқтаи буриши хатҳои ростро ёбед:

а) $x+y=1$ ва $-x+y=2$; б) $2x-y=3$ ва $x-y=1$;

782. Нуқтаи буриши хатҳои ростро бо тирҳои координатаҳо ёбед:

а) $3x-2y=12$; б) $x-3y=6$; в) $3x-y=0,6$; г) $-x+\frac{y}{2}=3$.

783. Ифодаро содда намоед:

а) $4x(x-1)-2(2x^2-1)+4x$; б) $-2y(x^3-2y)-(x^3y+4y^2)$.

784. Муодиларо ҳал кунед:

а) $6x-2(x+2)-3(1-x)=28-14x$; б) $0,5(2y-1)-(0,5-0,3y)+2=0$.

785. Қавсро кушоед: $-((a-b)-(a-(a-b)))$.

32. Зарби бисёраъзогии бо бисёраъзогии

Дуаъзогии $x+y$ -ро бо дуаъзогии $a+b$ зарб мезанем. Зарби ин ифодаҳоро тартиб медиҳем: $(x+y) \cdot (a+b)$.

Дуаъзогии $x+y$ -ро бо t ишорат менамоем. Дар натиҷа, ҳосили зарби $t(a+b)$ -ро аз руи қоидаи зарби якаръзогии бо бисёраъзогии табдил медиҳем: $t(a+b)=ta+tb$. Дар ифодаи $ta+tb$ ба ҷои t дуаъзогии $x+y$ -ро гузошта, аз қоидаи зарби якаръзогии бо бисёраъзогии бори дигар истифода мебарем:

$$ta+tb=(x+y)a+(x+y)b=xa+xb+ya+yb.$$

Ҳамин тавр, $(x+y)(a+b)=xa+xb+ya+yb$ аст. Яъне, якаръзогиҳои тарафи ростии баробарӣ дар натиҷаи ба ҳар як аъзои дуаъзогии $x+y$ зарб зада шудани ҳар як аъзои дуаъзогии $a+b$ ҳосил шудаанд. Бо ҳамин тарз нишон додан мумкин аст, ки умуман, ҳосили зарби ду бисёраъзогиро дар шакли бисёраъзогии навиштан мумкин.

Қоида. Барои бо ҳам зарб задани ду бисёраъзоги ҳар як аъзои бисёраъзогии якумро бо ҳар як аъзои бисёраъзогии дуюм зарб зада, ҳосили зарбҳоро ҷамъ намудан лозим аст.

Мисоли 1. Дуаъзогии $x+y$ -ро бо сеаъзогии $a+b+c$ зарб мезанем. $\triangleleft$ Дар асоси қоидаи овардашуда амал менамоем: $t(a+b+c)=ta+tb+tc=(x+y)a+(x+y)b+(x+y)c=xa+ya+xb+yb+xc+yc$.

Ҳосили зарби дуаъзогии $x+y$ бо сеаъзогии $a+b+c$ ба шашаъзогии $xa+xb+yb+xc+yc$ баробар шуд. $\triangleright$

Ҳамин тавр, нишон додан мумкин аст, ки *агар яке аз бисёраъзогиҳо n ва дигараш t аъзо дошта бошад, дар натиҷаи зарби онҳо, пеш аз ислоҳ намудани ҷамъшавандаҳои монанд, $n+t$ -аъзогӣ ҳосил мешавад*. Аз ин далели муҳим ҳангоми тафтиши шумораи аъзои бисёраъзогӣ истифода бурдан муҳим аст.

Мисоли 2. Дуаъзогии $ax+b$ -ро бо худаш зарб мезанем.

$\triangleleft$ Аз қоидаи зарби бисёраъзогӣ истифода мебарем: $(ax+b)(ax+b)=a^2x^2+abx+bax+b^2=a^2x^2+2abx+b^2$. Пас, $(ax+b)^2=a^2x^2+2abx+b^2$. $\triangleright$

Мисоли 3. Ифодаи $(4a-5)(3-a)-5a(7-a)$ -ро содда мекунем. $(4a-5)(3-a)-5a(7-a)=12a-4a^2-15+5a-35a+5a^2=a^2-18a-15$. $\triangleright$

Мисоли 4. Исбот мекунем, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи $4n(n+3)-(4n-28)(n+3)$ ҳам ба 4 ва ҳам ба 7 карати мебошад.

$\triangleleft$ Ифодаи додашударо табдил медиҳем:

$$4(n+3)n-(4n-28)(n+3)=4n^2+12n-(4n^2+12n-28n-84)=4n^2+12n-4n^2-12n+28n+84=28n+84=4\cdot 7(n+3).$$

Аз баробарии ҳосилшуда аён аст, ки барои ҳар як адади натуралии n ҳосили зарби $4\cdot 7\cdot (n+3)$ ҳам ба 4 тақсим мешаваду ҳам ба 7. Аз ин ҷо ифодаи $4n(n+3)-(4n-28)(n+3)$ низ барои ҳамин n ҳам ба 4 тақсим мешаваду ҳам ба 7. $\triangleright$

Саволҳо барои пурсиш

1. Бисёраъзоги чист? 2. Аъзои бисёраъзоги гуфта чиро мефаҳманд? 3. Бисёраъзогии шакли стандартӣ чист? 4. Чӣ тавр бисёраъзогии дилхоҳро ба шакли стандартӣ овардан мумкин аст? 5. Дараҷаи бисёраъзоги чист?

786. Зарбро иҷро кунед:

а) $(a+b)(x-y)$; б) $(a-b)(p+q)$; в) $(b-a)(m-)$.

787. Дуаъзогиҳоро бо ҳам зарб занед:

- а) $(a-2)(a+3)$; б) $(x+3)(x-5)$; в) $(3-y)(y-6)$;
 г) $(b-c)(x+y)$; д) $(2p-1)(5p+2)$; е) $(5m-4)(4-3m)$.

788. Ифодаро ба шакли бисёраъзоги биёред:

- а) $(a-b)(c+d)$; б) $(9q-3)(9-q)$;
 в) $(7-x)(3-x)$; г) $(5x-3y)(3y-5x)$.

789. Аз рӯи расми 30 маънои геометрии формулаи $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ -ро барои ададҳои мусбати a ; b ; c ва d маънидод намоед.

790. Дар шакли бисёраъзоги нависед:

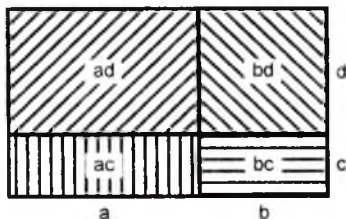
- а) $(2a^2-b)(a^2+b)$; б) $(7a^2+x^2)(x^2-5a^2)$.

791. Ба бисёраъзоги табдил диҳед:

- а) $(x+3)^2$; б) $(1-x)^2$; в) $(2x-1)^2$.

792. Ба бисёраъзоги табдил диҳед:

- а) $(a^2+ax-x^2)(a+x)$;
 б) $(b^2-bc+c^2)(b-c)$;
 в) $(b+y)(b^2-by-y^2)$;
 г) $(b-p)(b^2-bp-p^2)$.



Расми 30

793. Қавсҳоро кушоед:

- а) $(2a^2-4ab+5b^2)(3a+5b)$; б) $(16b^2+24bx+2x^2)(2x-3y)$;
 в) $(-3p^2+p+1)(3p-2)$; г) $(5-2c)(4c^2+4c-3)$.

794. Ба бисёраъзоги табдил диҳед:

- а) $(a^2-ab-b^2) \cdot (a+b)$; б) $(c^2+cd-d^2) \cdot (c-d)$;
 в) $(2p^2+p+1) \cdot (p-1)$; г) $(2-q) \cdot (3q^2+q-2)$.

795. Ифодаро содда намоед:

- а) $(3a-4)(5-2a)+4a^2$; б) $(7b-2)(2b+3)-13b$;
 в) $x^2-(x-3)(x+4)$; г) $z^3-(z^2-2z)(z+3)$.

796. Бисёраъзогиҳо бо бисёраъзоги зарб занед:

- а) $3x^2-x+4$ ва x^2-2x+1 ; б) y^2-3y+3 ва $y-4y^2+2$;
 в) $-4z^3+2z^2$ ва z^3+z^2-z ; г) $-k^3+5k-2$ ва k^2-3k+3 .

797. Ифодаро содда намоед:

- а) $(6a-3)(a+2)-6(2-a)$; б) $(4a-6)(a+5)-8a$;
 в) $(3x+2y)(5x-y)+3y^2$; г) $(3p-1)(4p+5)-4p(p-3)$.

798. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x(x+5)-x(x-5)-20=0$; б) $x(x-7)+x(2x-3)=x(3x-5)+50$;
 в) $2y(4y+17)-y(8y+3)=62$; г) $5y(2y+3)+2y(7-5y)-87=0$;
 д) $z(4z-5)+15=4z(z+3)+5(2z+3)$; е) $3z(z-2)+8z=z(3z+2)-5$;
 ё) $a(5a-2)+26=5a(a-3)+13(a+2)$;

ж) $2(3m-2)=3m(2m+5)+2m(5-3m)+91$.

799. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x(x+3)=x(x-3)-12$;

б) $y(y+7)+y(2y+3)=y(3y-5)+50$;

в) $12z(4z+7)-6z(8z+3)=132$;

г) $(3k-7)(k-1)=(5+k)(3k-14)$;

д) $(m+33)(12+m)=(m+17)(18+m)$;

е) $(n+15)(4-n)=(8+n)(5-n)$;

ё) $(21+a)(6-a)=(11-a)(6+a)$;

ж) $(20-b)(b-6)=(b-8)(24-b)$.

800. Бисёраъзогиро бо бисёраъзоги зарб занед:

а) $(3x^2+2x-3)(-2x^2+x+1)$; б) $(-4x^2-x+2)(-4x^2+3x-4)$.

801. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(a+65)(1-a)=(7-a)(17+a)$; б) $(24-b)(3-b)=(8-b)(9-b)$;

в) $(2x+12)(12x-15)=(4x+3)(6x-4)$; г) $(12+y)(2-y)=(4-y)(y+10)$;

д) $(-c+3)(c+3)+(c-2)^2=1$;

е) $(k-7)(k+7)=(5+k)(k-5)$;

ё) $(4p-7)^2=(4p+3) \cdot (4p-3)+58$; ж) $(3q-5)(3q+5)=9(q-4)(q+4)$

802. Исебот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи $(n+2)(n+3)-n(n+2)$ ба 3 карати мешавад:

803. Исебот кунед, ки қимати ифода аз тағйирёбандаи он вобаста нест:

а) $(a+7)(a-7)-(a+3)(a-3)$;

б) $(b+2)(b+3)-b(b+5)$.

804. Исебот кунед, ки қимати ифода ба нул баробар аст:

а) $\left[(a-b)^2-(b-a)^2\right](a+b)$; б) $\left[(4b-3)^2-(3-4b)^2\right](x-y)$

805. Исебот кунед, ки қимати ифодаи $n(n+2)-(n-7)(n+5)-4n+1$ ба 36 баробар аст.

806. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(2x-3)(1-x)+2x^2=10$; б) $(1-2y)(1-3y)=y(6y-1)-1$;

в) $4-z(z-2)+(z-1)(z+1)=9$; г) $(t+4)(t+1)=t-(t-2)(2-t)$.

807. Решаи муодиларо ёбед:

а) $3+a^2=(a+2)(a+3)$; б) $3-b^2=(5-b)(1+b)$;

в) $n(n-4)-(n+3)(n-4)=0$; г) $(2m-1)(2m+1)-4(m+1)(m+3)=-16m-13$;

д) $(2p-1)^2-4p(p-1)=1$; е) $(1-2q)^2-q(4q+3)=15$;

Машқҳо барои такрор

808. Ифодаҳоро хонед:

a^2-b^2 ; $(a-b)^2$; $(a+b)^2$; a^2+b^2 ; a^3-b^3 ; $(a-b)^3$; a^3+b^3 .

809. Чор адад дода шудааст. Ададҳои чорум аз сеюм, сеюм аз дуум ва дуум аз якум 15 воҳид калон мебошанд. Агар суммаи се адади аввал 60 бошад, ин ададҳоро маълум намоед.

810. Бузургии яке аз кунҷҳои секунҷа аз дигараш 45° калон буда, аз бузургии кунҷи сеюми он 18° хурд аст. Бузургии кунҷҳои секунҷаро ёбед.

811. Периметри чоркунҷа 336 см аст. Яке аз тарафҳои он аз дигараш 19 см кӯтоҳ буда, аз тарафи сеюм 13 см дароз аст ва нисфи тарафи чорумро ташкил медиҳад. Дарозии тарафҳои чоркунҷаро ёбед.

● Системаи ҳисоби даҳӣ ва навишти ададҳо

Тарзи номгузори ва навишти ададро *системаи ҳисоб* меноманд.

Системаи бароямон шинос *системаи ҳисоби даҳӣ* номида шудааст. Дар он барои навишти ададҳо фақат даҳ рақам: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 истифода бурда мешавад. Дар ин системаи ҳисоб ҳар як адад аз ҷойи ишғолкардаи (мавқеи) рақамҳояш вобаста мебошад.

Масалан, рақамҳои 5 ва 6 дар навишти ададҳои 56 ва 65 разрядҳои гуногунро ифода менамоянд; агар 56 аз 5 даҳӣ ва 6 яки иборат бошад, адади 65 баръакс, 6 даҳӣ ва 5 якиро дарбар гирифтааст.

Асоси системаи ҳисоби даҳиро адади 10 ташкил медиҳад. Дар он ҳар як разряд аз пештарааш 10 маротиба калон аст. Масалан, разрядҳои ҳазорӣ аз садӣ, садӣ аз даҳӣ, даҳӣ аз яки, яки аз даҳяки ва ғайра 10 маротиба калонанд. Вақте ки мо адади бутунро дар ин система менависем, онро ҳамчун якиҳо, даҳҳо, садҳо ва ғайра ифода менамоем. Ногуфта намонад, ки ҳамаи разрядҳои номбурда дараҷаҳои адади 10 мебошанд: $100=10^2$, $1000=10^3$, $10000=10^4$, $100000=10^5$ ва ғайра. Аз ин рӯ, гуфтан ҷоиш аст, ки навишти адад дар системаи ҳисоби даҳӣ дар намуди суммаи дараҷаҳои 10 бо коэффитсиентҳои мувофиқ ифода намудани он мебошад. Коэффитсиентҳои навишти адад рақамҳо мебошанд. Масалан, навишти 143706 дар ин система чунин аст:

$$143706 = 1 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

Тарафи рости ин баробарӣ ба бисёраъзогии монанд аст (ниг. ба п.29). Дар ҳақиқат он қимати бисёраъзогии $1 \cdot x^5 + 4x^4 + 3 \cdot x^3 + 7 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 6$ -ро ҳангоми $x=10$ будан мемонад. Навишти адад дар суммаи ҳосили зарби рақамҳо бо дараҷаҳои гуногуни 10 шакли мухтасари ифодаи адад мебошад.

Ҳар гуна адади аз ду рақам иборат (аз 10 то 99) дар системаи ҳисоби даҳӣ бо формулаи $\overline{ab} = 10a + b$ ифода мешавад. Дар ин формула ҳарфи a шумораи даҳӣҳо ҳарфи b шумораи якиҳои (воҳидҳои)ададро нишон медиҳанд. Масалан, $57 = 5 \cdot 10 + 7$; $50 = 5 \cdot 10 + 0$ ва ғайра. Хатчаи болои навишти адад нишон медиҳад, ки ин ҷо на зарби a бо b , балки дуаъзогии $10a + b$ дар назар аст. Минбаъд ҳам хатча ҳамин маъниро медиҳад.

Ҳар гуна адади серақамаи $\overline{cab}$ (аз 100 то 999) дар системаи ҳисоби даҳӣ бо формулаи $\overline{cab} = 100c + 10a + b$ ифода карда мешавад. Дар он c шумораи садӣҳо, a шумораи даҳӣҳо ва b шумораи якиҳои ададро нишон медиҳанд. Масалан, $483 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3 = 4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 3$; $608 = 6 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 8$.

Тавре пай бурдем, адади дилхоҳи натуралиро ҳамчун суммаи ҳосили зарби рақамҳову дараҷаҳои гуногуни 10, дар шакли бисёраъзогии стандартӣ аз як тағйирёбанда вобаста навиштан мумкин аст (п. 29).

$$(a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0) = a_n 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$$

($a_0, a_1, \dots, a_n$ - рақамҳо).

Адади касриро низ дар системаи ҳисоби даҳӣ навиштан мумкин аст:

$$0,222 = 0,2 + 0,02 + 0,002 = \frac{2}{10} + \frac{2}{100} + \frac{2}{1000} = \frac{2}{10^1} + \frac{2}{10^2} + \frac{2}{10^3}.$$

$$0,784 = 0,7 + 0,08 + 0,004 = \frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000} = \frac{7}{10^1} + \frac{8}{10^2} + \frac{4}{10^3} \text{ ва ғайра.}$$

Дар мисолҳои минбаъда мо танҳо ададҳои дурақама ва серақамаро меомӯзему халос.

Мисоли 1. Адади дурақамаеро меёбем, ки ба дучанди ҳосили зарби рақамҳояш баробар бошад.

◁ Аз навишти адади дурақама дар системаи ҳисоби даҳӣ истифода бурда баробарии $10a + b = 2 \cdot a \cdot b$ -ро ҳосил менамоем.

Дар он ҳарфи a шумораи даҳиҳо, ҳарфи b шумораи якиҳои ададро ифода менамоянд. Баробарии охиринро ин тавр менависем: $b=2ab-10a$. Аз ин ҷо $b=2a(b-5)$. Қисми рости баробарии ҳосилшуда зарбшавандаи 2-ро дорад. Бинобар ҳамин b бояд рақами чуфти аз 5 калон бошад. Вале $b=8$ намешавад. Дар акси ҳол қимати a бутун намешавад. Пас $b=6$ аст. Ин қиматро ба баробарии $b=2a(b-5)$ гузошта меёбем, ки $a=3$ будааст. Ҳамин тавр, адади номаълум 36 аст. ▽

Мисоли 2. Дар баробарии $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$ ҳарфҳои гуногун рақамҳои гуногунро ифода менамоянду ҳарфҳои якхела рақамҳои баробарро. Ададҳои дурақама ва серақамаеро меёбем, ки ин баробарино қонун созанд.

◁ Аз навишти ададҳои дурақама ва серақама дар системаи ҳисоби даҳӣ истифода бурда, баробарии зеринро ҳосил менамоем:

$$10a+b+10b+c+10c+a=100a+10b+c.$$

Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намуда, ҳосил менамоем:

$$89 \cdot a = 10c + b$$

Дар ин баробарӣ a , b ва c рақамҳо мебошанд. Маълум мешавад, ки адади дурақамаи $10c+b$ ба $89a$ баробар аст. Ин танҳо ҳамагон вақт ҷой дорад, агар $a=1$ бошад. Қимати $a=1$ -ро ба баробарии охирин гузошта меёбем, ки $10c+b=89$, яъне $c=8$ ва $b=9$ аст (ниг. ба қоидаи п.30).

Ҷавоб: $198=19+98+81$. ▽

Мисоли 3. Адади серақамаеро меёбем, ки аз суммаи рақамҳояш 13 маротиба калон аст.

◁ Адади номаълумро бо $\overline{abc}$ ишорат менамоем. Маълум аст, ки

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c.$$

Аз рӯи шарт бояд $100a+10b+c=13(a+b+c)$ бошад. Аъзои монанди ин баробарино ислоҳ намуда, меёбем:

$$87a=3(b+4c).$$

Аз ин баробарӣ хулоса мебарояд, ки $a=1$ аст (дар акси ҳол $87-a$ адади дурақама намешавад). Қимати $a=1$ -ро ба баробарии охирин гузошта баробарии $87=3(b+4c)$ ё ки $b+4c=29$ -ро ҳосил мекунем. Аз ин баробарӣ номаълуми c -ро бо воситаи b ифода

месозем: $c=\frac{29-b}{4}$. Дар ин баробарӣ ба ҷойи b рақамҳоро

гузошта, қимати c -ро меёбем; агар, $b=1$ бошад, $c=\frac{29-1}{4}=7$;
агар $b=5$ бошад, $c=6$ ва агар $b=9$ бошад, $c=5$ мешавад.

Ҷавоб: 117, 156 ва 195. ▸

Саволҳо барои пурсиш

1. Тарзи номгузори ва навишти ададҳоро чӣ меноманд? 2. Системаи ҳисоби даҳӣ чист? 3. Адади дилхоҳи натуралӣ чӣ тавр ба разрядҳо чудо мешавад? 4. Адади дурақама чӣ тавр навишта мешавад? 5. Адади серақама чӣ? 6. Адади дилхоҳи натуралиро дар системаи ҳисоби даҳӣ чӣ тавр менависанд?

812. Дар адади дурақама рақами даҳиҳо аз рақами якиҳо ду баробар калон аст. Агар аз ин адад суммаи рақамҳояшро тарҳ намоём, 36 ҳосил мешавад. Адади дурақамаро ёбед.

813. Суммаи рақамҳои адади дурақама аз ҳуди адад 5 маротиба хурд аст. Ин ададро маълум намоед.

814*. Адади дурақамаеро бо адади дурақамаи аз ҳамин рақамҳо, вале тартибашон чаппа ҷамъ намуда, квадрати аниқро ҳосил намуданд. Ҳамаи ҳамин гуна ададҳои дурақама ёфта шаванд.

815. Дар адади дурақама рақами даҳиҳо аз рақами якиҳо ду маротиба калон аст. Агар ҷойҳои рақамҳои онро иваз намоём, адади ҳосилшуда аз адади аввала 36 воҳид хурд мешавад. Он ададро ёбед.

816. Суммаи чор адади дурақамаи пай дар пай ба 158 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

817*. Дар адади дурақама яке аз рақамҳояшро хат заданд. Ададе ҳосил шуд, ки аз адади аввала 31 маротиба хурд аст. Ин ададро ёбед.

818. Дар соли 1999 синни Рухшона ба суммаи рақамҳои соли таваллудаш баробар шуд. Рухшона кадом сол таваллуд ёфтааст?

819. Пеш аз рақами даҳиҳои адади дурақама 2-ро навиштанд. Дар натиҷа адади серақамаи ҳосилшуда аз адади дурақама 9 маротиба калон шуд. Ин ададҳоро ёбед.

820*. Рақами якуми адади серақамаро хат зада адади дурақамаро ҳосил намуданд. Агар онро ба 7 зарб занем, адади серақама ҳосил мешавад. Ин ададҳоро маълум намоед.

821*. Исбот кунед, ки агар аз адади серақамаи дилхоҳ адади серақамаи аз ҳамон се рақам, вале тартибашон чаппаро тарҳ кунем, адади ба 9 ва ба 11 каратӣ ҳосил мешавад.

Машқҳо барои такрор

822. Ҳисоб кунед:

а) $0,4+0,2 \cdot (2-4 \cdot \frac{3}{4})$; б) $0,4+0,6 \cdot (\frac{1}{6}:2-3)$.

823. Графики функсияҳоро дар як системаи координати соzed:

а) $y=5x$ ва $y=-3x$; б) $y=\frac{1}{5}x$ ва $y=\frac{1}{3}x$.

824. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3(x-1)-4x=12$; б) $2(x+4)-x=6-x$.

825. Қавсҳоро кушоед:

а) $x(x-2)(x+3)$; б) $-y(1-2y)(1+3y)$.

826. Нишон диҳед, ки қимати ифода аз тағйирёбандааш вобаста нест:

а) $3(a^3-3a^2+2)-a^2(2+3a)+11a(a+1)-11a$.

б) $(6b-1)(2+3b)-9b(2b+1)$.

§ 3. БА ЗАРБШАВАНДАҶО ЧУДО НАМУДАНИ БИСЁРАЊЗОГӢ

33. Аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ

Ҳангоми ҳалли мисолу масъалаҳо, иҷрои корҳои дигари амалӣ, лозим меояд, ки бисёраъзогии додашуда дар шакли ҳосили зарби ду ё зиёда зарбшаванда (зарбкунанда) навишта шавад. Дар чунин маврид меғуянд, ки бисёраъзогӣ ба зарбшавандаҳо (зарбкунандаҳо) чудо шудааст. Зарбшавандаҳо метавонанд ҳатто бо ҳам баробар бошанд.

Дар дуаъзогии $6+10x$ аъзои якумро ҳамчун $2 \cdot 3$ ва дуумро ҳамчун $2 \cdot 5x$ навиштан мумкин аст: $6+10x=2 \cdot 3+2 \cdot 5x$. Ифодаи ҳосилшударо, дар асоси қонуни ҷудошавии зарб аз рӯи ҷамъ (п.5), дар шакли ҳосили зарби ду зарбшаванда навиштан мумкин аст. Яке аз онҳо зарбшавандаи умумии 2 буда, дигараш суммаи $3+5x$ мебошад.

$$6+10x=2 \cdot 3+2 \cdot 5x$$

Ҳамин тавр, $6+10x=2(3+5x)$.

Мо бисёраъзогии додашударо дар шакли ҳосили зарби якъзогии 2 ва дуаъзогии $3+5x$ навишта, бо ҳамин онро ба зарбшавандаҳо чудо намудем. Чунин тарзи ба зарбшавандаҳо чудо намудани бисёраъзогиро *аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ* меноманд.

Мисоли 1. Бисёраъзогиरो ба зарбшавандаҳо чудо мекунем:
 $-35x^2 + 56xy$.

◁ Аъзои ин бисёраъзоғи зарбшавандаҳои гуногунро соҳибанд: 5; 7; 8; x ; y .

Ҳангоми аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ ба он бояд муваффақ шуд, ки аъзои дар қавс боқимонда зарбшавандаи умумии ҳарфӣ надошта бошанд. Ба ғайр аз ин бояд қимати мутлақӣ коэффитсиентҳои онҳо тақсимкунандаи умумиро дар бар нагирифта бошад.

Дар бисёраъзогии $-35x^2 + 56xy$ қиматҳои мутлақӣ коэффитсиентҳо ададҳои 35 ва 56 мебошанд. Калонтарин тақсимкунандаи умумии онҳо 7 аст. Бинобар ҳамин ба сифати коэффитсиенти зарбшавандаи умумӣ адади 7-ро интихоб намудан мумкин. Ҳамаи аъзои бисёраъзоғи тағйирёбандаи x ва y -ро соҳибанд. Тағйирёбандаи x дар онҳо дар дараҷаи 1 ва 2 иштирок дорад. Аз ин ҷо, аз қавс x -ро баровардан мумкин аст. Тағйирёбандаи y бошад, дар ифода дар дараҷаҳои 1 ва 0 иштирок дорад, аз ин ру, аз қавс y -ро баровардан мумкин нест. Ҳамин тавр аз қавс якаъзогии 7х-ро баровардан мумкин:

$$-35x^2 + 56xy = -7 \cdot x \cdot 5x + 7 \cdot x \cdot 8y = -7x(5x - 8y).$$

Мисоли 2. Ифодаи зеринро ба зарбшавандаҳо чудо мекунем: $5x^2y^3 - 15x^3y^2 + 30x^2y^2$

◁ Дар ин сумма ҳар як ҷамъшаванда дорои зарбшавандаи умумии $5x^2y^2$ аст. Зарбшавандаи $5x^2y^2$ -ро аз қавс бароварда ҳосил мекунем:

$$5x^2y^3 - 15x^3y^2 + 30x^2y^2 = 5x^2y^2 \cdot y - 5x^2y^2 \cdot 3x + 5x^2y^2 \cdot 6 = 5x^2y^2(y - 3x + 6).$$

Мисоли 3. Суммаро ба ҳосили зарб табдил медиҳем:
 $x \cdot (p - q) + y(q - p)$

◁ Зарбшавандаҳои $p - q$ ва $q - p$ аз ҳамдигар танҳо бо аломатҳояшон фарқ мекунанд. Агар аз ифодаи $q - p$ зарбшавандаи -1 -ро аз қавс барорем, ҳар ду ҷамъшаванда дорои ҳамон як зарбшавандаи умумӣ мешавад. Дар ин маврид зарбшавандаи умумии $p - q$ -ро аз қавс баровардан мумкин аст:
 $x(p - q) + y(q - p) = x(p - q) + y(-1)(p - q) = x(p - q) - y(p - q) = (p - q)(x - y).$

Ин амалиётро мухтасар ин тавр навиштан мумкин:

$$x(p - q) + y(q - p) = x(p - q) - y(p - q) = (p - q)(x - y).$$

Бо ибораи дигар, агар дар ифодаи $y(q - p)$ аломати зарбшавандаи дуюм ва ҳосили зарб тағйир ёбанд, қимати ифода тағйир намеёбад.

Таъриф. Ба ҳосили зарби ду ё зиёда зарбшавандаҳо ифода намудани бисёраъзоги, ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёраъзоги ном дорад.

Дар мисоли 1 бисёраъзоги ба ҳосили зарби якъзоги ва дуаъзоги, дар мисоли 2 ба ҳосили зарби якъзоги ва сеаъзоги ҷудо карда шуд. Бисёраъзогии дар мисоли 4 омада ҳамчун ҳосили зарби ду дуаъзоги ифода карда шуд.▷

Мисоли 4. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:
 $7a^2(3x-2y)+3(3x-2y).$

◁ Дар ифодаи додашуда ҳар як ҷамъшаванда дорои зарбшавандаи умумии $3x - 2y$ аст. Онро аз қавс бароварда, бо ҳамин бисёраъзоги ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

$$7a^2(3x-2y) + 3(3x-2y) = (3x-2y)(7a^2+3).▷$$

Мисоли 5. Муодиларо ҳал мекунем: $5x^2 + 12x = 0.$

◁ Дар ифодаи $5x^2 + 12x$ зарбшавандаи умумии x -ро аз қавс бароварда менависем: $x(5x+12) = 0.$

Ҳосили зарби $x(5x+12)$ фақат ва фақат дар ҳамон ҳолат ба нул баробар мешавад, агар ақаллан яке аз зарбшавандаҳо ба нул баробар бошад, яъне: ё $x = 0$ ё $5x + 12 = 0.$

Муодилаи хаттии $5x+12 = 0$ -ро ҳал намуда меёбем:

$$5x = -12, x = -2,4.$$

Ҳамин тавр, ҳосили зарби $x(5x + 12)$ ҳангоми $x = 0$ ва $x = -2,4$ будан ба нул баробар аст. Бо ибораи дигар муодилаи $5x^2 + 12x = 0$ ду реша дорад: 0 ва $-2,4.$ ▷

Мисоли 6. Исбот мекунем, ки қимати ифодаи $4^3+4^5+4^6$ ба адади 27 тақсим мешавад.

◁ Дар ифодаи додашуда дараҷаи хурдтарини адади 4 ба 3 баробар аст. Бинобар ҳамин 4^3 -ро аз қавс бароварда, ҳосил мекунем:

$$4^3+4^5+4^6=4^3 \cdot 1+4^3 \cdot 4^2+4^3 \cdot 4^3=4^3(1+16+64)=81 \cdot 4^3$$

Бо ҳамин мо суммаи $4^3+4^5+4^6$ -ро ба ҳосили зарби ду адади бутун ифода намудем, ки яке аз онҳо $27 \cdot 3$ аст.

Ҳамин тавр, исбот намудем, ки суммаи додашуда ба 27 тақсим мешудааст, яъне карати мебошад.▷

Саволҳо барои пурсиш

1. Ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёраъзоги чӣ маъно дорад? 2. Фаҳмонед, ки аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ чиро мефаҳмонад. 3. Ба зарбшавандаҳо ҷудо шудани бисёраъзоги чӣ аҳамият дорад?

827. Дуаъзогиरो ба зарбшавандаҳо чудо намуда, натиҷаро санҷед:

- а) $ax+vx$; б) $ay-ax$; в) $-mv+nv$.

828. Ифодаро дар шакли ҳосили зарб нависед:

- а) $6x+12y$; б) $5a-10b$; в) $4a+16c$.

829. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $a+ax$; б) $c-cz$; в) $4m-20n$;
г) $-xm-ym$; д) $11n-44n$; е) $-8p+48q$.

830. Ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

- а) $4ab+4bm$; б) $c-cz$; в) $4m-10n$.

831. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $-8xy+12y^2$; б) $x^3y^2-x^2y^3$; в) $pq-p^2q^2$;
г) $-q^2k^2+qk$; д) $-2pt+6p^2t$; е) $-n^2-m^2n^2$.

832. Бисёраъзогиरो ба зарбшавандаҳо чудо намоед:

- а) $4a^2-6a^2x^2+8x^2$; б) $3by-6by^2-9b^2y$;
в) $12a^2b-18ab^2-30ab^3$; г) $10n^3z-15n^3-20n^4z$;
д) $12a^4b^4-4a^2b^2+8a^3b^3$; е) $-3x^4y^2-6x^2y^2+9x^2y^4$.

833. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $3a(x+y)+b(x+y)$; б) $z(b-a)-2(a-b)$;
в) $-4b(1-p)+(1-p)^2$; г) $(n+m)^2-3(n+m)$.

834. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x^2+2x=0$; б) $3x^2-x=0$; в) $4x^2=x$;
г) $6y^2-24y=0$; д) $5y^2-6y=0$; е) $7y^2=42y$;
ё) $0,25z^2+z=0$; ж) $0,1m^2=0,5m$.

835. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $8x^2+3x=0$; б) $y^2-2,5y=0$; в) $6z^2-4,8z=0$;
г) $0,6a^2-6a=0$; д) $5b^2-0,2b=0$; е) $6c^2-5,4c=0$;
ё) $0,8p-p^2=0$; ж) $-q^2=q$.

836. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $2,25x-x^2$, ҳангоми $x=1,5$ будан;
б) $a^2x^2+a^3$, ҳангоми $a=4$ ва $x=-2,5$ будан.

837. Исбот кунед, ки қимати ифодаи:

- а) 18^3+18^2 ба 19; б) 42^6-42^5 ба 41;
в) 25^2-5^9 ба 20; г) $5^{16}-25^7$ ба 120 тақсим мешавад.

838. Исбот кунед, ки қимати ифодаи:

- а) $4^8-4^7+4^6$ ба 13; б) $3^{10}-3^8-3^6$ ба 71;
в) $27^3-9^2+3^6$ ба 753; г) $64^4-8^6+2^{15}$ ба 505 қаратӣ аст.

839. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $2a(3x-2)-3b(2-3x)$; б) $(2x-1)^2-2b(2x-1)$;
в) $5p(p-2)^2-(p-2)$; г) $-3q(3-q)^3+(3-q)^2$.

840. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $(a^2 - 3) - b(a^2 - 3)$;

б) $7(c + 2) + (c + 2)^2$;

в) $(x - y)^2 - 3(y - x)$;

г) $-(2x - 3y) - 4(2x - 3y)^2$.

Машқҳо барои такрор

841. Аз баробарӣ номаълумро ёбед:

а) $\frac{x-3}{2} + \frac{3x-3}{3} = 5$;

б) $\frac{6-x}{5} + \frac{3x-5}{4} = 3$.

842. Суммаи чор адад 40 аст. Адади дуум аз якум 2 воҳид адади сеюм аз дуум 6 воҳид ва адади чорум аз сеюм 18 воҳид калонанд. Ин ададҳоро ёбед.

843. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{42 \cdot 136}{49 \cdot 34} - \frac{36 \cdot 9}{27 \cdot 4}$;

б) $\frac{64 \cdot 84}{16 \cdot 12} + \frac{128 \cdot 441}{32 \cdot 21}$.

844. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2(x - 4)(x - 4) = x - 4$;

б) $-(x + 3) - 6(x + 3) = -3 - x$.

34. Усули ғуруҳбандии ҷамъшавандаҳо

Баъзан, имконият пайдо мешавад, ки бисёраъзоги бо тарзҳои дигар низ ба зарбшавандаҳо ҷудо карда шавад. Яке аз чунин тарзҳо *усули ғуруҳбандӣ* ном дорад.

Мисоли 1. Бисёраъзогии зеринро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

$$10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c.$$

«Се имконияти ба ғуруҳҳо муттаҳид намудани ҷамъшавандаҳо мавҷуд аст.

1) Ҷамъшавандаҳои якумро бо дууму сеюмро бо чорум: $10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c = (10a^2c - 15abc^2) + (8ab - 12b^2c)$.

Аз ҳар ғуруҳ зарбшавандаи умумиро аз қавс мебарорем:

$$5ac(2a - 3bc) + 4b(2a - 3bc).$$

Маълум мешавад, ки ҳар ду ҷамъшавандаи ифода дорои ҳамагон як зарбшавандаи умумии $2a - 3bc$ мебошад. Ҳамин дуаъзогиرو аз қавс бароварда, бо ҳамагон бисёраъзогии додашударо ҳамагон ҳосили зарби дуаъзогиҳои $2a - 3bc$ ва $5ac + 4b$ менависем:

$$10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c = (2a - 3bc)(5ac + 4b).$$

2) Ҷамъшавандаҳои якумро бо сеюму дуумро бо чорум:

$$10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c = (10a^2c + 8ab) + (-15abc^2 - 12b^2c) = \\ = 2a(5ac + 4b) - 3bc(5ac + 4b) = (5ac + 4b)(2a - 3bc).$$

Тавре пай бурдед, боз ҳамон натиҷа ҳосил шуд.

3) Ҷамъшавандаи якумро бо чоруму дуумро бо сеюм.

$$10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c = (10a^2c - 12b^2c) + (-15abc^2 + 8ab).$$

Мебинем, ки ҷамъшавандаҳои суммаи ҳосилшуда зарбшавандаи умумӣ надоранд. Аз ин рӯ, чунин тарзи гуруҳбандии ҷамъшавандаҳо бефоида аст. ▢

Мисоли 2. Бисёраъзогии $a^2x^2 - aby^2 - abx^2 + b^2y^2$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◁ Ҷамъшавандаҳои якумро бо сеюму дуумро бо чорум ба гуруҳҳо муттаҳид менамоем. Аз гуруҳи аввал зарбшавандаи умумии ax^2 ва аз гуруҳи дуум зарбшавандаи by^2 -ро аз қавс мебарорем. Дар натиҷа баробарии зеринро ҳосил менамоем:

$$a^2x^2 - aby^2 - abx^2 + b^2y^2 = (a^2x^2 - abx^2) - (aby^2 - b^2y^2) = \\ = ax^2(a - b) - by^2(a - b) = (a - b)(ax^2 - by^2). ▢$$

Мисоли 3. Сеаъзогии $a^2 - 13a + 12$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем. ◁ Ҷамъшавандаи $-13a$ -ро ҳамчун $-12a - a$ навишта, аъзои сеаъзогиро ин тавр ба гуруҳҳо ҷудо менамоем: $a^2 - 13a + 12 = a^2 - 12a - a + 12 = (a^2 - 12a) + (-a + 12) = a(a - 12) - 1(a - 12) = (a - 1)(a - 12). ▢$

Саволҳо барои пуршиш

1. Моҳияти усули гуруҳбанди аз ҷи иборат аст? Чаро бисёраъзогиро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунанд? 2. Оё ҳамеша аз усули гуруҳбанди истифода бурдан мумкин аст?

845. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| а) $a(x + y) + 5x + 5y$; | б) $b(c - d) + 6c - 6d$; |
| в) $p(m - n) + n - m$; | г) $k(p - q) + q - p$; |

846. Ба шакли ҳосили зарби бисёраъзогиҳо биёред:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| а) $ax + ay + 3x + 3y$; | б) $bx - by + 8x - 8y$; |
| в) $1 - px - x + p$; | д) $xy + 2x - 2y - 4$. |

847. Бисёраъзогиро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| а) $xy - 6x - yp + 6p$; | б) $ax - b + bx - a$; |
| в) $xz - xb - az + ab$; | г) $cd - ct - kd + kt$. |

848. Бисёраъзогиро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- | | |
|------------------------------|-----------------------------------|
| а) $a^3 + a^2 + a + 1$; | б) $b^4 + 2b^3 - b - 2$; |
| в) $abx^2 + 2ax - 3bx - 6$; | г) $a^2x^2 + 2axy - axy - 2y^2$. |

849. Бисёраъзогиरो ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $a^6 - 3a^4 - 2a^2 + 6$; б) $c^2 - cd - 8c + 8d$;
в) $bx - bz - cx + cz$; г) $ma + bm - 2na - 2nb$.

850. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $x^2 + 3x + bx + 3b$; б) $3a + ax - 3x - x^2$;
в) $2c - ac - 2a + a^2$; г) $10a + 2ax - 5x - x^2$.

851. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $ax^2 + bx^2 + cx^2 - ap - bp - cp$; б) $ax^2 + ap + vx^2 + vp - cx^2 - cp$.

852. Қимати ифодаро ёбед:

$pq + p^2q^2 - p^3 - q^3$ агар $p = 0,5$ ва $q = -0,5$ бошад.

853*. Дар шакли ҳосили зарби бисёраъзогиҳо нависед:

- а) $x^3 + x^2y + 5x^2 + x + y + 5$;
б) $2x^3 + x^2y - 3x^2 - 2x - y + 3$;
в) $3x^3 + 3xy^2 + 6x - x^2 - y^2 - 2$;
г) $x^4 + 2x^2y - 4x^2 + ax^2 + 2ay - 4a$.

854. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $a^2b + ab^2 + 2ab + a + b + 2$; б) $x^2y - xy^2 - 2xy - x + y + 2$.

855. Сеаъзогиरो ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $4a^2 + 4ab + b^2$; б) $9b^2 - 6bc + c^2$; в) $x^2 - 4xy + 4y^2$;
г) $9p^2 - 12pq + 4q^2$; д) $25m^2 - 30mn + 9n^2$; е) $16m^2 + 40mp + 25p^2$.

856. Бисёраъзогиро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $4x^4 - 12x^2 + 9$; б) $25a^8 - 30a^4b^7 + 9b^{14}$;
в) $a^4 - 2a^5 + a^6$; г) $9x^8 - 12x^{11} + 4x^{14}$.

Машқҳо барои такрор

857. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x(x - 3) - x(x + 3) = -30$;
б) $x(x + 2) - x^2 + 4x = 3x + 51$;
в) $2x(1 - x) + x^2(2 - x) = 8 - x^3$;
г) $-(x^2 + 5x) + x(x + 3) + 1 = 7$.

858. Қимати ифодаро ёбед:

$3x^2 - 2y^2 + 1$, агар $x = 2$ ва $y = 2$ бошад;

859. Тракторчи 25%-и майдонро, ки ба 144 га баробар аст, шудгор намуд. Барои он ки у иҷрои супоришро то 65% расонад, бояд чанд гектар майдонро шудгор намояд?

860. Агар ҷойҳои рақамҳои адади дурақамаро иваз намоем, вай 27 воҳид кам мешавад. Рақами даҳӣҳои адад 4 аст. Ададро маълум намоед.

35. Исботи баъзе айниятҳо

Таърифи айният дар п.6 оварда шуд. *Айният гуфта баробариеро меноманд, ки барои ҳамаи қиматҳои имконпазири ҳарфҳои дуруст аст.* Дар ҳамаи ҷо оварда шудааст, ки ду ифодаи айниятан баробар барои ҳамаи қиматҳои ҳарфҳои айниятан баробар қабул мекунад. Аз ҷумла ду бисёрраъзоги айниятан баробар номида мешаванд, агар онҳо барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаҳои қиматҳои баробарро қабул намоянд (ниг. ба қайд дар п. 30).

Барои исботи айният аз табдилдиҳии айнияти ифодаҳои истифода мебарем.

Қисми чапи баробариро табдил дода, қисми рости онро ҳосил менамоем. Ё ки қисми рости баробариро табдил дода, ба қисми чапаш меоем. Агар чунин табдилдиҳиҳо гузаронида нашлаванд, айниятро бо тарзи дигар низ исбот намудан мумкин аст. Мекушем нишон диҳем, ки ҳам қисми чапу ҳам қисми рости баробари додашуда ба ҳамон як ифодаи сеюм баробаранд.

Мисоли 1. Айнияти $ab-4b+5a-20=(a-4)(b+5)$ -ро исбот мекунем.

◁ *Тарзи I.* Қисми рости баробариро табдил медиҳем. Дар асоси қоидаи зарби бисёрраъзогӣ бо бисёрраъзогӣ менависем:
 $(a-4)(b+5)=ab+5a-4b-20.$

Дар натиҷа ифодаи қисми чапи баробари ҳосил шуд.

Тарзи II. Қисми чапи баробари додашударо табдил медиҳем:

$$ab-4b+5a-20=(ab-4b)+(5a-20)=b(a-4)+5(a-4)=(a-4)(b+5).$$

Дар охир ифодаи қисми рости баробари ҳосил шуд. Бо ҳамин айният исбот шуд. ▷

Мисоли 2. Айнияти $(a-6)(a+3)+6=(a-5)(a+2)-2$ -ро исбот менамоем.

◁ Қисмҳои чапу рости баробари додашударо табдил медиҳем:

$$(a-6)(a+3)+6=a^2-6a+3a-18+6=a^2-3a-12;$$
$$(a-5)(a+2)-2=a^2-5a+2a-10-2=a^2-3a-12.$$

Бо ҳамин нишон додем, ки ифодаҳои қисми чапу рости баробари ба ҳамон як ифодаи $a^2-3a-12$ баробаранд. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки ифодаҳои мазкур бо ҳам айниятан баробаранд. ▷

Саволҳо барои пурсиш

1. Бо мисол фаҳмонед, ки фарқи байни муодила аз айният дар чист?
2. Чи гуна ифодаҳо бо ҳам айниятан баробар ҳисобида мешаванд?
3. Чи тавр айнияти дилхоҳро исбот намудан мумкин аст?

861. Кадоме аз баробариҳо айният асту кадомаш муодила:

- а) $x + 1 = x$; б) $x - 2 = x$; в) $x = x$; г) $x = 3x$?

862. Айниятро исбот намоед:

- а) $a(a-b-c) = -a(b + c-a)$;
б) $(x-y)(p-q) = (y-x)(q-p)$;
в) $-(x-p)(y-q) = (p-x)(y-q)$;
д) $(x-1)(x-2)(x-3) = -(1-x)(2-x)(3-x)$.

863. Исбот кунед: а) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ асм.

864*. Нишон диҳед, ки баробари айният аст:

- а) $(2^2 + 3^2)(a^2 + b^2) = (2a + 3b)^2 + (3a - 2b)^2$.
б) $2ab + 5b - 4a - 10 = (2a + 5)(b - 2)$

865. Айниятро исбот кунед:

- а) $-a(1-a)(1+a) = a(a-1)(a+1)$; б) $(-a-b)(a+b) = -(a+b)^2$;
в) $(-a + b)(a-b) = -(a-b)^2$; г) $-(a-b)(b-a)^2 = (b-a)^3$.

866. Айниятро исбот кунед:

- а) $(a+c)(b+c) = ab+ac+bc+c^2$; б) $(x+p)(9y-p) = xy+py-px-p^2$;
в) $(m+n)^2 = m^2+2mn+n^2$; г) $(p-q)^2 = p^2-2pq+q^2$.

867. Айниятро исбот кунед:

- а) $(a-\frac{1}{2})(a+\frac{3}{2}) = a^2 + a - \frac{3}{4}$; б) $(b+\frac{4}{5})(b-\frac{3}{5}) = b^2 - 0,2b + 0,48$;
в) $(m - 0,5)(m + 0,5) = m^2 - 0,25$;
г) $(4 - n)(4 + n) = 16 - n^2$.

868. Исбот кунед:

- а) $z(x-y) + x(y-z) = y(x-z)$;
б) $(ax+by)(cx+dy) = acx^2 + (ad+bc)xy + bdy^2$.

869. Исбот кунед, ки ифодаҳо айниятан баробаранд:

- а) $(x-2)(x+5) - 15$ ва $(x+8)(x-5) + 15$;
б) $(2x-3)(x-1) - 10$ ва $(-2x+1)(2-x) - 9$.

870. Айниятро исбот кунед:

- а) $(5a+3b)(a+b) = 5a^2 + 8ab + 3b^2$;
б) $(5a-2b)(2a+3b) = 10a^2 + 11ab - 6b^2$;
в) $(-a+b)(7a+b) = -7a^2 + 6ab + b^2$;
г) $(2a-b)(5a+6b) = 10a^2 + 7ab - 6b^2$.

Машқҳо барои такрор

871. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(3x+4)(4-x) + 3x^2 = 0$; б) $(x-1)(2x+3)(2-x) = 0$.

872. Барои кадомаш қимати a :

фарқи касрҳои $\frac{a-4}{5}$ ва $\frac{2a+5}{3}$ ба 10 баробар аст?

873. Оё барои қиматҳои x нобаробарии дуруст аст:

а) $x^2 + 2 > 0$; б) $(x-2)^2 < 0$; в) $(x+2)^2 > 0$?

874. Агар дар адади дурақама ҷойҳои рақамҳоро иваз намоем, адади ҳосилшуда аз адади додашуда 18 воҳид зиёд мешавад. Агар суммаи рақамҳои адади додашуда 16 бошад, ин ду ададро муайян намоед.

875. Заврақи мотордор аз бандари А то бандари В шино намуда, боз ба бандари А баргашта омад. Барои ин 5 соат вақт сарф кард. Агар суръати ҳаракати заврақ дар оби ором 15 км/соат ва суръати ҷараёни оби дарё 3 км/соат бошад, масофаи байни бандарҳо ба чанд баробар аст?

Маълумоти мухтасари таърихи

Амалҳо бо дараҷаҳо ва аз ин ҷо бо бисёраъзогиҳо ҳанӯз аз замонҳои хеле қадим маълум буданд (ниг. ба охири боби III). Танҳо камбуди дар он аст, ки ин амалҳо на бо ишоратҳои ҳарфӣ, балки бо ибораҳо ифода ёфтаанд, ки барои истифода ноқулай ҳисоб меёбанд.

Аз ибтидои асри XVII сар карда амалҳо бо дараҷаҳо ва якъзогиҳо ҳамон тавре, ки мо ҳоло бо онҳо одат кардаем, дар Аврупо паҳн гаштан гирифтанд. Аз ин ҷо имкони зарби якъзоги бо якъзоги, якъзоги бо бисёраъзоги ва сипас бисёраъзоги бо бисёраъзоги ба миён омад. Ба ибораи дигар, алгебра оҳиста-оҳиста шакли ҷиддиву пай дар пайро соҳиб гашт. Тақрибан, дар охирҳои асри XVII ва ибтидои асри XVIII ба ҳамон мундариҷае соҳиб гашт, ки мо ҳоло онро дар мактабҳо меомузем. Дар барқароршавӣ ва устуворшавии алгебра ҳамчун шохаи мустақили математика олимони бисёр мамлакатҳо, хусусан Осиёи Миёна, саҳмгузоранд.

Агар поягузори алгебра ҳамчун илм олими бузург Муҳаммад Хоразмӣ (787–850) ҳисоб ёбад, файласуф ва математику ситорашиноси дигари форсу тоҷик Умари Хайём

(1048–1123) пас аз се асри ҳаёти ӯ ин илми бостониро қуввату илҳоми тоза бахшид.

Дар инкишофи алгебра ҳиссаи олимони итолиёвии асри XVI Тарталия (1499–1557) ва Кардано (1501–1576) олими бузурги немис Декарт (1596–1650), олими франсави Франсуа Виет (1540–1603) низ калон аст.

Вале ҳеҷ ягон фан, алалхусус математика, ки аз эҳтиёҷи ҳаррузаи инсон пайдо шуда, дар қорҳои сохтмонӣ, шинои баҳри, ҳатто парвозҳои кайҳони ҳамчун ёрдамчи беминнат хизмат мекунад, сукут накарда, ҳамеша рӯ ба тараққист, инкишоф меёбад, ғани мегардад. Аз ин ҷост, ки дар давоми асрҳои XVII–XIX аз алгебра шоҳи нав, аз қабилӣ алгебраи бисёраъзогиҳо ба миён омад.

Риёзидонони Осиёи Миёна, аз Хоразмӣ сар карда, ифодаҳои дуаъзогӣ ва сеаъзогии квадратино ба ду гуруҳ — содда ва мураккаб ҷудо намуда, дар асоси онҳо ба намуди мухталифи муодилаҳоро ҳал намудаанд. Дар ин қори заҳматталаб, инчунин, номи олими тоҷик Али Қушчӣ (асри XV), Баҳовуддини Омулӣ, Наҷмиддин Алихонро бо неки ёдовар шудан мумкин аст. Онҳо дар баробари пешниҳод намудани формулаҳои ҳалли муодилаҳои аз бисёраъзогиҳои дараҷаи ду тартибёфта, инчунин, муодилаҳои тартиби болотарро низ бо тарзҳои сунъӣ ҳал намуда, дар назарияи муодилаҳои тартиби се ва чор тағйироти ҷиддӣ ворид сохтаанд.

СУПОРИШҲОИ ИЛОВАҒИ БА БОБИ IV

Ба параграфи 1

876. Аъзои монандро ислоҳ намоед:

а) $3ab - 7a^2b^2 - 9ab^2 - 8ab + 9ab^2 - 3a^2b^2 + 9ab$;

б) $4x^4y^3 - 3x^3y + 4x^3y - 5x^4y^3 + 3x^3y - y^3x^4 + 5y^3x^4$.

877. Бисёраъзогино ба шакли стандартӣ биёред:

а) $2a^3b - 3ab^2 \cdot 5 - a \cdot a^3b$; б) $-x^3y + 5y^3 \cdot y - 3xy \cdot 6$;

в) $0,5p^4 \cdot 2q^2 + 0,75m^3 \cdot 12q - 6pq$;

г) $-0,3mn \cdot 10n + 2,4m^2n \cdot 5 - 3mn$.

878. Қимати ифодаро ёбед:

$$\frac{3}{4}a^2b - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}a^2b - \frac{1}{2}ab, \text{ агар } a = -2 \text{ ва } b = 3 \text{ бошад.}$$

879. Бисёраъзогии $a^3b + 5a^5b^4 - ab^3 + 4a^2b^2 - 3a + 5b - 4 -$

ро: а) аз руи тартиби афзоиши дараҷаҳои a ; б) аз руи тартиби камшавии дараҷаҳои b нависед.

880. Дараҷаи бисёраъзогиро муайян намоед:

а) $3x^5y - 5x^4y - 6xy^3$; б) $-a^3b + a^4b^3 - a^6 + b^7 - 13$.

881. Бисёраъзогиҳоро ҷамъ намоед:

а) $3x^3 + 2x^2 - xy + 3y$; ва $x^3 + 5x^2 - 4xy + 3$;

б) $-a^3 + 6a^2 + 2a - 1$; ва $-10a^3 - a^2 + 7a - 2$.

882. Фарқи бисёраъзогиҳоро ёбед:

а) $4x^3 + x^2 - 8x - 7$ ва $6x^3 - x^2 + 6x - 3$;

б) $-3x + x^3 - x^2$ ва $4x^3 - 2x^2 - 2x$.

883. Фарқро дар шакли бисёраъзоги нависед:

а) $(-x^2 + 6x + 1) - (x^2 - x + 5) - 4x$;

б) $(3a^2 - 2a + 3) + (-3a^2 + a - 3)$.

884. Аз бисёраъзогии $3x^2 + 5x - 2$ кадом бисёраъзогиро тарҳ намудан лозим, то фарқи байни онҳо айниятан ба нул баробар шавад?

885. Аз бисёраъзогии $x^2 - 3x + 4$ кадом бисёраъзогиро тарҳ намудан лозим аст, ки фарқи байни онҳо ба: а) 0; б) 6; в) x^2 ; г) $-x^2 + 3$ баробар шавад?

886. Ибтот кунед, ки барои қиматҳои гуногуну дилхоҳи

x фарқи байни бисёраъзогиҳои $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}$ ва

$0,5x^4 - 0,25x^3 - 0,75x^2 + 0,75x - \frac{1}{5}$ қиматҳои мусбат қабул мекунад.

887. Бигузор $m = 3a^2 + 6ab$, $n = -4a^2 + 2ab$: ва $p = -7a^2 - ab$ бошад. Ин бисёраъзогиҳоро ба ҷойҳои m , n ва p дар баробари гузошта, онро содда кунед: а) $m + n + p$; б) $m - n - 2p$.

888. Бисёраъзогиро аз руи тартиби камшавии дараҷаҳои x нависед:

а) $3x - x^6 + 5x^2 - 3x^4 + 15$; б) $-x + 6 - 5x^5 - x^3 + 2x^4 - x^2$.

889. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(2 - 3x) - (x + 3) = (x - 4) - x$;

б) $5 - 2y - (4 - 2y) = 6 - (x + 3)$;

в) $5 - \frac{1}{2}(x + 2) = \frac{3}{4}(x - 8) + 2$;

г) $-3,2y - (1,6 + y) = (y - 3) + 2y$.

890. Суммаи бисёраъзогиҳоро навишта, онро содда кунед:

- а) $x^3 + 2 - (x + 3x^2)$ ва $-x^3 - 2$;
б) $2x^4 + 3 - (2x^3 + 1)$ ва $1 + 2x^3 - 3$;

891. Исбот кунед, ки суммаи ададҳои дурақамаи:
 $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$ ба 11 тақсим мешавад.

892. Чор ададҳо ёбед, ки бо 3, 5, 7 ва 9 мутаносиб буда, фарқи байни суммаи ду адади охиру суммаи ду адади аввал 16 бошад.

893* Заврақ дар 3 соату 30 дақ масофаи ба 20 км баробарро бо равиши қараёни об ва ба 40 км баробарро бо муқобили равиши қараён шино кард. Бори дигар вай 40 км бо равиши қараёну 20 км бо муқобили он ҳаракат карда, барои ин 3 соату 15 дақ вақт сарф кард. Суръати ҳаракати қараёни об ва суръати ҳаракати заврақ дар оби ором ёфта шаванд.

894. Якаъзогиرو ба сеаъзогӣ зарб занед:

- а) $2a^2b^3 \cdot (3a^4 + 36ab - b^3)$; б) $-3x^4y \cdot (x^4 - 2x^3y^2 + 3y^3)$.

Ба параграфи 2

895. Ҳосили зарбро ба бисёраъзоги табдил диҳед:

- а) $(x^2 + x - 1)(y^2 + y + 1)$; б) $(x^5 + x^3 + x)(1 - x - x^3)$;

896. Ифодаро дар шакли бисёраъзогӣ нависед:

- а) $3(x^2 - 2x + 1) - 2(x^2 - 3x)$; б) $7(y^2 - 3y + 1) - 2(y^2 + y - 1)$;

897. Ифодаро содда намоед:

- а) $-7x(x-3) - (x-1) + 3(x+4)$; б) $14y(y+1) - y(y+2) + 6(1-y)$.
в) $ab(b-a) - b(a-2b) - 3a$; г) $pq(2p-q) - q(p-2q^2)$.

898. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $3(y+5) - 2(y-1) = 6$; б) $3(2y+4) - 2(1-2y) = 10$;
в) $0,5(z-3) - (1+z) + 4 = 0$; г) $2,4z - (z+6) = 1 - 12z$.

899. Барои кадом қимати a қимати ифодаи: а) $3(a-2)$ аз қимати ифодаи $3a-2$ 4 маротиба калон; б) қимати ифодаи $6a-3$ аз қимати ифодаи $3(a-6)$ 4 воҳид хурд аст?

900. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $5(x-1)x - (5x-3)x = 6$; б) $2(y-3) - 3(y-3) = 0$;
в) $-b(b+4) + b^2 = 4b-2$; г) $4\left(x - \frac{1}{4}\right) + 2\left(\frac{1}{4} - x\right) = 0$

901. Қавсҳоро кушоед:

а) $(2x - 3)(6x - 4)$;

б) $(4x + 5)(3 - x)$;

в) $(-0,4x - 2)(2x - y)$;

г) $(1 - \frac{x}{2})(2x - 6)$.

902. Амали зарбро иҷро намоед:

а) $(3x - 5y)(7x + y)$;

б) $(-2a + 3b)(5b - 7a)$;

в) $(7b - 5c)(-a + 2b)$;

г) $(-6p + 5q)(-\frac{2}{3}p + \frac{q}{5})$.

903. Дар шакли бисёраъзогӣ нависед:

а) $(ax + 3)(bx - cy + 4)$;

б) $(-ax + 3)(bx + cy - 3)$;

904. Қавсҳоро кушоед:

а) $(a + b)(p + \frac{1}{2}q - \frac{3}{2}k)$;

б) $(-x + \frac{1}{2}y)(\frac{3}{2}a - \frac{2}{5}b - 1)$;

905. Бисёраъзогиҳоро бо ҳам зарб занед:

а) $-x^2 + 2x - x$ ва $x^2 + x + 3$;

б) $2x^2 + 6x + 4$ ва $-x + 2x^2 - 1$;

в) $6x^3 + x^2 - 1$ ва $x^3 + 4x + 4$;

г) $4x^3 - 3 + 2x$ ва $x^3 - x^2 - 6$.

906. Ифодаро содда кунед:

а) $(a^2 - 3)(a + 1) - (a - 1)(a - 4)$;

б) $(b - 3)(b + 3) - (2b - 1)(2b + 1)$;

в) $2x^2 - (x + 3)(x - 5) - 15$;

г) $y^2 - (1 - y)(2 + y) - 2y^3$.

907. Ифодаро содда кунед:

а) $(m - 4)(2m - 1) - (m + 2)m$;

б) $(n - m)(2m - n) - (m - n)nm$.

908. Исбот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи: а) $(n + 2)(n + 7) - n(n + 9)$ ба 14;

б) $n(n - 2)(n + 3) - (n + 1)(n + 2) \cdot n$ ба 2 тақсим мешавад.

909. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(3 + x)(x - 4) = 0$;

б) $a(a + 3) = (a + 3)(a - 4)$;

в) $(x - 3)(5 - x) = 0$;

г) $(2x - 3)x = (3 + 2x)x - 2$.

910. Решаи муодиларо ёбед:

а) $x(x - 7) + x(2x - 3) = x(3x - 5) + 50$;

б) $x(x + 5) = x(x - 5) - 20$;

в) $2y(4y + 7) - y(8y + 3) = 66$;

г) $5y(2y + 3) + 2y(7 - 5y) = 87$;

д) $(z - 3)(z - 5) = z^2 - 11z + 3$;

е) $(z - 1)^2 + 6 = (z - 2)(z + 1)$.

911. Ададҳои дурақама ва серақама ро дар шакли бисёр-
аъзогӣ нависед: а) $\overline{xy}$; б) $\overline{ab}$; в) $\overline{yx}$; г) $\overline{xo}$; д) $\overline{xyz}$;
е) $\overline{zyx}$; ж) $\overline{xoy}$.

912. Суммаи рақамҳои адади серақама, ки дар ҷои рақами даҳӣхояш 0 дорад, ба 8 баробар аст. Агар ҷойҳои рақамҳои канории онро иваз намоем, адади ҳосилшуда аз адади додашуда 594 воҳид хурд мешавад. Адади номаълумро ёбед.

913. Адади дурақамаеро ёбед, ки аз рақами якиҳояш 9 маротиба калон аст.

914. Аз адади дурақама адади дурақамаи аз ҳамон рақамҳо, вале таркибашон чаппаро тарҳ намуда рақами даҳӣҳои адади авваларо ҳосил намуданд. Ин ададро маълум намоед.

915. Дар адади серақамае рақами даҳӣхояшро хат заданд. Адади дурақамаи ҳосилшуда аз адади серақама 6 баробар хурд шуд. Ин кадом адад аст?

916*. Адади серақамаи ду рақами аввалааш баробару рақами якиҳояш 5-ро ба рақаме тақсим намуда, дар бақия 8 ҳосил намуданд. Тақсимшаванда, тақсимкунанда ва ҳосили тақсими ёбед:

917*. Адади серақамаеро ёбед, ки ба куби рақами воҳид-хояш баробар бошад.

Ба параграфи 3

918. Дуаъзоги ро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $7a+28b$; б) $6-24a$; в) $8c-24d$

919. Ифодаро дар намуди ҳосили зарб нависед:

а) $a(x+3)-b(x+3)$;

б) $p(x+y)+c(x+y)$;

в) $m(3+k)+n(3+k)$;

920. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

а) $3a(x-y)-(y-x)$;

б) $z(a+b)-5(a+b)$;

в) $4x(b-7)+5(7-b)$;

921. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

а) $x(a-b)-a(b-a)^2$;

б) $y(b-c)^2+c(c-b)$;

в) $z(a-p)-(p-a)^3$;

г) $m(a-n)^2+(n-a)^3$;

д) $m(m-5)^3-2(m-5)^2$;

е) $-m(n-p)^3+2n(p-n)^2$.

922. Ифодаро дар шакли ҳосили зарб нависед:

- а) $n(n-1)(n+2) - n^3$;
б) $p(3p-2)(2p+1) - (2p+1)(3p^2-6)$.

923. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $3x^2+6x=0$; б) $4p^2-2p=0$; в) $x^3+x^2=0$; г) $x^4+x^3=0$;

924. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $a^2-35-7a+5a=0$; б) $x^2-3x-6+2x=0$;
в) $y^2-4y=4-y$; г) $8b=b^2-6b+48$.

925. Исбот кунед, ки қимати ифодаи:

- а) $(2^6-2^5)(2^4+2^2)$ ба 64; б) $(3^6-3^5)(3^4+3^2)$ ба 24;
в) $(16^3-8^3)(4^2+2^4)$ ба 128; г) $(5^4+5^3)(5^4-5^2)$ ба 144 тақсим мешавад.

926. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $xy - py - 5x+5p$; б) $yq-qp + 5y-5p$;
в) $ab-bx-ay + xy$; г) $pm+qm + 3p-3q$.

927. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $a(x-p) + 2(p-x)$; б) $b(x-a)-3(x-a)^2$;
в) $m(b-a)^3 -(a-b)^2$; г) $p(b-y)^2 - 2(y-b)^3$.

928. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $-0,2(a-b) + 2,4(b-a)^2$; б) $x(a-y) + (y-a)^3$;
в) $b(z-3p) + (z-3p)^3=0$; г) $d(y-a) + (a-y)-(y-a)^2$.

929. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $x^6-x^4+x^2$; б) $a^7-a^5+3a^2$; в) $-p^{12}+p^8-p^5$; г) $-q^9+2q^6-q^3$.

930. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $(a+b+c)^2-(a+b+c)$; б) $(1-x-y)^2 + (x+y-1)$.

931. Қимати ифодаро ёбед:

- а) x^2+xy+y^2 , агар $x=3$ ва $y=4$ бошад;

932. Ифодаро дар шакли ҳосили зарби бисёраъзогиҳо нависед:

- а) $ax + ay + 8a + bx + by + 8b$;
б) $ax - ay - 6a - bx + by + 6b$;
в) $q^2p^2 + qp - p^2q^2 - pq + 5p + 5q$;
г) $ta + tp - na - np + 4a + 4p$.

933. Сеаъзогиро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) x^2+x-20 ; б) x^2-x-6 ; в) $2x^2+7x-4$;
г) $3x^2-x-2$; д) $-19x+4x^2+12$; е) $10x^2+15x-4x-6$.

934. Айниятро исбот намоед:

- а) $(a-3)(a+5) = a^2+2a-15$; б) $(b-4)(b-2) = b^2-6b+8$;
в) $(c-4)(3c-2) = 3c^2-14c+8$; г) $(q-6)(5q+2) = 5q^2-28q-12$.

935. Исбот кунед, ки:

- а) $a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)=0$;
б) $a(b+c)-abc-b(c+a-ac)+c(b-a)=0$.
в) $(2k-5)(k-a)=2k^2-2ka-5k+5a$;
г) $(4p-3)(p-m)=4p^2-4pm-3p+3m$ аст.

936. Исбот кунед, ки агар $a+b+c=0$, бошад, он гоҳ $a^3+b^3+c^3=3abc$ мешавад.

937*. Айниятро исбот кунед:

- а) $-5x^2+17x-12=(1-x)(5x-12)$;
б) $(y^2+1)^2=y^4+2y^2+1$;
в) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$;
г) $z^4+z^2+1=(z^2+z+1)(z^2-z+1)$.

938. Исбот намоед, ки ифодаҳо айниятан баробаранд:

- а) $-(x-a)(x+b)$ ва $(a-x)(b+x)$;
б) $(-p-q)(p+q)$ ва $-(p+q)^2$;
в) $36-(-9c+15)$ ва $3(3c+7)$;
г) $y(-2-(y-4))$ ва $y(2-y)$;

939.* Айниятро исбот намоед:

$$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac-bd)^2+(bc+ad)^2.$$

940*. Айниятро исбот намоед:

- а) $a^2(a^2-3b^2)^2+b^2(3a^2-b^2)^2=(a^2+b^2)^3$;
б) $a^2(a^2+3b^2)^2-b^2(3a^2+b^2)^2=(a^2-b^2)^3$.

ҶАВОБҲО

718. 15; 12; 60. Не. 721. Масалан, y^5+1 . 722. x^4+y^3+2 . 729.

а) 0; б) -5. 730. $4(2k+3)$. 731. $8(k+1)$. 732. 40° ; 60° ва 80° . 751.

а) $a+b+c=x^2-y^2+2xy-x^2+x^2+y^2-2xy=x^2$; б) $a-2c+3b=x^2-y^2-$

$-2(x^2+y^2-2xy)+3(2xy-x^2)=-4x^2-3y^2+10xy$. 752. а) 3; б) -5;

в) 0,2; г) -7,1; д) -4; е) 0,6. 755. $x+x+b+x+b-6=3x+2b-6$

нафар. 770. а) 5; б) 2; в) -4; г) -3; д) $2\frac{3}{4}$ е) 2. 771. а) 2;

б) 3; в) -27; г) $9\frac{6}{7}$; 772. а) $x=-7$; б) $x=1\frac{1}{14}$. 773.

а) $x=5,001$; б) $x=5$; в) $x=4\frac{39}{118}$; г) ҳалли бешумор дорад. 774.

а) $x=-6$; б) $x=1,5$; в) $y=-4$; г) $x=3$; д) $x=24$; е) $y=0$. 775. а) $a=-5$; б) $b=\frac{23}{31}$; в) ҳалли бешумор дорад; г) $x=-13$. 776. 59° ; 60° ва 61° . 777. 28 нафар. 778. 76 сола. 779. 34 дона. Фарзандон 18 ва 10 донагӣ себ гирифтанд. 780. 2,5 соат. 781. а) $A(-0,5; 1,5)$; б) $B(2; 1)$; 782. а) $A(0; -6)$ ва $B(4; 0)$; б) $A(0; -2)$ ва $B(0; -2)$ в) $A(0; -0,6)$ ва $B(0,2; 0)$; г) $A(0; -6)$ ва $B(3; 0)$.

784. а) $x = 1\frac{2}{3}$; б) $y = -\frac{10}{13}$ 798. а) 2; б) -10 ; в) 2; г) 3; д) 0; е) ҳал надорад; ё) ҳалли бешумор дорад; ж) -5 . 799. а) -2 ; б) -10 ; в) 2; г) 7; д) -9 ; е) 2,5; ё) 3; ж) 12. 801. а) -1 ; б) 4; в) 1,5; г) -4 ; д) 3; е) ҳал надорад; ё) 0; ж) ҳал надорад. 806. а) 2,6; б) 0,5; в) 3; г) 0. 807. а) $-0,6$; б) 0,5; в) 4; г) ҳалли бешумор дорад; д) ҳалли бешумор дорад; е) -2 . 809. 5,20; 35 ва 50. 810. 69° ; 24° ; 87° . 811. 66; 85; 53 ва 132 см. 812. 63. 813. 45. 814. 56 ва 65; 47 ва 74; 83 ва 38; 92 ва 29. Квадрати аниқ 121 аст. 815. 84. 816. 38; 39; 40; 41. 817. 31; 62 ё 93. 818. Соли 1976. 819. 25 ва 225. 820. 350 ва 50. 821. Нишондод: $\overline{abc} - \overline{cba} = 10a + 100b + c - 100c - 10b - a = 99(a - c)$

834. а) 0 ва -2 ; б) 0 ва $\frac{1}{3}$; в) 0 ва 0,25; г) 0 ва 4; д) 0 ва 1,2; е) 0 ва 6; ё) 0 ва -4 ; ж) 0 ва 5. 835. а) 0 ва $-\frac{3}{8}$; б) 0 ва 2,5; в) 0 ва 0,8; г) 0 ва 10; д) 0 ва 0,04; е) 0 ва 0,90; ё) 0 ва 0,8; ж) 0 ва -1 . 857. а) 5; б) 17; в) 4; г) -3 . 859. 374,4. 860. 41. 871. а) -2 ; б) 1. 874. 97. 875. 36 км. 892. 6; 10; 14 ва 18. 893. 18 км/соат ва 2 км/соат. 900. а) -3 ; б) 3; в) 0,25; г) 0,25. 909. а) -3 ва 4; б) -3 ; в) 3 ва 5; г) $\frac{1}{3}$. 910. а) -10 ; б) -2 ; в) 6; г) 3; д) -4 . 912. 701. 913. 45. 914. 98. 915. 108. 916. яке аз ҳалҳо 665; 73; 9 масъала боз 8 ҳалли дигар низ дорад: (225; 7; 31), (335; 3; 109) ва ғайра. 917. 125; 216; 729. 923. а) 0 ва -2 ; б) 0 ва 0,5; в) 0 ва -1 ; г) 0 ва -1 . 924. а) 7 ва -5 ; б) -2 ва 3; в) -1 ва 4; г) 6 ва 8.

БОБИ V

ФОРМУЛАҲОИ ЗАРБИ МУХТАСАР

§ 1. КВАДРАТИ СУММА ВА КВАДРАТИ ФАРҚ

36. Квадрати сумма

Бо баробари зиёд шудани шумораи аъзои бисёраъзогиҳо зарби онҳо низ мураккаб мешавад. Аммо, баъзан зарби бисёраъзогиҳо ро бо тариқи кутоҳ иҷро намудан мумкин аст. Ин ба шарофати истифодаи *формулаҳои зарби мухтасар* муяссар мешавад.

Маълум, ки $x^2 \cdot x \cdot x$ мебошад. Агар дар ҳамин баробари $x=a+b$ гузорем, баробари зеринро ҳосил мекунем:

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2.$$

Ҳамин тавр,

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2. \quad (1)$$

Формулаи (1) квадрати суммаи ду ҷамъшаванда ё мухтасар *квадрати сумма* номида мешавад. Онро ин тавр меҳонанд: *квадрати суммаи ду ҷамъшаванда ба ҳосили ҷамъи квадратҳои онҳо ва дучанди ҳосили зарбашон баробар аст.*

Ифодаи $a^2+2ab+b^2$ -ро, ки дар тарафи ростии формулаи (1) омадааст, минбаъд, *квадрати пурраи дуаъзогии $a+b$* меномен.

Мисоли 1. Суммаи $3x+8$ -ро ба квадрат мебардорем.

◁ Дар асоси формулаи квадрати сумма менависем:

$$(3x+8)^2=(3x)^2+2 \cdot 3x \cdot 8+8^2=9x^2+48x+64. \triangleright$$

Мисоли 2. Ифодаи $-5y-3z$ -ро ба квадрат мебардорем.

◁ Азбаски $(-5y-3z)^2=((-5y)+(-3z))^2$ аст, пас менависем:

$$(5y-3z)^2=((-5y)^2+(-3z)^2=(-5y)^2+2 \cdot (-5y) \cdot (-3z)$$

$$+(-3z)^2=25y^2+30yz+9z^2. \triangleright$$

Мисоли 3. Ифодаи $(2x+5)^2-2(2x^2+5)$ -ро содда мекунем.

◁ Ифодаи $(2x+5)^2$ -ро дар асоси формулаи (1) мекушоём.

$$\text{Бинобар ҳамин, } (2x+5)^2-2(2x^2+5)=(2x)^2+2 \cdot 2x \cdot 5+5^2-4x^2-10=4x^2+20x+25-4x^2-10=20x+15. \triangleright$$

Татбиқи формулаи (1), ҳангоми ба квадрат бардоштани ададҳои бисёррақам, ҳисобро осон мегардонад:

$$\text{а) } 53^2=(50+3)^2=50^2+2 \cdot 50 \cdot 3+3^2=2500+300+9=2809;$$

$$\text{б) } 102^2=(100+2)^2=100^2+2 \cdot 100 \cdot 2+2^2=10000+400+4=10404.$$

◁ Формулаи (1) барои се ва зиёда ҷамъшаванда низ ҷой дорад. Азбаски $(a+b+c)^2=(a+(b+c))^2$ аст, пас ифодаи $b+c$ -ро бо t ишорат намуда, аз формулаи (1) ҳосил мекунем:

$$(a+b+c)^2=(a+t)^2=a^2+2at+t^2.$$

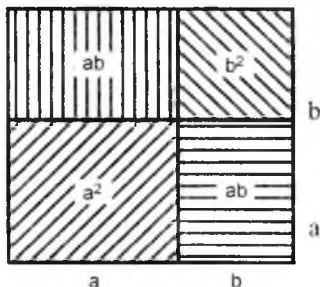
Дар ифодаи ҳосилшуда ба ҷойи t $b+c$ -ро гузошта, бори дигар барои ҷамъшавандаи сеюми сумма формулаи (1)-ро татбиқ мекунем:

$$(a+(b+c))^2 = a^2 + 2a(b+c) + (b+c)^2 = a^2 + 2a(b+c) + b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc). \triangleright$$

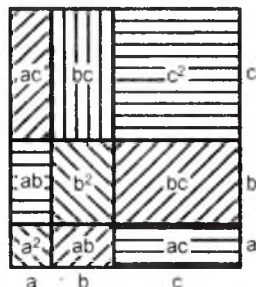
Мисоли 4. Сеаъзогии $x+2y+z$ -ро ба квадрат мебардорем: $(x+2y+z)^2 = (x+(2y+z))^2 = x^2 + 2 \cdot x(2y+z) + (2y+z)^2 = x^2 + 4xy + 2xz + 4y^2 + 2 \cdot 2y \cdot z + z^2 = x^2 + 4y^2 + z^2 + 2(2xy+xz+2yz).$ $\triangleright$

Барои қиматҳои мусбати a ва b формулаи (1)-ро ба таври аёни маънидод намудан мумкин аст (расми 31).

Ҳангоми мусбат будани a , b ва c формулаи квадрати суммаи се ҷамъшавандаро низ ба таври аёни маънидод намудан мумкин аст (расми 32).



Расми 31.



Расми 32.

Саволҳои барои пурсиш

1. Формулаи квадрати суммаро навишта, онро хонед. 2. Квадрати пурраи дуаъзогӣ гуфта чиро меноманд? 3. Формулаи квадрати суммаи се адад чӣ тавр ҳосил карда мешавад?

941. Қавсро кушоед:

- а) $(x+y)^2$; б) $(m+n)^2$; в) $(n+p)^2$;
г) $(4+y)^2$; д) $(z+6)^2$; е) $(5+k)^2$.

942. Қавсро кушоед:

- а) $(-a-x)^2$; б) $(-b-y)^2$; в) $(-z-c)^2$;
г) $(-2-n)^2$; д) $(-3-m)^2$; е) $(2n+1)^2$.

943. Ба бисёраъзогӣ табдил диҳед:

- а) $(3x+2)^2$; б) $(2x+5y)^2$; в) $(-5x-3b)^2$; г) $(-7x-5c)^2$.

944. Ба бисёраъзогӣ табдил диҳед:

- а) $(0,1m + 5p)^2$; б) $(0,6+2y)^2$;
в) $(4a+0,25p)^2$; г) $(1,3a-5b)^2$.

945. Ба бисёраъзогӣ табдил диҳед:

а) $(\frac{x}{2}+y)^2$; б) $(\frac{x}{2}+\frac{y}{2})^2$; в) $(\frac{3}{4}z+\frac{1}{3}a)^2$; г) $(3\frac{1}{2}t+\frac{2}{3})^2$.

946. Ифодаро ба бисёраъзоги табдил диҳед:

а) $(x+2)^2+x^2-4x$; б) $(z+3)^2-z^2-9$;
в) $(1+a)^2-(2+a)^2$; д) $(-b-4)^2-8b-16$.

947. Айниятро исбот кунед:

а) $(a+b)^2=(-a-b)(-a-b)$; б) $(a+b)^4=(-a-b)^4$.

948. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(a^2+2)^2$; б) $(a^2+b^2)^2$; в) $(a^2+2c^2)^2$; г) $(3c+2b^2)^2$.

949. Ифодаро ба квадрат бардоред:

а) $x+a+b$; б) $2a+3b+c$; в) $-a-2b+3c$;

950. Ба ҷои * чунин яқаъзогиеро гузоред, ки айният ҳосил шавад: а) $(2a+*)^2=4a^2+4a*+b^2$; б) $(3 \cdot b+*)^2 = 9b^2+6ba+(*)^2$.

951. Ифодаро содда кунед:

а) $(2x+9)^2-x(4x+36)$; б) $(2x+5)^2-(4x^2+25)$.

952. Ба бисёраъзоги табдил диҳед:

а) $(x^3+1)^2$; б) $(2+3y^2)^2$; в) $(12z^2+p)^2$;
г) $(-8n-3m)^2$; д) $(-2p^2+q^2)^2$.

953. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x+9)^2=x^2$; б) $(x+5)^2=x^2-15$; в) $(2x+1)^2=x(4x-1)$;
г) $(3x+2)^2=3x(3x-5)$; д) $x(x+3)=(x+3)^2$; е) $(x+4)^2=x(x+4)$.

Машқҳо барои такрор

954. Ифодаро хонед:

а) $(a+2x)^2$; б) a^2+2ax ; в) $(-a-2x)^2$; г) $-a^2-2(x+a)$.

955. Ҷумлаҳоро дар шакли ифодаи ҳарфӣ нависед:

а) суммаи квадратҳои a ва b ; б) квадрати суммаи x ва y .

956. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) x^3-2x^2+2x-4 ; б) $x^3+6x^2-12-2x$.

957. Ифодаро дар шакли бисёраъзоги нависед:

а) $(a^2-a+1)(2a^2-a+4)$; б) $(-5b^2+2b+3)(4b^2-2b+1)$.

37. Квадрати фарқ

Азбаски $(a-b)^2=(a+(-b))^2$ аст, формулаи (1)-ро аз дарси гузашта татбиқ намуда, ҳосил мекунем:

$$(a-b)^2=(a+(-b))^2=a^2+2 \cdot a(-b)+(-b)^2=a^2-2 \cdot a \cdot b+b^2.$$

Ҳамин тавр,

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \quad (2)$$

Формулаи (2) квадрати фарқи ду ҷамъшаванда ё мухтасар

квадрати фарқ ном дорад. Онро ин тавр меҳонанд: *квадрати фарқи ду ҷамъшаванда ба фарқи суммаи квадратҳои онҳо ва дучанди ҳосили зарбашон баробар аст.*

Мисоли 1. Квадрати фарқи $3x-2$ -ро ба бисёраъзогии табдил медиҳем.

◁ Аз формулаи (2) истифода бурда меёбем:

$$(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4. \triangleright$$

Мисоли 2. Квадрати фарқро аз руи формулаи (2) кушода, ифодаро содда мекунем:

$$\triangleleft (3a-2b)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2. \triangleright$$

Мисоли 3. Квадрати ададҳои 97 ва 49-ро меёбем:

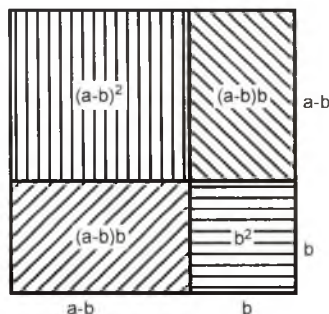
$$\triangleleft 97^2 = (100-3)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 3 + 3^2 = 10000 - 600 + 9 = 9409;$$

$$49^2 = (50-1)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1 = 2500 - 100 + 1 = 2401. \triangleright$$

Формулаи (2) барои се ва зиёда ҷамъшаванда низ дуруст аст. Масалан, онро барои се ҷамъшаванда ин тавр навиштан мумкин аст:

$$\begin{aligned} (a-b+c)^2 &= ((a-b)+c)^2 = (a-b)^2 + 2(a-b) \cdot c + c^2 = \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab-bc-ac). \end{aligned}$$

Ҳангоми $a > b$ будан формулаи (2)-ро ба таври аёни маънидод намунадан мумкин аст (расми 33).



Расми 33.

Саволҳо барои пурсиш

1. Формулаи квадрати фарқро навишта, онро аз чапу рост хонед. 2. Бо ёрии формулаи квадрати фарқ чи тавр ададҳои дурақамаро ба квадрат бардоштан мумкин? 3. Формулаи квадрати фарқро барои се ҷамъшаванда нависед.

958. Қавсҳоро кушоед:

а) $(x-y)^2$; б) $(m-n)^2$; в) $(n-p)^2$.

959. Қавсҳоро кушоед:

а) $(a-x)^2$; б) $(2b-y)^2$; в) $(c-2z)^2$;
г) $(3d-k)^2$; д) $(-p+4q)^2$; е) $(3p-7k)^2$.

960. Квадрати фарқро ба бисёраъзогии табдил диҳед:

а) $(3x-5a)^2$; б) $(5y-3b)^2$; в) $(7z-2k)^2$.

961. Квадрати фарқро ба бисёраъзогии табдил диҳед:

а) $(0,25-5n)^2$; б) $(0,6-2m)^2$; в) $(2,4n-0,3m)^2$.

962. Квадратро ба бисёраъзогии табдил диҳед:

а) $(4x-9y)^2$; б) $(0,3y-2z)^2$; в) $(3z-\frac{2}{3}t)^2$.

963. Қавсҳоро кушоед:

а) $(x^2-2y)^2$; б) $(3-y^2)^2$; в) $(4-z^3)^2$.

964. Ифодаро содда кунед:

а) $(x-3)^2-x^2-9$; б) $(2y-5)^2-4y^2-25$; в) $(2-z)^2-3(1-z)^2$.

965. Ифодаро содда кунед:

а) $(2x-9)^2-x(4x+1)$; б) $(2x-5)^2-(4x^2+20)$; в) $-6(x-3)^2+3(2x^2+9)$.

966. Ифодаро ба бисёраъзоги табдил диҳед:

а) $(x^3-1)^2$; б) $(2-3y^2)^2$; в) $(2z^2-3z)^2$; г) $(1-x^3)^2 + 2x^3-x^6$.

967. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x-1)(x+1)=x^2-4x+3$; б) $2(y-3)(3-y)=-2y^2$;
в) $6(z-1)^2 = (3z-2)(2z-1)$; г) $2v(3-2v)=-4(v+1)^2$.

968. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x-2)^2+2(x-2)=0$; б) $(2y-3)^2-2(2y^2-3)=0$;
в) $(2z+5)(z-5)=2z^2-z$; г) $(2u-1)(2u+3)=4u^2$.

969. Қимати ифодаро ёбед: а) $(x^2-1)^2$, агар $x = -1$; бошад:
б) $36-3a + +0,25$, агар $a = -1,5$ бошад.

970. Барои кадом адади натуралии n қимати ифодаи

$4(2n+1)^2 - 4(2n-1)^2$ а) мусбат; б) манфӣ мешавад?

Машқҳо барои такрор

971. Ифодаро хонед:

а) $2ab - b^3$; б) $(a+b)^2 - a^2$; в) $(a-b^2)^2 - (a+b^2)^2$.

972. Бисёраъзогиро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $-a^6-a^5+a^4+a^3$; б) $n^4-2n^2+n^3-2n$.

973. Дар шакли ифодаҳои ҳарфӣ нависед:

а) квадрати фарқи a ва 2 ; б) фарқи квадратҳои 3 ва $2b$;
в) дучанди ҳосили зарби n ва $p+3$.

38. Татбиқи формулаҳои квадрати сумма ва квадрати фарқ

Формулаҳои (1) ва (2) имкон медиҳанд, ки ифодаҳои аз квадрати сумма ва квадрати фарқ тартибёфта содда карда шаванд. Инчунин, бо ёрии ин формулаҳо ифодаҳои намуди $a+2ab+b$ ва $a-2ab+b^2$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо намудан мумкин аст.

Формулаҳои (1) ва (2)-ро аз рост ба чап менависем:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2, \quad (1')$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2. \quad (2')$$

Мисоли 1. Сеаъзогии $4a^2+12a+9$ -ро ба зарбшавандаҳо чудо мекунем.

◁ Чамъшавандаи якум $4a^2$ аз квадрати $2a$, чамъшавандаи сеюм 9 аз квадрати 3 иборатанд. Чамъшавандаи мобайнӣ $12a$ ба дучанди ҳосили зарби чамъшавандаҳои $2a$ ва 3 баробар аст: $12a=2 \cdot 2a \cdot 3$. Бинобар ҳамин, $4a^2 + 12a + 9 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3 + 3^2 = (2a + 3)^2 = (2a + 3)(2a + 3)$. ▽

Мисоли 2. Бисёраъзогии $9a^2-12ab+4b^2$ -ро ба зарбшавандаҳо чудо мекунем.

◁ Ҳосил мекунем: $9a^2-12ab+4b^2=(3a)^2-2 \cdot 2b \cdot 3a+(2b)^2=(3a-2b)^2=(3a-2b)(3a-2b)$. ▽

Мисоли 3. Бисёраъзогиро ба зарбшавандаҳо чудо мекунем:

◁ а) $9p^2q^2-12pq^2+4q^2=(3pq)^2-2 \cdot 2q \cdot 3pq+(2q)^2=(3pq-2q)^2$;

б) $\frac{1}{9}k^2 + \frac{2k}{4}m \cdot n + \frac{9}{16}m^2 \cdot n^2 = (\frac{1}{3}k)^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot k \cdot m \cdot n + (\frac{3}{4}mn)^2 =$
 $= (\frac{1}{3}k + \frac{3}{4}mn)^2$. ▽

Дар ҳар ду ҳолат а) ва б) ҳангоми ба квадрати дуаъзоги иваз намудани бисёраъзоги мо аз формулаҳои (1') ва (2') истифода бурдем.

974. Сеаъзогиро дар шакли квадрати пурраи дуаъзоги нависед:

а) a^2+2a+1 ; б) $16+8x+x^2$; в) $4b^2-4bc+c^2$; г) $y^2-16xy+64x^2$.

975. Сеаъзогиро ҳамчун квадрати сумма ё квадрати фарқ нависед:

а) $4x^2-4x+1$; б) $-30y+9 + 25y^2$; в) $16+49z^2-56z$.

976. Сеаъзогиро дар шакли квадрати дуаъзоги нависед:

а) $\frac{4}{9}m^2 + 4n^2 - \frac{1}{8}mn$ б) $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{5}x^2y^3 + \frac{9}{25}y^6$;

в) $-10ab + \frac{1}{4}a^2 + 100b^2$;

977. Сеаъзогиро ҳамчун квадрати сумма ё квадрати фарқ нависед:

а) $1+y^2-2y$; б) $8ab+b^2+16a^2$; в) $1+y^4-2y^2$;
 г) $8a^2b^2+b^4+16a^4$; д) $49x^2-28xy+4y^2$; е) $100x^2-20xy+y^2$.

978. Сеаъзогиро ба квадрати дуаъзоги табдил диҳед:

$$\text{а) } \frac{1}{9}p^2 + \frac{2}{15}pq + \frac{1}{25}q^2; \quad \text{б) } \frac{1}{16}n^2 - nv + 4b^2;$$

979. Оё барои қимати дилхоҳи a нобаробари дуруст аст:

$$\text{а) } a^2 + 1 > 0; \quad \text{б) } (a-1)^2 > 0; \quad \text{в) } (1+a)^2 > 0;$$

$$\text{г) } -a^2 + 6a - 9 \leq 0; \quad \text{д) } -1 + 2a - a^2 < 0; \quad \text{е) } a \geq a?$$

980. Ифодаро содда намуда, қиматашро ёбед:

$$(x-6)^2 - x(x+20), \quad \text{агар } x = 0,9 \text{ бошад};$$

981. Муодиларо ҳал кунед:

$$\begin{aligned} \text{а) } (x-5)^2 - x(x-6) &= 21; & \text{б) } (5t+3)^2 &= (7-5t)^2 + 10; \\ \text{в) } (8y-3)^2 + (16y-3)(5-4y) &= -94; & \text{г) } (3z-7)^2 &= (2-3z)^2 + 135. \end{aligned}$$

982. Муодиларо ҳал кунед:

$$\begin{aligned} \text{а) } (6y+5)^2 &= (4y-3)(9y+5) - 27; \\ \text{б) } (7x-5)^2 + 19 &= (9-8x)^2 - 15x^2; \\ \text{в) } (5-4u) \cdot (u+1) &= (3+2u)^2 - 3u + 14; \\ \text{г) } (5v-8)^2 + 115v &= (3+4v)^2 + 9v^2. \end{aligned}$$

983. Амалҳоро иҷро намоед:

$$\text{а) } 1,6^2 - (1,24 - 2,48 \cdot 0,24 + 0,24)^2; \quad \text{б) } 18,7^2 + 3,3^2 - 6,7^2 - 15,3^2;$$

984. Ҳисоб кунед:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{5 \cdot 2^{13} \cdot 4^{11} \cdot 16^9}{(3 \cdot 2^{17})^2}; & \quad \text{б) } \frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^{10} \cdot 2^{10} + 12^{10}}; \end{aligned}$$

985. Ифодаро ба квадрат бардоред:

$$\text{а) } (x+y+z); \quad \text{б) } (a-b-c); \quad \text{в) } (1+x+x^2).$$

986*. Айниятро исбот кунед:

$$x(y-z)^2 + y(z-x)^2 + z(x-y)^2 = (x+y)(x+z)(y+z) - 8xyz.$$

987. Нишон диҳед, ки $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ аст.

988*. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

$$\begin{aligned} \text{а) } bc(b-c) - ca(a-c) + ab(a-b); \\ \text{б) } bc(b+c) + ca(c-a) - ab(a+b); \end{aligned}$$

Машқҳо барои такрор

989. Дар шакли квадрати якаъзогӣ нависед:

$$\text{а) } 4x^4y^2; \quad \text{б) } 9x^6z^4; \quad \text{в) } y^4z^8; \quad \text{г) } 25x^{10}y^{12}z^{16}.$$

990. Дар шакли куби якаъзогӣ нависед:

$$\text{а) } 8a^3b^6; \quad \text{б) } 27a^9c^{12}; \quad \text{в) } -64b^9c^6.$$

991. Амалҳоро иҷро намоед:

$$\text{а) } 867000 : 5 - 505 \cdot 2,5; \quad \text{б) } 26,16 : 6 + 2,6 \cdot 1,4 : 0,4 - 0,4.$$

992. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } (12 - 8\frac{5}{12}) + (17\frac{1}{2} - 16\frac{1}{5}); \quad \text{б) } (63\frac{2}{5} + 3\frac{1}{8}) - (13 - 10\frac{5}{6});$$

§ 2. ФАРҚИ КВАДРАТҲО

39. Табдил додани ҳосили зарби сумма ва фарқ

Дар дарсҳои гузашта ифодаҳои намуди $(a+b)(a+b)$, инчунин $(a-b)(a-b)$ –ро ба бисёраъзогии табдил додем. Ҳоло бошад, ифодаи намуди $(a+b)(a-b)$ –ро ба бисёраъзогии табдил медиҳем.

Ҳосил мекунем: $(a-b)(a+b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$

Ҳамин тавр,

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \quad (3)$$

Формулаи ҳосилшударо ин тавр мехонанд: *ҳосили зарби сумма ва фарқи ду ифода ба фарқи квадратҳои онҳо баробар аст.*

Мисоли 1. Суммаи $x+3y$ –ро бо фарқи $x-3y$ зарб мезанем

◁ Дар асоси формулаи (3) ҳосил менамоем:

$$(x - 3y)(x + 3y) = x^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2. \triangleright$$

Мисоли 2. Ҳосили зарби $(3a - 7b)(3a + 7b)$ –ро ба бисёраъзогии табдил медиҳем:

$$\triangleleft \text{Менависем: } (3a - 7b)(3a + 7b) = (3a)^2 - (7b)^2 = 9a^2 - 49b^2. \triangleright$$

Мисоли 3. Ҳосили зарбро ба шакли бисёраъзогии меорем: $(3-a(x+y))(3+a(x+y))$.

$$\text{Менависем: } (3-a(x+y))(3+a(x+y)) = 3^2 - (a(x+y))^2 = 9 - a^2(x+y)^2.$$

Ин табдилдиҳиро бо тарзи дигар низ иҷро намудан мумкин аст: $(3-a(x+y))(3+a(x+y)) = 3 \cdot 3 + 3a(x+y) - 3a(x+y) - (a(x+y))^2 = 9 - a^2(x+y)^2. \triangleright$

Мисоли 4. Ифодаи $20,5p^2 - (4p - 0,5)(4p + 0,5)$ –ро содда мекунем. ◁ Менависем: $20,5p^2 - (4p - 0,5)(4p + 0,5) = 20,5p^2 - ((4p)^2 - (0,5)^2) = 20,5p^2 - 16p^2 + 0,25 = 4,5p^2 + 0,25. \triangleright$

Мисоли 5. Муодилаи $(3-x)(3+x) + (x-2)^2 = 1$ –ро ҳал мекунем.

◁ Қавсҳои аввалро мувофиқи формулаи (3) ва қавсҳои дуюмро дар асоси формулаи (2) мекушоем. Дар натиҷа баробарии $9 - x^2 + x^2 - 4x + 4 = 1$ ҳосил мешавад. Чамъшавандаҳои монандро ислоҳ намуда меёбем, ки $4x = 12$ ё ки $x = 3$ аст.

Пас, қимати $x = 3$ ҳалли муодила будааст. ◁

Мисоли 6. Ифодаҳои зарб мезанем:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\right) &= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4} = \\ &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{4} = \frac{4ab}{4} = ab. \end{aligned}$$

Дар ин маврид ҳам, баъди татбиқи формулаи (3) аз формулаҳои (1) ва (2) истифода бурдем.

Саволҳо барои пурсиш

1. Формулаи ҳосили зарби сумма ва фарқро нависед. 2. Формулаи ҳосилшударо хонед. 3. Суммаи мушаххасро бо фарқи онҳо зарб занед.

993. Ҳосили зарбро ба фарқи квадратҳо табдил диҳед:

- а) $(x-y)(x+y)$; б) $(m-n)(m+n)$; в) $(p-q) \cdot (p+q)$

994. Зарбро иҷро кунед:

- а) $(4a-5b)(4a+5b)$; б) $(3b-7c)(3b+7c)$;
 в) $(6p+5q)(6p-5q)$; г) $(9x-7y)(9x+7y)$;
 д) $(a+b+1)(a+b-1)$; е) $(k-t-3)(k+t+3)$.

995. Фарқро бо сумма зарб занед:

- а) $(2-x)(2+x)$; б) $(3-y)(3+y)$; в) $(5-z)(z+5)$;
 г) $(p-2q)(p+2q)$; д) $(2m-n)(2m+n)$; е) $(3a-b)(3a+b)$.

996. Ба фарқи квадратҳо иваз намоед:

- а) $(a-2)(a+2)(a^2+4)$; б) $(3-b)(3+b)(9+b^2)$;
 в) $(c^2+1)(c+1)(c-1)$;

997. Ҳисоб кунед:

- а) $(100-1)(100+1)$; б) $(70-2)(70+2)$; в) $201 \cdot 199$;
 г) $84 \cdot 76$; д) $74 \cdot 66$; е) $1,05 \cdot 0,95$.

998. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(x-7)(x+7) = x(5+x)-1$;
 б) $2(1-y)(1+y) = y(-2y-1)$;
 в) $(4z-1)^2 = (4z-3)(4z+3)+10$;
 г) $(3t-5)(3t+5) = 9(t-4)(t+4)+119 \cdot t$.

999. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(a-3)(a+3) - (a-4)^2 = 39$;
 б) $(b+6)(b-6) - (b-6)^2 = 0$;
 в) $8c(1+2c) - (4c+3)(4c-3) = 2c$;
 г) $d - (1-12d)3d = 11 - (5-6d)(5+6d)$;
 д) $(8p-1)(8p+1) - 4(16p^2-p) = 44$;
 е) $(8-9q)q = -40 + (6-3q)(6+3q)$.

1000. Дар шакли бисёраъзоги нависед:

- а) $(x^2-10)(x^2+10)$; б) $(9a-x^2)(x^2+9a)$; в) $(a^2-c^3)(c^3+a^2)$.

1001. Қимати ифодаи

- а) $(x^2-1) - (x^2+1)$ – ро ҳангоми $x=0,25$ будан;
 б) $(x^3-2y)^2 - (2y+x^3)^2$ – ро ҳангоми $x=1,5$ ва $y=1$ будан ёбед.

Машқҳо барои такрор

1002. Ифодаро ҳамчун квадрати сумма ё квадрати фарқ нависед:

- а) $b^4 - 2a^2b^2 + a^4$;
 б) $4a^6 + 4a^3b^2 + b^4$.

1003. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

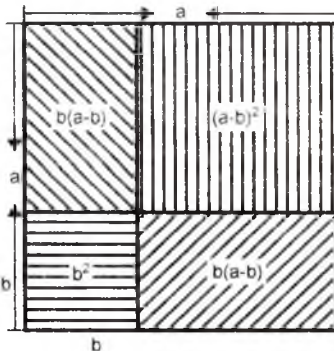
- а) $7a^3 + a^2b$;
 б) $c^3a^2 + a^3c^2$;
 в) $7a^3 + a^2b - 28a - 4b$.

1004. Калонтарин тақсимку-
 нандаи умумӣ ва хурдтарин каратии
 умумии ададҳоро ёбед: а) 18 ва 60;
 б) 72 ва 96; в) 396 ва 180; г) 34;51
 ва 68.

1005. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(x - 2)^2 = x^2$; б) $(x + 3)^2 = x(x - 3)$;

1006. Аз расми 34 маънои ге-
 ометрии формулаи $(a - b)(a + b) =$
 $= a^2 - b^2$ -ро барои қиматҳои дилхоҳи $a > b > 0$ шарҳ диҳед.



Расми 34.

40. Ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани фарқи квадратҳо

Қисмҳои чапу рости формулаи (3)-ро иваз намуда, ҳосил мекунем:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b). \quad (3)$$

Дар чунин маврид мегӯянд, ки фарқи квадратҳои $a^2 - b^2$ ба зарбшавандаҳои $(a - b)$ ва $(a + b)$ ҷудо шудааст.

Мисоли 1. Ифодаи $81 - x^2$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

«Азбаски $81 = 9^2$ аст, пас дар асоси формулаи (3) ме-
 нависем: $81 - x^2 = 9^2 - x^2 = (9 - x)(9 + x)$.»

Мисоли 2. Дуаъзогии $25a^2 - 9b^2$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

«Аввал аъзои дуаъзогиро ба шакли формулаи фарқи
 квадратҳо мувофиқ намуда, баъд онро татбиқ менамоем:

$$25a^2 - 9b^2 = (5a)^2 - (3b)^2 = (5a - 3b)(5a + 3b). \triangleright$$

Мисоли 3. «Фарқи квадратҳоро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

а) $13^2-8^2=(13-8)(13+8)=5 \cdot 21=105$;

б) $21,4^2-0,6^2=(21,4-0,6)(21,4+0,6)=20,8 \cdot 22=457,6$. ▸

Мисоли 4. Қимати ифодаи:

а) $0,625^2-0,375^2$; б) $\frac{32^2-24^2}{48^2-8^2}$ -ро меёбем.

◁ а) $0,625^2-0,375^2=(0,625-0,375)(0,625+0,375)=1 \cdot 0,25=0,25$;

б) $\frac{32^2-24^2}{48^2-8^2}=\frac{(32-24)(32+24)}{(48-8)(48+8)}=\frac{8 \cdot 56}{40 \cdot 56}=0,2$ ▸

Мисоли 5. Муайян мекунем, ки барои кадом a қимати ифодаи:

а) $x^2-ax+36$; б) $y^2+ay+64$ квадрати дуаъзоги мешавад?

◁ а) аз формулаи квадрати фарқ бояд $x^2-ax+36=x^2-ax+6^2=(x-6)^2=x^2-12x+6^2$ шавад. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки бояд $-ax=-12$ (ниг. ба қайди п.30) ё $a=12$ бошад;

б) аз формулаи квадрати сумма меёбем, ки бояд $y^2+ay+64=y^2+ay+8^2=(y+8)^2=y^2+16y+8^2$. Аз ин ҷо $ay=16y$ ё $a=16$ мешавад (ниг. ба қайди п.30) ▸

1007. Фарқи квадратҳоро ба ҳосили зарб иваз намоед:

а) 6^2-4^2 ; б) -10^2+12^2 ; в) $3,5^2-2,5^2$; г) $1^2-1,5^2$.

1008. Ҳисоб кунед:

а) 37^2-27^2 ; б) 53^2-63^2 ; в) 182^2-18^2 .

1009. Дар шакли ҳосили зарби сумма ва фарқ нависед:

а) x^2-y^2 ; б) a^2-b^2 ; в) m^2-n^2 ;
г) p^2-100 ; д) $y^2-0,09$; е) $81-q^2$.

1010. Ба зарбшавандаҳо ҷудо намоед:

а) $9x^2-y^2$; б) $-z^2+16a^2$; в) $49a^2-36$.

1011. Ба ҳосили зарби дуаъзоги табдил диҳед:

а) $x^2-4y^2 \cdot b^2$; б) $4a^2-25b^2c^2$; в) $0,16c^2-a^2$.

1012. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{48}{14^2-34^2}$; б) $\frac{65^2-59^2}{228}$; в) $\frac{45^2-36^2}{33^2-24^2}$;

1013. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо намоед:

а) a^4-16 ; б) $36-b^6$; в) c^8-a^2 ; г) y^4-p^4 .

1014. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2-1=0$; б) $y^2-4=0$; в) $\frac{1}{4}-z^2=0$; г) $25n^2-36=0$.

1015. Ифодаро ба шакли ҳосили зарб биёред:

а) $a^6 - 4b^4$; б) $121y^2 - c^2$; в) $9x^2 - 25z^2$; г) $a^2b^2 - 1$.

1016. Исбот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи $(2n+3)^2-5$ ба 4 тақсим мешавад.

1017. Исбот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n фарқи $(2n+3)^2-(2n-3)^2$ ба 24 тақсим мешавад.

Машқҳо барои такрор

1018. Ду коргар, якҷоя кор карда, супоришро дар 10 руз иҷро менамоянд. Коргари якум, танҳо кор карда, ҳамин супоришро дар 22,5 руз иҷро менамояд. Коргари дуюм ҳамин супоришро дар чанд руз иҷро карда метавонад?

1019. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо намоед:

а) $x^4 - x^2$; б) $-4a^4 + a^2$; в) $4a^4 - b^4$.

1020. Дар шакли квадрати дуаъзогӣ нависед:

а) $4a^2b^2 - 4ab + 1$; б) $1 - 2n^2m^2 + n^4m^4$; в) $c^4d^2 - 2c^2d + 1$.

§ 3. СУММАИ КУБҲО ВА ФАРҚИ КУБҲО

41. Суммаи кубҳо

Ҳангоми баёни мавзуи квадрати сумма таъкид намудем, ки ифодаи $a^2+2ab+b^2$ квадрати пурра аст. Ифодаи a^2+ab+b^2 , ки аз квадрати пурра андаке фарқ дорад, *квадрати нопурраи суммаи $(a+b)$* номида мешавад. Ба ҳамин монанд, ифодаи a^2-ab+b^2 квадрати нопурраи фарқи $(a-b)$ номида мешавад.

Ифодаи $(a+b)$ -ро бо квадрати нопурраи фарқи $(a-b)$ зарб мезанем: $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3 = a^3+b^3$.

Ҳамин тавр,

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2) \quad (4)$$

Баробарии (4) формулаи *суммаи кубҳо* номида мешавад. Онро чунин меҳонанд: *суммаи кубҳои ду бузургӣ ба ҳосили зарби суммаи онҳо ва квадрати нопурраи фарқашон баробар аст.*

Мисоли 1. Бисёраъзогии $8x^3+y^3$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◁ Бисёраъзогии додашударо барои истифода аз формулаи (4) мутобиқ месозем: $8x^3+y^3=(2x)^3+y^3$ Баъд, аз формулаи (4) истифода мебарем:

$$8x^3+y^3=(2x)^3+(y)^3=(2x+y)((2x)^2-2xy+y^2)=(2x+y)(4x^2-2xy+y^2).$$

Ҳамин тавр,

$$8x^3+y^3=(2x+y)(4x^2-2xy+y^2). \triangleright$$

Мисоли 2. Бисёраъзогии $-m^{12}-\frac{1}{8}n^6$ -ро ба зарбша-

вандаҳо ҷудо мекунем:

$$\triangleleft -m^{12} - \frac{1}{8}n^6 = -\left((m^4)^3 + \left(\frac{1}{2}n^2\right)^3\right).$$

Акнун аз формулаи (4) истифода бурда менависем:

$$-m^{12} - \frac{1}{8}n^6 = (-1) \cdot \left((m^4)^3 + \left(\frac{n^2}{2}\right)^3\right) = (-1) \left(m^4 + \frac{n^2}{2}\right) \left((m^4)^2 - \frac{m^4 n^2}{2} + \left(\frac{n^2}{2}\right)^2\right).$$

Ҳамин тавр,

$$-m^{12} - \frac{1}{8}n^6 = (-1) \cdot \left(m^4 + \frac{n^2}{2}\right) \left(m^8 - \frac{m^4 n^2}{2} + \frac{n^2}{4}\right). \triangleright$$

Саволҳо барои пурсиш

1. Квадрати пурра гуфта чиро мефаҳмем? 2. Квадрати нопурраи сумма ва фарқ гуфта калом ифодаҳоро меноманд? 3. Формулаи суммаи кубҳо чи тавр ҳосил карда мешавад? 4. Мисоли татбиқи суммаи кубҳоро биёред.

1021. Суммаи кубҳоро бо ду тарз: а) бо воситаи формулаи (4); б) бо тарзи бевосита иҷро намудани амалҳо ҳисоб кунед.

а) $3^3 + 1$; б) $0,8^3 + 1,2^3$; в) $0,216^3 + 5^3$.

1022. Суммаи кубҳоро ҳисоб кунед:

а) $1^3 + 0,4^3$; б) $2^3 + 1,8^3$; в) $0,35^3 + 0,65^3$.

1023. Суммаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $a^3 + 8$; б) $27 + b^3$; в) $c^3 + 125$;
г) $-64 - p^3$; д) $27q^3 + 8$; е) $-8k^3 - 1$.

1024. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $n^3 + m^3$; б) $a^3 + b^3$; в) $c^3 + 8d^3$.

1025. Ба суммаи кубҳо табдил диҳед:

а) $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$; б) $(p+q)(p^2 - pq + q^2)$; в) $(m+n)(m^2 - mn + n^2)$;

1026. Қимати ифодаро ёбед:

$x^3 + a^3 + (x+a^3)$, агар $x = 2$ ва $a = -1$ бошад.

1027*. Ба суммаи кубҳо табдил диҳед:

а) $(2a+b)(4a^2 - 2ab + b^2)$; б) $(n+3m)(n^2 - 3mn + 9m^2)$.

1028. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $1 + 64x^3$; б) $1 + a^3b^6$; в) $p^3q^3 + 8$.

1029. Оё қимати ифодаи:

а) $18^3 + 37^3$ ба 55; б) $26^3 + 49^3$ ба 75 тақсим мешавад?

1030. Қимати ифодаро ҳангоми $a=3$ ва $b=-2$ будан ёбед:

а) $b(1+a)(a^2 - a + 1) - 2(a^3 + b^3)$; б) $(a^3 + b^3)^2 - 3(a+b)^3$.

Машқҳо барои такрор

1031. Кадом ҳиссаи ададро ташкил медиҳанд:

1%; 3%; 5%; 15%; 25%; 10%; 40%; 24%; 50%?

1032. Дар шакли касри оддӣ ва касри даҳӣ нависед:
35%; 48%; 25%; 75%; 110%.

1033. Ададҳоро бо фоиз ифода намоед:

$\frac{1}{4}$; 0,7; 0,12; $\frac{3}{15}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $4\frac{3}{4}$.

1034. Дарозии хона 5 м, бараш 4 м ва баландиаш 8 м мебошад. Масоҳати фарш ва ҳаҷми хонаро муайян намоед.

42. Фарқи кубҳо

Ифодаи $a-b$ -ро ба квадрати нопурраи суммаи $a+b$ зарб мезанем: $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3+a^2b+ab^2-ba^2-ab^2-b^3 = a^3-b^3$.

Ҳамин тавр,

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2) \quad (5)$$

Формулаи (5) формулаи фарқи кубҳои ду тағйирёбанда ё мухтасар *формулаи фарқи кубҳо ном дорад*. Онро ин тавр хондан мумкин аст: *фарқи кубҳои ду бузургӣ ба ҳосили зарби фарқи онҳо ва квадрати нопурраи суммашон баробар аст*.

Мисоли 1. Бисёраъзогии x^3-8 -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◁ Бисёраъзогии додашударо барои истифода аз формулаи (5) мувофиқ месозем: $x^3-8 = x^3-2^3$. Акнун, формулаи (5)-ро татбиқ менамоем: $x^3-8 = x^3-2^3 = (x-2)(x^2+2x+2^2)$.

Ҳамин тавр,

$$x^3-2^3 = (x-2)(x^2+2x+4). ▷$$

Мисоли 2. Бисёраъзогии y^3-8z^3 -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем: ▷ Бисёраъзогии додашударо ба шакли фарқи кубҳо меорем: $y^3-8z^3 = y^3-(2z)^3$. Формулаи (5)-ро татбиқ намуда, ҳосил менамоем:

$$y^3-8z^3 = y^3-(2z)^3 = (y-2z)(y^2+2yz+4z^2). ▷$$

Мисоли 3. Ифодаи $27m^6-n^9$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

$$◁ 27m^6-n^9=(3m^2)^3-(n^3)^3=(3m^2-n^3)(9m^4+3m^2n^3+n^6). ▷$$

Саволҳо барои пурсиш

1. Формулаи фарқи кубҳо чи тавр ҳосил карда мешавад? 2. Формулаи фарқи кубҳоро аз чап ба рост ва аз рост ба чап нависеду хонед. 3. Формулаи фарқи кубҳо барои чи лозим аст?

1035. Фарқи кубҳоро бо ду тарз: а) бо воситаи формулаи (5); б) бо тарзи бевосита иҷро намудани амалҳо ҳисоб намоед:
а) 4^3-2^3 ; б) 6^3-3^3 ; в) $7,5^3-3,5^3$; г) $11,2^3-4,2^3$.

1036. Фарқи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил диҳед:
а) x^3-4^3 ; б) y^3-5^3 ; в) z^3-6^3 .

1037. Фарқро ба ҳосили зарб табдил диҳед:
а) a^3-27 ; б) b^3-8 ; в) $1-m^3$.

1038. Қимати ифодаро ёбед:
а) $u^3 - v^3 + 3(u^3 + v^3)$, агар $u = -2$ ва $v = -2$ бошад;
б) $(u - v)^3 - (u + v)^3$, агар $u = -3$ ва $v = -2$ бошад.

1039. Фарқро ба ҳосили зарб табдил диҳед:
а) $64-n^3$; б) $125-m^3$; в) p^3-216 ; г) $a^3 - (a-2)^3$

1040. Муодиларо ҳал кунед:
а) $x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2$; б) $y^3 - y(y-1)^2 = 2y^2$.

1041. Барои кадом қиматҳои n қимати ифодаи $n(n^2+1) - (n^2-n)(n+1)$ ба 4 тақсим мешавад?

Машқҳо барои такрор

1042. Ифодаро хонед:

а) $\frac{(a-b)^2}{4}$; б) $\frac{a^2+b^2}{4}$; в) $\frac{a^3-b^3}{3}$; г) $\frac{(a-b)^3}{6}$.

1043. Дуаъзогиро ба квадрат бардоред:

а) $m+3n$; б) $2p+3$; в) a^2+2 .

1044. Дуаъзогиро ба би сёраъзоги зарб занед:

а) $(a+2x)(b+2x^2)$; б) $(2a-3y)(4a^2+6ay+9y^2)$.

1045. Нуқтаи буриши хатҳои ростро ёбед:

а) $3x-y=4$ ва $x+3y=2$; б) $2x-3y=6$ ва $x-2y=1$.

43. Татбиқи формулаҳои суммаи кубҳо ва фарқи кубҳо

Формулаҳои (4) ва (5) дар ҳамон шакле, ки навишта шудаанд барои ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани сумма ва фарқи кубҳо истифода мешаванд.

Мисоли 1. а) суммаи $x^6 + 125y^3$; б) фарқи $27a^3 -$

$8b^9$ –ро ба ҳосили зарб табдил медиҳем.

◁ а) Дар асоси формулаи (4) менависем:

$$x^6 + 125y^3 = (x^2)^3 + (5y)^3 = (x^2 + 5y)(x^4 - 5x^2y + 25y^2);$$

б) Дар асоси формулаи (5) менависем:

$$27a^3 - 8b^3 = (3a)^3 - (2b)^3 = (3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2). \triangleright$$

Мисоли 2. Муодилаи $x^3 + 8 = x^2(x + 2)$ –ро ҳал мекунем.

◁ Бо истифода аз формулаи (4) суммаи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил медиҳем: $x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$.

Аз ин ҷо $(x+2)(x^2-2x+4)=x^2(x+2)$ ё $(x+2)(x^2-2x+4-x^2)=0$ мешавад. Ҳар яке аз қавсҳоро ба нул баробар намуда меёбем: $x+2=0$ ва $-2x+4=0$. Ҳамин тавр, $x=-2$ ва $x=2$ ҳалҳои муодила мебошанд. $\triangleright$

Қисмҳои чапу рости формулаҳои (4) ва (5)–ро иваз намуда, баробариҳои зеринро ҳосил менамоем:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3; \quad (4')$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3. \quad (5')$$

Дар чунин шакл формулаҳои (4) ва (5) барои ба сумма ва фарқи кубҳо табдил додани ҳосили зарби бисёраъзогиҳо истифода бурда мешаванд.

Мисоли 3. Ҳосили зарби $(3a + 2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2)$ –ро ба сумма табдил медиҳем.

◁ Бисёраъзогиҳои $3a+2b$ ва $9a^2-6ab+4b^2$ –ро аъзо ба аъзо зарб мезанем:

$$(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2) = 27a^3 - 18a^2b + 12ab^2 + 18a^2 - 12ab^2 + 8b^3 = 27a^3 + 8b^3.$$

Ҳамин натиҷаро дар асоси формулаи (4') низ ҳосил намудан мумкин аст:

$$(3a + 2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2) = (3a)^3 + (2b)^3 = 27a^3 + 8b^3. \triangleright$$

Мисоли 4. Ҳосили зарби бисёраъзогиҳои x^2-1 , $x^2 + 1$ ва $x^8 + x^4 + 1$ –ро ба бисёраъзоги табдил медиҳем.

◁ Ифодаи x^2-1 –ро бо ифодаи $x^2 + 1$ зарб мезанем (ниг. ба формулаи (3)): $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x^2)^2 - 1^2 = x^4 - 1$.

Натиҷаро бо ифодаи сеюм зарб мезанем (ниг. ба формулаи (5')):

$$(x^4-1)(x^8+x^4+1) = (x^4-1)((x^4)^2+x^4+1^2) = (x^4)^3 - 1^3 = x^{12} - 1.$$

Ҳамин тавр,

$$(x^2-1)(x^2+1)(x^8+x^4+1)=x^{12}-1. \triangleright$$

1046. Суммаи кубҳоро ҳисоб кунед:

- а) 5^3+3^3 ; б) 7^3+4^3 ; в) 18^3+12^3 ; г) $14^3 + 4^3$;
д) $0,3^3 + 0,7^3$; е) $0,25^3 + 0,75^3$; ё) $(\frac{1}{2})^3 + 2^3$; ж) $(\frac{3}{4})^3 + (\frac{1}{2})^3$.

1047. Фарқи кубҳоро ҳисоб кунед:

- а) 5^3-3^3 ; б) 7^3-4^3 ; в) 18^3-12^3 ; г) 14^3-4^3 ;
д) $0,7^3-0,5^3$; е) $0,75^3-1^3$; ё) $1^3-0,2^3$; ж) $2^3-1,5^3$.

1048. Зарбро иҷро намоед:

- а) $(a + 3)(a^2-3a + 9)$; б) $(4+b)(4^2-4b+b^2)$;
в) $(3d-7)(9d^2+21d + 49)$; г) $(3c-2p)(9c^2+6cp+4p^2)$.

1049. Ифодаро содда намоед:

- а) $(a^3+b^3)^2-(a^3-b^3)^2$; б) $(a^3-b^3)^2+(a^3+b^3)^2$.

1050. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $(x + y)^3 + 1$; б) $(a + b)^3-1$;
в) $(a + x)^3-x^3$; г) $(c + y)^3-(c-y)^3$.

1051. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $(x-y)^3+(x-y)^3$; б) $(p-q)^3 - (p+q)^3$;
в) $(m-n)^3 -(n-m)^3$; г) $k^3-(k-3)^3$.

1052. Ба бисёраъзоги табдил диҳед:

- а) $(a-2b)(a + 2b)$; б) $(a-b)(a + b)(a^2 + b^2)$;
в) $(m+n)(n + m)(n^2+m^2)$; г) $(a + b + c)(a-b-c)$.

1053. Ба бисёраъзоги табдил диҳед:

- а) $(4x-y)^3(16x^2+4xy+y^2)$; б) $(5p+7q)(25p^2-35pq+49q^2)$.

1054. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $(a + 2)^3+a^3$; б) $(b-2)^3-27$; в) $64p^3 -(p-q)^3$; г) $8c^3+(c-d)^3$?

Машқҳо барои такрор

1055. Исбот кунед, ки функцияҳои $y=2(3 - 2x)$ ва $y=x - 4(x - 4)$ хаттианд. Нишон диҳед, ки графикҳои онҳо дар як нуқта бурида мешаванд.

1056. Координатаҳои нуқтаҳои буриши графикро бо тирҳои координатаҳо ёбед: а) $5x+6y=15$; б) $3y-7x=21$.

1057. Коргар бояд 915 сомони ву 60 дирам маош гирад. Аз ин маблағ 15%-ро ҳамчун андоз кам карданд. Коргар ҳамагӣ чанд пул гирифт?

1058. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $3(x-\frac{2}{3}) + (1-x) = 2$; б) $-3\frac{2}{3} - y - 3(\frac{2}{3} - x) = -x + 3$.

• Куби сумма ва куби фарқ

Медонем, ки $x^3 = x \cdot x^2$ аст. Бинобар ҳамин, ҳангоми $x = a + b$ будан, дар асоси формулаи (1) ифодаҳои: $a + b$ ва $a^2 + 2ab + b^2$ –ро зарб мезанем:

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Ҳамин тавр,

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (6)$$

Баробарии (6) –ро минбаъд формулаи куби сумма меномем. Онро барои иҷрои корҳои амалӣ, аз ҷумла ҳангоми ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёрраъзогӣ, ба таври зерин низ навиштан мумкин аст:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \quad (6^*)$$

Куби сумма ба суммаи кубҳо, плус сечандаи ҳосили зарби сумма ва зарбашон баробар аст.

Мисоли 1. Куби суммаи ададҳоро бо ду тарз:

а) бевосита иҷро намудани амалҳо;

б) бо воситаи формулаи (6) ҳисоб мекунем:

$$1) (4 + 3)^3; \quad 2) (3 + 17)^3.$$

$$\triangleleft 1) \text{ Тарзи I. } (4 + 3)^3 = 7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343;$$

$$\text{Тарзи II. } (4 + 3)^3 = 4^3 + 3^3 + 3 \cdot 4 \cdot 3(4 + 3) = 64 + 27 + 252 = 343.$$

$$2) \text{ Тарзи I. } (3 + 17)^3 = 20^3 = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8000;$$

$$\text{Тарзи II. } (3 + 17)^3 = 3^3 + 17^3 + 3 \cdot 3 \cdot 17(3 + 17) = 8000. \triangleright$$

Мисоли 2. Ифодаи $2x + 3$ –ро ба куб мебардорем.

$$\triangleleft \text{Дар асоси формулаи (6) менависем: } (2x + 3)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot (2x) \cdot 3^2 + 3^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27. \triangleright$$

Аз формулаи квадрати фарқ (п.37) истифода бурда, формулаи куби фарқро ҳосил менамоем: Азбаски $(a - b)^3 = (a + (-b))^3$ аст, дар асоси формулаи (6) $(a + (-b))^3 = a^3 + 3a^2 \cdot (-b) + 3a^2 \cdot (-b)^2 + (-b)^3$ мешавад.

Ҳамин тавр,

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (7)$$

Баробарии (7) –ро минбаъд формулаи куби фарқ меномем. Онро ҳангоми иҷрои корҳои амалӣ ва ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёрраъзогиҳо ин тавр навиштан мумкин аст:

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \quad (7^*)$$

Яъне, **куби фарқи ду бузургӣ ба фарқи кубҳои онҳо, минус зарби сечандаи ҳосили зарб бо фарқашон, баробар аст.**

Мисоли 3. Куби фарқи ададҳоро бо ду тарз:

а) бевосита иҷро намудани амалҳо;

б) бо воситаи формулаи (6) ҳисоб мекунем:

1) $(7 - 4)^3$; 2) $(11 - 7)^3$.

◁ 1) *Тарзи I.* $(7 - 4)^3 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$;

Тарзи II. $(7-4)^3=7^3-4^3+3 \cdot 7 \cdot 4(7-4)=343-64-252=27$

2) *Тарзи I.* $(11 - 7)^3 = 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$;

Тарзи II. $(11-7)^3=11^3-7^3-3 \cdot 11 \cdot 7(11-7)=1331-343+924=64$.▷

Мисоли 4. Дуаъзогии $2x-3$ -ро ба куб мебардорем.

◁ Дар асоси формулаи (7) менависем:

$(2x - 3)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot (2x) \cdot 3^2 - (3)^3 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$.▷

Мисоли 5. Ифодаи $(3a-5b)^3$ -ро ба бисёраъзогии табдил медиҳем.

◁ Дар асоси формулаи (7) менависем:

$(3a-5b)^3 = (3a)^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 5b + 3 \cdot 3a \cdot (5b)^2 - (5b)^3 = 27a^3 - 135a^2b + 225ab^2 - 125b^3$.▷

Қисмҳои чапу рости формулаҳои (6) ва (7)-ро иваз намуда, ҳосил мекунем:

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$

Дар чунин шакл ин формулаҳоро барои ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёраъзогиҳо истифода бурдан мумкин аст:

Мисоли 6. Бисёраъзогии:

а) $64n^3 + 144n^2m + 108nm^2 + 27m^3$;

б) $8p^3 - 36p^2q + 54pq^2 + 27q^3$ -ро ба шакли дараҷа менависем:

◁ а) $64n^3 + 144n^2m + 108nm^2 + 27m^3 =$

$= (4n)^3 + 3m \cdot (4n)^2 \cdot 3 + 3 \cdot (4n) \cdot (3m)^2 + (3m)^3 = (4n+3m)^3$.

б) $8p^3 - 36p^2q + 54pq^2 - 27q^3 = (2p)^3 - 3 \cdot (2p)^2 \cdot 3q + 3(2p) \cdot (3q)^2 - (3q)^3 = (2p-3q)^3$ ▷

1059. Ифодаро ба шакли бисёраъзогии биёред:

а) $(x+5)^3$; б) $(3+a)^3$; в) $(4b-2)^3$; г) $(p-3q)^3$.

1060. Куби фарқро ба шакли бисёраъзогии биёред:

а) $(y-4)^3$; б) $(3-c)^3$; в) $(2a-5b)^3$. г) $(n-4m)^3$.

1061. Кадоме аз ифодаҳо куби сумма ва кадомаш куби фарқ аст:

а) $(-1 - c^2)^3$; б) $(2 - d^4)^3$; в) $(p-2(-q))^3$;

г) $(-6 - 0,3n)^3$; д) $(1-(-a))^3$?

1062. Ифодаро содда кунед:

а) $(x^2+x^4)^3$; б) $(a+a^2)^3$; в) $(2y^2+y^4)^3$.

1063. Ифодаро содда кунед:

а) $(b-b^3)^3$; б) $(c^4-c^6)^3$; в) $(3m^2-m^3)^3$.

1064. Ифодаро содда кунед:

а) $(m^2 - n^2)^3 \cdot (m^2 + n^2)^3$; б) $(a - a^3)^3 \cdot (a + a^3)^3$.

1065. Ба шакли куби сумма биёред:

а) $p^3 + 6p^2 + 12p + 8$; б) $-(q^3 + 6q^2 + 12q + 8)$;

в) $n^3 + 27n + 9n^2 + 27$.

1066. Ба шакли куби фарқ биёред:

а) $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$; б) $b^3 - 6b^2 + 12b - 8$;

в) $-c^3 + 9c^2 - 27c + 27$ г) $-d^3 + 12d^2 - 48d + 64$.

1067. Ифодаро содда кунед:

а) $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$; б) $(2a + b)(2a - b)(4a^3 + b^3)$.

1068. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(12 + x)(x^2 + 1) - (x + 4)^3 = 89$; б) $(2y - 3)(5 - 2y)^2 = (2y - 3)^3$.

1069*. Муодиларо ҳал кунед:

а) $4(10 - z)^2 - z(3 - z) - (2z - 5)^2 = z^2 - 3$;

б) $(t + 5)(1 - t)^2 - (5 - 3t)^2 - (t - 2)^3 + 3 = 0$.

1070. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $4a^4 - 12a^2 + 9$; б) $25a^8 - 30a^4b^7 + 9b^{14}$;

в) $16c^6 + 24b^2c^3 + 9b^4$.

Маълумоти мухтасари таърихӣ

Формулаҳои квадрати сумма, куби сумма, квадрати фарқ, куби фарқ аз замонҳои хеле қадим маълуманд.

Ҳануз пеш аз милод олимони хитой формулаҳои мазкурро барои мақсадҳои амалӣ истифода мебарданд. Вале, азбаски онҳо амалҳои математикиро бо суҳан ифода менамуданд, баёни формулаҳо низ хеле мураккаб буданд.

Тавре дар бобҳои гузашта баён намудем, олимони Юнони Қадим масъалаҳои алгебравиро асосан бо тарзи геометрии ё шаклҳои маънидод менамуданд. Масалан, дар асарҳои Евклид (Уқлидус), (асри IV пеш аз милод) формулаи квадрати сумма тавре ки дар расми 31 оварда шудааст, маънидод шудааст.

Формулаи квадрати фарқро низ ҳангоми $a > b$ будан маънидод намудан мумкин аст (ба расми 33 ниг.). Ҳангоми $a > 0$, $b > 0$ ва $c > 0$ будан формулаи квадрати суммаи се ҷамъшавандаро (п. 36) низ шарҳ додан мумкин аст (ба расми 32 ниг.).

Формулаҳои зарби мухтасарро аз формулаи умумитар, ки формулаи бинومي Хайём ном дорад, ҳосил намудан мумкин аст.

Умари Хайём дар «Мушкилоти ҳисоб» ном асараш тарзи ёфтани решаи бутунро бо нишондиҳандаи дилхоҳи натурали аз ададҳои бутун нишон додааст. Дар асари хеш овардааст, ки тарзи ёфтани решаҳои квадратӣ ва куби ҳинди (ба формулаҳои квадрат ва куби суммаи ададҳо таъя намуда) исбот намудааст. Мутаассифона, ин асари пурарзиш то замони мо боқӣ намондааст. Баъди аз тарафи И. Нютон барои нишондиҳандаи касрӣ низ ҳосил намудани формулаи Хайём формулаи мазкур бо номи *биноми Нютон* ёдовар шудааст. Ҳоло дар таърихи математика онро ҳамчун *биноми Хайёму Нютон* ёдовар мешаванд.

Соли 1556 математики итолиёвӣ Тарталия (1449-1557) дар асараш «Тадқиқоти умумии ададҳо ва ченакҳо» ҷадвали бо ном «коэффитсиентҳои биномиро» ҷой дода буд, ки барои ёфтани коэффитсиентҳои намуди формулаҳои зарби мухтасар дошта хизмат мекард. Масалан, ҳангоми ба дараҷаи ду бардоштани дуаъзогии $a+b$ коэффитсиентҳои 1, 2, 1; ҳангоми ба дараҷаи се бардоштани он коэффитсиентҳои 1, 3, 3, 1 ва ғайра ҳосил мешуд (ниг ба коэффитсиентҳои формулаҳои $(1-2)$; $(3-4)$ ва ғайра).

Минбаъд, Паскал (1623–1662) ҳамин коэффитсиентҳоро дар шакли секунҷа овардааст, ки дар таърих бо номи *секунҷаи Паскал* ё секунҷаи арифметикӣ маъруф аст.

СУПОРИШҲОИ ИЛОВАҒИ БА БОБИ V

Ба параграфи 1

1071. Ифодаро дар шакли бисёраъзогии нависед:

- а) $(n+2)^2$; б) $(a+5b)^2$; в) $(7m+5)^2$;
 г) $(5p + 8q)^2$; д) $(4k + 7l)^2$.

1072. Ифодаро ба бисёраъзогии табдил диҳед:

- а) $(3x + 5y)^2$; б) $(3x^2 + y^2)^2$; в) $(6x^3 + 5y^2)^2$;

1073. Ифодаро ба квадрат бардоред:

- а) $2a + 4b$; б) $3a^2 + 2b^2$; в) $-2c^2 - c^3$.

1074. Ифодаро ба квадрат бардоред:

- а) $-(2a^7 + 3b^5)$ б) $(7c^4 + 3q^2) \cdot 2$; в) $(4n^4 + m^3) \cdot 3$.

1075. Ифодаро содда кунед:

- а) $(x + 3)^2 - (2x + 6)$; б) $(y + 5)^2 - (3y + 15)$;
 в) $(2z + 3)^2 - (4z + 6)$; г) $1 - x - y$;

1076*. Айниятро исбот намоед:

$$\left(\frac{m}{2} + \frac{n}{3} + \frac{p}{4}\right)^2 = \frac{m^2}{4} + \frac{n^2}{9} + \frac{p^2}{16} + \frac{mn}{3} + \frac{mp}{4} + \frac{np}{6}.$$

1077. Исбот кунед, ки қимати ифода аз x вобаста нест:

а) $(x+7)^2 - (x-5)(x+19)$; б) $(x-9)^2 + (8-x)(x+26)$.

1078. Сеаъзогиро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $x^2 + 16x + 64$; б) $y^4 + 2y^2 + 1$.

1079. Ифодаро ба квадрат бардоред:

а) $a-m$; б) $b-p$; в) $2a-4$; г) $3q+2$.

1080. Ифодаро ба квадрат бардоред:

а) $3a - \frac{1}{2}$; б) $4b - \frac{2}{5}$; в) $3c - \frac{3}{5}$; г) $\frac{x}{2} - \frac{y}{2}$.

1081. Ифодаро ба дараҷа бардоред:

а) $(a+b+1)^2$; б) $(m+n-2)^2$; в) $(q-a+3)^2$; г) $(-x+y-3)^2$.

1082. Ифодаро содда намоед:

а) $(a+7)^2 - (a+5)(a+19)$; б) $(b-9)^2 + 8(b-1) - 7b^2$.

1083*. Ҳосили зарбро ба бисёрраъзогӣ табдил диҳед:

а) $(x-y-3)(x+y+3)$; б) $(2a+b-2)(b-2a+1)$;
в) $(p+2q-3)(q-p-2)$.

1084. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(20-a)(a-6) = (a-8)(24-a)$;
б) $(25+b)(b+13) = (b+19)(15+b)$;
в) $(6n+57)(n+10) = (2n+23)(3n+26)$;
г) $(m+5)(m+4) = (m-1)(20+m)$.

1085. Барои калом қимати x дучандаи ҳосили зарби дуъзогиҳои $3x+2$ ва $3x-2$ аз суммаи квадратҳояшон 6 воҳид хурд аст?

1086. Зарбро ба бисёрраъзогӣ табдил диҳед:

а) $(x^2+1)(x^2+2)$; б) $(y^2-3)(y^3+3y-1)$;
в) $(a^3-2b)(2a^3-6a^2b^2-1)$.

1087. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(3x+4)^2 - (3x-1)^2 = 0$; б) $(5x-1)^2 - (1+5x)^2 = -20$.

1088. Қимати касрро ёбед:

а) $\frac{(2,42-0,42)(2,42+0,42)}{(4-6,84)(6,84+4)}$; б) $\frac{(0,68-0,32)(0,68+0,32)}{(4,85-4,13)(4,85+4,13)}$.

1089. Исбот кунед, ки қимати ифода аз ҳарфи он вобаста нест: а) $(a-2)(a+2) + (5-a)(a+5)$;

б) $(m + 7)(m-7)-(m + 3)(m-3)$.

Ба параграфи 2

1090. Фарқи квадратҳоро ҳисоб кунед:

а) 6^2-2^2 ; б) $2,25^2-0,25^2$; в) $((\frac{1}{2})^2-2^2$; г) $(\frac{3}{4})^2-(3\frac{1}{2})^2$.

1091. Ҳосили зарбро ба фарқи квадратҳо табдил диҳед:

а) $(2x-y)(y-2x)$; б) $(3a-7p)(-7p-3a)$; в) $(1-y^2)(1+y^2)$.

1092. Фарқро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $16-(x-4)^2$; б) $36-(y-6)^2$;
в) $100-(10-z)^2$; г) $(x^2+1)^2-(x^2-1)^2$.

1093. Исбот кунед, ки барои қиматҳои дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи:

а) $(2n + 1)^2-(2n-1)^2$ ба 2; б) $(2n + 3)^2-(2n-1)^2$ ба 8;
в) $(3n + 1)^2-(3n-1)^2$ ба 12; г) $(3n + 1)^2-(n + 1)^2$ ба $4n$
тақсим мешавад.

1094. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(2x-3)^2-(7-2x)^2 = 2$; б) $(5x-1)-(1-3x)^2 = 16x(x-3)$;

1095. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $1-x^2y^2$; б) $4a^2b^4 - 25$; в) $-0,49 + y^4$; г) $0,09z^6 - 0,49y^2$.

1096. Қимати ифодаро ёбед:

$(a^4 - 1)^2 - (a^4 + 1)^2$, ҳангоми $a = 0,5$ будан.

1097. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $4x^2-121b^2$; б) $16y^2 - 144c^2$; в) $25p^2-16q^2$

1098*. Исбот кунед, ки қимати ифодаи:

а) $(n^2-m^2)^2-(m^2+n^2)^2$ ба $4nm$; б) $(p^3-q)^2-(q+p^3)^2$ ба $4p$;
в) $(a^4+b^2)^2-(a^4-b^2)^2$ ба $4ab$; г) $(a^n+1)^2-(a^n-1)^2$ ба $4a$

тақсим мешавад.

1099. Ифодаро содда кунед:

а) $(x-9)(x+9)-x(x+10)$; б) $y(y-4) + (3+y)(y-3)$;
в) $3a(a-8)-3(a+2)(a-3)$; г) $(4b-c)(4b+c) + 2b(b-c)$.

1100. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(6+x)(6-x)=2x(1-\frac{x}{2})$; б) $(4-y)(4+y) = 3y(-\frac{y}{2} - 8)$;
в) $(3-z)^2 -(z^2 - 18) = 27$; г) $(4+t)^2 -t(t-4) = 3t + 7$.

1101. Решаи муодиларо ёбед:

а) $(2a^2-1)^2 - (2a^2+1)^2 = 8a^2$;

б) $3(4b + 5)^2 - 24b(2b + 5) - 75 = 0$.

1102. Иббот кунед, ки барои қимати дилхоҳи a фарқи $(3a+7)^2$ ва $(3a-7)^2$ ба 84 тақсим мешавад.

Ба параграфи 3

1103. Суммаи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $3^3 + 2^3$; б) $4^3 + 3^3$; в) $0,4^3 + 1,1^3$.

1104. Суммаи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $2^3 + a^3$; б) $3^3 + b^3$; в) $x^3 + 4^3$; г) $y^3 + 6^3$.

1105. Суммаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $(3p)^3 + 8$; б) $(5q)^3 + 216$; в) $(3n)^3 + (4m)^3$

1106. Ҳосили зарбро ба бисёраъзоги табдил диҳед:

а) $(x+1)(x^2-x+1)$; б) $(y+1)(y^2-y+1)$;

в) $(z+2)(z^2-2z+4)$.

1107*. Суммаи кубҳоро ба бисёраъзоги табдил диҳед:

а) $(2a+1)^3 + (a+1)^3$; б) $(-b+2)^3 + (2-b)^3$; в) $(3c-2d)^3 + (2d-3c)^3$.

1008. Фарқи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $1^3 - x^3$; б) $2^3 - p^3$; в) $q^3 - 64$.

1109. Фарқро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $a^9 - 1$; б) $b^{12} - 8$; в) $c^3 d^6 - 8$;

1110. Ифодаро содда намоед:

а) $(a^2 b^2 - 1)^3 + (1 - a^2 b^2)^3$; б) $(pq^3 - qp^3)^3$;

1111. Қимати ифодаро ёбед:

$(5a - 3b)^3 - (3a - b)^3$, агар $a = 2$ ва $b = 1$ бошад.

1112. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x-7)^2 + 3 = (x-2)(x+2)$; б) $(x+3)^2 - (x+3)(x-3) = 27$;

в) $(2x-3)^2 - (5-2x)^2 = 112$; г) $(5x-1)^2 - (1-x)^2 = 8x(3x-1)$.

1113. Фарқро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $1 - a^{12} b^6 c^9$; б) $1,25n^6 - 7,29m^9$;

в) $0,001p^6 q^9 - 1$ г) $-m^3 - 81k^6$.

1114. Иббот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи:

а) $(n+2)^2 - (n-2)^2$ ба 8; б) $(3n-2)^2 - (3n+5)^2$ ба 21;

в) $(2n+5)^3 - (2n-5)^3$ ба 5 тақсим мешавад.

1115. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $(x+1)^3 + x^3$; б) $(y-1)^3 - 27$; в) $(a-b)^3 + b^3$; г) $8z^3 + (z-a)^3$.

1116. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $27p^3 - (p-a)^3$; б) $125 + (m-5)^3$;

в) $64 - (4-n)^3$; г) $(1-x)^3 + (1+x)^3$.

1117*. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$; б) $2y^3 - y^2 - 18y + 9 = 0$;
в) $z^3 - 6z^2 = 6 - z$; г) $2u^3 + 3u^2 = 2u + 3$.

1118*. Бисёраъзогиरो ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $a^3 + b^3 + 2ab(a + b)$; б) $a^3 - b^3 - 5a(a^2 + ab + b^2)$;
в) $c^3 - 2c^2 + 2c - 1$. г) $x^3 + 3x(x + 1) - 3(x + 1) + 1$.

1119*. Бисёраъзогиरो ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $8b^3 + 6b^2 + 3b + 1$; б) $p^3 - 4p^2 + 20p - 125$;
в) $a^3 + b^3 + 3a^2 + 3ab + 2b^3$.

1120. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$;
б) $y^3 - 15y^2 + 75y - 125$; в) $z^6 + 3z^4 + 3z^2 + 1$

1121. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $(a + b)^3 - (a - b)^3$; б) $(p - q)^3 - (p + q)^3$;
в) $(2n - 1)^3 + (2n + 1)^3$.

1122. Исбот кунед, ки қиматҳои бисёраъзоги ғайриманфианд:

- а) $a^2 - 4ab + b^2 + a^2b^2 + 1$; б) $n^2 + m^2 + 2n + 2m + 10$;

1123. Ифодаҳоро табдил диҳед:

- а) $(a^2 - b^3)^3$; б) $(a^2 - a)^3$; в) $(2a^3 - b^2)^3$; г) $(2a^3 - b^4)^3$.

ҶАВОБҲО

950. а) b ; б) a . 953. а) $-4,5$; б) -4 ; в) $-0,2$; г) $-4/27$; д) -3 ; е) -4 . 967. а) 1 ; б) $1,5$; в) $0,8$. г) $-2/7$. 968. а) 0 ва 2 ; б) $1,25$; в) $6,25$. г) $0,75$. 974. а) $(n + 4)2$; б) $(x + 4)^2$; в) $(2c + d)^2$; г) $(y + 8x)^2$. 979. а), б) бале, в) не, ҳангоми $a = -1$ будан, ҷой надорад; г), д) бале; е) не, ҳангоми $a = 1/4$ будан, ҷой надорад. 981. а) 1 ; б) $0,5$; в) -2 ; г) -3 . 982. а) -1 ; б) $0,5$; в) 1 ; г) -5 . 983. а) $1,6752$; б) $81,6$; г) $10,5$. 984. а) $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{24}$. 986. а) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 = (a^2c^2 + b^2d^2 - 2abcd) + (b^2c^2 + a^2d^2 + 2abcd) = (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2$. 988. а) $bc(b - c) + ab(a - b) - ca(a - c) = b^2c - bc^2 - ca^2 + c^2a + a^2b - ab^2 = (b - a)(c^2 + cb + ca - ab)$; б) $bc(b + c) + ca(c - a) - ab(a + b) = (c - a)$

$(b^2 + ac + bc + ba)$. 998. а) $-9,6$; б) -2 ; в) 0 ; г) 1 . 999. а) 8 ; б) 6 ; в) $-1,5$; г) 7 ; д) $11,25$; е) $-0,5$. 1005. а) $+1$; б) -1 . 1016. $(2n+3)^2 - 5 = 4n^2 + 12n + 9 - 5 = 4(n^2 + 3n + 1)$. 1017. $(2n + 3)^2 - (2n - 3)^2 = 4n^2 + 12n + 9 - 4n^2 + 12n - 9 = 24n$. 1018. Дар 18 рӯз. 1023. а) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$; б) $(3 + b)(9 - 3b + b^2)$; в) $-(2k + 1)(4k^2 - 2k + 1)$. 1024. б) $(a + b^2)(a^2 - ab^2 + b^4)$; в) $(c + 2d)(c^2 - 2cd + 4d^2)$. 1027. а) $8a^3 + b^3$; б) $n^3 + 27m^3$. 1034. 20 м^2 ; 160 м^3 . 1040. а) ҳалли бешумор дорад; б) ҳалли нули дорад. 1041. Барои n -ҳои ҷуфт. 1069. а) $z = 6$; б) $t = 1$. 1084. а) 12 ; б) -10 ; в) -7 ; г) 4 . 1085. ҳал надорад. 1088. а) 1 ; б) 1 . 1100. а) 18 ; б) $-2/3$; в) 0 ; г) -1 . 1101. а) 0 ; б) ҳалли бешумор дорад. 1102. $(3a + 7)^2 - (3a - 7)^2 = 9a^2 + 42a + 49 - 9a^2 + 42a - 49 = 84a$. 1112. а) 4 ; б) $\frac{2}{3}$; в) 16 ; г) ҳалли бешумор дорад. 1117. а) -3 ; -2 ; 2 , б) -3 ; $\frac{1}{2}$; 3 , в) 6 ; г) $-1,5$; -1 ; 1 .

БОБИ VI

СИСТЕМАИ МУОДИЛАҶОИ ХАТТИ

§ 1. МУОДИЛАҶОИ ДУНОМАЉУМА. СИСТЕМАИ МУОДИЛАҶОИ ДУНОМАЉУМА

44. Муодилаҳои дуномаълума

Мо аллакай муодилаи хаттии якномаълума $ax + b = 0$ -ро, ки ҳангоми $a \neq 0$ будан (ҳалли ягонаи он бо формулаи $x = -\frac{b}{a}$ ифода мешавад), медонем. Акнун муодилаҳоро меомӯзем, ки дорои ду номаълум (тағйирёбанда) мебошанд.

Мисоли 1. $\triangleleft$ Бигузур як адад аз дигараш 7 воҳид зиёд бошад. Вобастагии байни ин ададҳоро меёбем:

Мувофиқи шарт вобастагии $x - y = 7$ -ро ҳосил мекунем, ки он ду тағйирёбанда дорад. Ин гуна баробари *муодилаи дуномаълума* ё *муодилаи дорои ду тағйирёбанда* ме-номанд. $\triangleright$

Муодилаҳои зерин низ мисоли муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда мебошанд: $3x + 4y = 8$; $-4x + y = 5$; $x^2 + y^2 = 16$; $xy = 2$; $4x - 2y = 5$. Аз ин муодилаҳо дутои аввала ва охиринашон намуди $ax + by = c$ -ро доранд, ки дар он a , b ва c ададҳоянд.

Ин намуд муодилаҳоро *муодилаҳои хаттии дуномаълума ё муодилаҳои дуномаълумаи дараҷаи якум меноманд.*

Таърифи 1. *Муодилаи намуди $ax + by = c$, ки дар он x ва y –номаълумҳо, a , b ва c ададҳоанд, муодилаи хаттии дуномаълума номида мешавад.*

Муодилаи $x - y = 7$, ҳангоми $x = 10$ ва $y = 3$ будан ба баробарии дурусти $10 - 3 = 7$ мубаддал мегардад. Дар ин маврид мегуянд, ки ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳо $x = 10$ ва $y = 3$ ҳалли муодила мебошад.

Таърифи 2. *Ҳалли муодилаи дуномаълума гуфта ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳоро меноманд, ки онҳо ин муодиларо ба баробарии дуруст мубаддал мегардонанд.*

Бо осони санҷидан мумкин аст, ки ҷуфти ададҳо: $x = 105$, $y = 98$; $x = 3$, $y = -4$; $x = 5,5$, $y = -1,5$ низ ҳалли муодилаи $x - y = 7$ мебошанд. Баъзан, ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳоро мухтасар менависанд. Масалан, ҷуфтҳои дар боло овардашударо ин тавр навиштан мумкин аст: $(105; 98)$, $(3; -4)$, $(5,5; -1,5)$.

Ҳангоми истифодаи чунин навишт доништан зарур аст, ки қимати кадоме аз тағйирёбандаҳо дар ҷои аввал меистад.

Қабул шудааст, ки ҳангоми навишти ҳалли муодила бо тағйирёбандаҳои x ва y дар ҷои аввал қимати x ва дар ҷои дуюм қимати y навишта мешавад. Масалан, ҷуфти $(105; 98)$ ҳалли муодилаи $x - y = 7$ буда, ҷуфти $(98; 105)$ ҳалли он нест, чунки он ба қиматҳои $x = 98$, $y = 105$ рост омада, барояшон фарқи $x - y = 98 - 105 = -7$ аст.

Таърифи 3. *Ду муодилаи дуномаълума баробарқувва номида мешаванд, агар онҳо ҳалҳои баробар (якхела) дошта бошанд.*

Масалан, муодилаҳои $2x - y = 1$ ва $4x - 2y = 2$ баробарқувваанд.

Муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда ба ҳамон хосиятҳое дороанд, ки онҳоро муодилаҳои яктағйирёбандадор доштанд (ниг. ба п. 8):

Мисоли 2. Муодилаи $2x + 5y = 10$ –ро муоина мекунем.

◁ Аз хосияти муодилаҳо истифода бурда, аз ин муодила яке аз тағйирёбандаҳоро бо воситаи дигараш, масалан, y –ро бо воситаи x ифода мекунем. Барои ин ҷамъшавандаи $2x$ –ро бо аломати муқобилаш ба тарафи рости

муодила мегузаронем: $5y = -2x + 10$. Ҳар ду тарафи муодиларо ба 5 тақсим мекунем:

$$y = -0,4x + 2.$$

Муодилаи ҳосилшуда бо муодилаи додашуда баробарқувва мебошад. Аз формулаи $y = -0,4x + 2$ истифода бурда, метавонем шумораи ҳар чӣ бештари ҳалҳои муодилаи додашударо ёбем. Барои ин кифоя аст, ки ба тағйирёбандаи x қимати ихтиёри дода, қимати ба он мувофиқи y -ро аз руи формулаи $y = -0,4x + 2$ ёбем. Масалан, агар $x = 5$ бошад, он гоҳ $y = -0,4 \cdot 5 + 2 = 0$ аст.

Чуфти ададҳо $(5 ; 0)$, $(0,6 ; 1,76)$ ҳалҳои муодилаи додашудаанд. Аз мулоҳизаҳои боло бармеояд, ки ҳалҳои муодилаи додашуда бешуморанд. ▢

Эзоҳ: Муодилаи $ax + by = c$ шакли нормалии муодилаи хаттии дутағйирёбандадор ном дорад. Хосиятҳои 1° ва 2° -и муодилаҳо имкон медиҳанд, ки ҳар гуна муодилаи хаттии дутағйирёбандадор ба шакли нормалӣ оварда шавад. Масалан, шакли нормалии муодилаҳои $5x - 2y + 3 = 2x + y - 1$;
 $y = 4x + 3$; мувофиқан муодилаҳои зерин ҳастанд:

$$3x - 3y = -4 \quad (a = 3; b = -3; c = -4); \quad y - 4x = 3 \quad (a = -4, b = 1, c = 3).$$

Нишон додан мумкин аст, ки муодилаи $ax + by = c$, ҳангоми $a \neq b$ нобаробари нул будан, ҳалли бешумор дорад. Ҳангоми $a = b = 0$ ва $c \neq 0$ будан ҳал надорад.

Агар $a = b = c = 0$ бошад, муодила ба айният мубаддал мегардад, ки он барои ҳамаи x ва y дуруст аст.

Саволҳо барои пурсиш

1. Намуди умумии муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда чӣ гуна аст? 2. Чӣ гуна ҳамаи ҳалҳои ин муодила мебошад? 3. Ду муодилаи хаттии ду тағйирёбандадор дар кадом маврид баробарқувва номида мешавад? 4. Хосиятҳои муодилаҳои бо ҳам баробарқувваро номбар кунед. 5. Дар кадом маврид муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда ҳалли бешумор дорад? Ҷавобро бо овардани мисолҳои мушаххас асоснок намоед. 6. Оё чунин муодила ҳал надошта метавонад? Бо мисол фаҳмонед.

1124. Оё муодилаи зерини дорои ду тағйирёбанда хаттӣ аст:

а) $4x - 3y = 14$; б) $x^2 - y^2 = 3$; в) $17x + 9y = 0$; г) $xy + 3y = 1$?

1125. Оё муодила хаттӣ аст:

а) $xy = 7$; б) $x + 5y = 4$; в) $8x - 9y = 1$; г) $x^2 + 3y = 2$?

1126. Оё чуфти ададҳои $x = 2\frac{4}{9}$ ва $y = 1\frac{1}{9}$ ҳалли муодилаи $2x + y = 6$ аст? Боз ду ҳалли дигари ин муодиларо ёбед.

1127. Чуфти қиматҳои тағйирёбандаҳои x ва y дар ҷадвал дода шудааст:

x	-5	-4	-3	-1	0	4	5
y	0	3	4	-3	-5	-3	0

Кадоми онҳо ҳалли муодилаи:

а) $2x + y = 5$; б) $x + 3y = -5$ мебошад?

1128. Кадоме аз чуфтҳои: (2; 2), (0; 6), (6; 0), (1; 4), (2; 3) ҳалли муодилаи $2x + y = 6$ мебошад?

1129. Кадоме аз чуфтҳои а) (1; 1), б) (3; 1), в) (0; 3,5), г) (2; -1,5), д) (1,5; 3) ҳалли муодилаи $5x + 2y = 7$ мебошад?

1130. Ягон муодилаи хаттии дуномаълумаро нависед, ки барояш чуфти: а) $x = 3$, $y = 2,5$; б) $x = -2$, $y = 1$ ҳал бошад.

1131. Аз муодилаи $2x - 3y = 8$: а) x -ро бо воситаи y ; б) y -ро бо воситаи x ифода намоед.

1132. Аз муодилаҳои $3u + v = 6$, $7s + 2t = 1$ тағйирёбандаҳои u -ро бо воситаи v ва t -ро бо воситаи s ифода намоед.

1133. Аз муодилаи додашуда тағйирёбандаи y -ро бо воситаи тағйирёбандаи x ифода намоед. Формулаи ҳосилшударо истифода бурда, ду ҳалли дилхоҳи ин муодиларо ёбед:

а) $x + y = 5$; б) $4x - 3y = 7$; в) $3x + 2y = 9$; г) $4y - 3x = 1$.

1134. Тағйирёбандаи x -ро аз муодилаи $x - 3y = 5$ бо воситаи тағйирёбандаи y ифода намуда ду ҳалли онро ёбед.

1135. Тағйирёбандаи y -ро аз муодилаи $6x - 2y = 9$ бо воситаи тағйирёбандаи x ифода намуда, ду ҳалли онро ёбед.

1136. Дар байни ҳалҳои муодилаи $x + 3y = 12$ чунин чуфтеро ёбед, ки он аз ададҳои баробар иборат бошад.

1137. Нишон диҳед, ки муодилаҳо баробарқувваанд:

а) $8y - 6x = 4$ ва $4y - 3x = 2$; б) $-15x + 5y = -20$ ва $3x - y = 4$.

1138. Маълум, ки чуфти $x = 4$, $y = 2$ ҳалли муодилаи $ax + 2y = 10$ мебошад. Қимати коэффитсиенти a -ро ёбед.

Машқҳо барои такрор

1139. Муодиларо ҳал намоед:

а) $(x + 1)(x + 4) = (x - 2)(x - 3)$; б) $5(3 - x) - 2 = 3(4 - x) + 2(x + 1) + 3$.

1140. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед: а) $a^3 - 1$; б) $1 - a + a^2 - a^3$.

1141. Қимати функсияи хаттии $f(x) = \frac{4-2x}{3}$ -ро дар нуқтаҳои абсиссаҳояшон ба 0, -1, -5, 3 ва 2 баробар ҳисоб кунед.

1142. Формулаҳои зерин хато навишта шудаанд. Онҳоро дуруст нависед:

а) $(b-a)(a-b) = a^2 - b^2$; б) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$.

45. Графики муодилаи хаттии дуномаълума

Чуфти адалдҳое, ки ҳалли муодилаи дорои тағйирёбандаҳои x ва y мебошад, дар ҳамвории координатавӣ нуқтаҳо тасвир менамояд. Абсиссаи ин нуқта ҳамин x буда, ординатааш y мебошад. Ҳамаи чунин нуқтаҳо графики муодиларо ташкил медиҳанд.

Таъриф. *Графики муодилаи хаттии дуномаълума гуфта маҷмуи ҳамаи нуқтаҳои ҳамвории координатавино меноманд, ки координатаҳояшон ҳалли ҳамаин муодила мебошанд.*

Саволе ба миён меояд, ки графики муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда чи гуна хат аст? Барои ба ин савол ҷавоб гардонидан муодилаи $ax + by = c$ -ро муоина мекунем.

1°. Фарз мекунем, ки $a \neq 0$ ва $b = 0$ аст. Барои дарк кардани ҳолати умумӣ ба мисоли мушаххас муроҷиат менамоем:

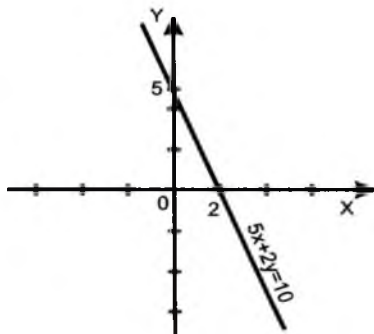
Мисоли 1. Графики муодилаи $5x + 2y = 10$ -ро месозем.

Тағйирёбандаи y -ро бо воситаи тағйирёбандаи x ифода месозем: $y = -2,5x + 5$. Графики ин вобастагӣ дар расми 35 тасвир ёфтааст. Азбаски муодилаҳои $5x + 2y = 10$ ва $y = -2,5x + 5$, баробарқувваанд, пас маҳз ҳамаин хати рост графики муодилаи $5x + 2y = 10$ мебошад. Акнун, барои дарк намудани графики муодилаи додашуда аз хосиятҳои 1° ва 2°-и п. 8 истифода мебарем. Чамъшавандаи ax -ро аз тарафи чап ба тарафи ростии баробарӣ гузаронида, муодилаи ҳосилшударо ба $b \neq 0$ тақсим мекунем.

Дар натиҷа баробарии $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ -ро ҳосил мекунем.

Формулаи охирин вобастагии хаттиро мемонад. Тавре медонем (ниг. ба п. 17) графики вобастагии хаттӣ хати рост аст. Бинобар ҳамаин, графики муодилаи додашуда низ хати рост мебошад. Дар ҳамаон ҷо боз қайд шудааст, ки барои сохтани хати рост кифоя аст, ки нуқтаҳои буриши онро бо тирҳои координатавӣ муайян намоем.

Дар муодилаи додашуда, мувофиқан, қиматҳои $x=0$, баъд $y=0$ гузошта мебинем, ки ҷуфтҳои $(0; \frac{c}{b})$ ва $(\frac{c}{a}; 0)$ ҳалҳои он мебошанд. Аз болои ду нуқтаи мазкур хати рост гузаронида, графיקи матлубро ҳосил мекунем.



Расми 35.

Мисоли 2. Графики муодилаи $2x - y = -2$ -ро месозем.

◁ Дар ин ҷо $a = 2$, $b = -1$ аст.

Азбаски ин қиматҳо ғайринулианд, пас графיקи муодила хати рост мебошад.

Координатаҳои нуқтаҳои буриши ин хати ростро бо тирҳои координатави маълум

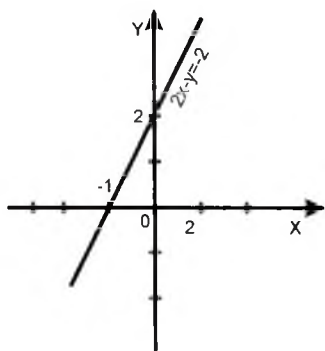
менамоем: агар $x=0$ бошад, пас $y=2$, агар $y=0$ бошад, он гоҳ $x=-1$ мешавад. Нуқтаҳои $(0; 2)$ ва $(-1; 0)$ -ро қайд намуда, аз болояшон хати рост мегузаронем (расми 36). Ин хати рост графיקи муодилаи $2x - y = -2$ мебошад.

2°. Бигузур $a = 0$ ва $b \neq 0$ бошад. Муодилаи $ax + by = c$ намуди $0 \cdot x + by = c$ -ро дорад. Аз ин ҷо меёбем, ки $by = c$ ё

$y = \frac{c}{b}$ аст. Ҷуфти ададҳо $(x; \frac{c}{b})$, ки дар ин ҷо x адади дилхоҳ аст, ҳалли ин муодила мебошад. Пас дар ин ҳолат графיקи муодила хати ростест, ки бо тири OX параллел буда, тири OY -ро дар нуқтаи $(0; \frac{c}{b})$ мебурад. Ҳангоми $c = 0$ будан график бо тири OX ҳамчоя мешавад: $y = 0$ муодилаи тири OX аст (расми 37). Дар ин расм графיקи муодилаҳои $y=5$ ва $y=-2$ оварда шудааст.

3°. Бигузур, акнун $a \neq 0$ ва $b = 0$ аст. Муодилаи додашуда $ax + by = c$ намуди $ax + 0 \cdot y = c$ ё $ax = c$ -ро мегирад. Аз ин ҷо меёбем, ки $x = \frac{c}{a}$ аст. Ҷуфти ададҳо $(\frac{c}{a}; y)$, ки дар ин ҷо y адади дилхоҳ аст, ҳалли ин муодила мешавад. Масалан, барои муодилаи $2x + 0 \cdot y = 8$ ҷуфтҳои $(4; 2)$, $(4; 0)$, $(4; -1)$ ва ҳоказо ҳал мебошанд.

Пас дар мавриди $b = 0$ будан графיקи муодила аз ҳамаи ҳамон нуқтаҳои иборат аст, ки абсиссаҳои он ба $\frac{c}{a}$ баробар

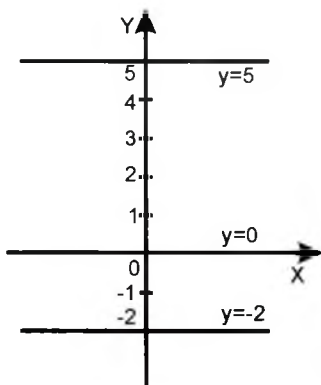


Расми 36.

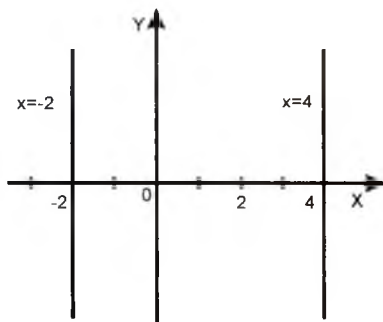
буда, ординатаҳо яшон адади дилхоҳ аст. Ин нуқтаҳо хати ростеро ташкил медиҳанд, ки аз нуқтаи $(\frac{c}{a}; 0)$ гузашта бо тири OY параллел аст. Ҳангоми $c=0$ будан, график бо тири OY ҳамчоя мешавад: $x=0$ муодилаи тири OY аст. Дар расми 38 графики муодилаҳои $x=4$ ($2x+0 \cdot y=8$) ва $x=-2$ оварда шудааст.

Хулоса. *Графики муодилаи хаттии $ax + by = c$, ки дар он ақаллан яке аз коэффитсиентҳои назди тағйирёбандаҳо нул нест, хати рост аст.*

Эзоҳ: Мафҳуми графики муодила аз мафҳуми графики функция (ниг. ба п. 15) фарқ мекунад. Масалан, графики муодилаи $x=4$ (расми 38) графики ягон функция шуда наметавонад.



Расми 37.



Расми 38.

Акнун ҳолатеро меомӯзем, ки ҳар ду коэффитсиенти назди тағйирёбандаҳо a ва b ба нул баробаранд. Агар $a = b = c = 0$ бошад, ҳар гуна ҷуфти $(x; y)$ ҳалли муодилаи $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0$ аст. Аз ин рӯ, тамоми ҳамвории координатавӣ графики муодила мебошад. Ҳангоми $c \neq 0$ будан муодилаи $0 \cdot x + 0 \cdot y = c$ ҳал надорад. Графики он ягон нуқтаро дар бар намегирад.

Саволҳо барои пурсиш

1. Графики муодила гуфта чиро мефаҳманд? 2. Графики муодилаи $ax + by = c$ ҳангоми нул набудани ақаллан яке аз коэффитсиентҳои

чи гуна хат аст? 3. Дар кадом ҳолат графики муодилаи хаттии ду тағйирёбандадор бо тирҳои координатави параллел аст? 4. Оё графики функсия ва графики муодила як маъно доранд?

1143. а) Оё нуқтаҳои $A(1; 4)$, $B(3; 1)$, $C(-7,5; -6)$, $D(3; 0)$ ба графики муодилаи $4x + 3y = 12$ тааллуқ доранд?

б) Кадоме аз нуқтаҳои $A(6; 1)$, $B(-6; -4)$, $C(0; -2)$, $D(-2; 5)$ дар графики муодилаи $x - 2y = 4$ ҷойгир аст?

1144. Нишон диҳед, ки нуқтаи $A(1; 1)$ дар графики муодилаҳои $3x + y = 4$ ва $-2x + 3y = 1$ ҷойгир аст.

1145. Графики муодиларо созед: а) $x - 3y = 6$; б) $1,5x + y = 3$.

1146. Графики муодиларо созед:

а) $x + y = 2$; б) $y - 2x = 0$; в) $1,4x = 4,2$; г) $0,5y = 3$.

1147. Графики муодиларо созед:

а) $x - 2y - 1 = 0$; б) $2x = y + 4$;

в) $3(x - y) + 2y = 6$; г) $(x + y) - (x - y) = 2$.

1148. Дар хати росте, ки графики муодилаи $13x - 40y = 66$ ро ифода менамояд, нуқтае гирифта шудааст, ки абсиссааш 2 аст. Ординатаи ин нуқтаро ёбед.

1149. Ординатаи нуқтаи графики муодилаи $3x + 7y = 17$ ба 2 баробар аст. Абсиссаи ин нуқтаро ёбед.

1150. Графики муодиларо насохта муайян намоед, ки он дар кадом қоряқҳо ҷойгир аст:

а) $2x - y = 1$; б) $-x + 2y = 2$; в) $1,5y = 180$; г) $0,3x = 147$.

Машқҳо барои такрор

1151. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x+3}{6} - 1 + \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}(3-x) - \frac{x-1}{3}$; б) $\frac{x+3}{7} - \frac{1}{14} = \frac{2-x}{2} - \frac{5-x}{5}$.

1152. Аз таносуб x -ро ёбед:

а) $\frac{6}{7} = \frac{2x-1}{x}$; б) $\frac{x}{8-x} = \frac{3}{7}$.

1153. Қимати ифодаро ёбед:

а) $a(a - 4) - (a + 4)^2$, агар $a = -\frac{5}{4}$ бошад;

б) $(2a - 5)^2 - 4(a - 1)(3 + a)$, агар $a = \frac{1}{12}$ бошад.

46. Системаи муодилаҳои хаттии дуномаълума

Масъала. Ҳосили ҷамъи ду адад ба 10, вале фарқашон ба 4 баробар аст. Ин ададҳоро меёбем.

◁ Адади якумро бо x , адади дуюмро бо y ишорат мекунем. Мувофиқи шарт масъала муодилаҳои $x + y = 10$ ва $x - y = 4$ -ро ҳосил мекунем.

Муодилаҳоеро ҳосил намудаем, ки ҳар кадоми онҳо дорои ду тағйирёбанда аст. Ҳалли масъала ёфтани чунин қиматҳои тағйирёбандаҳои x ва y -ро тақозо дорад, ки онҳо ҳар яке аз муодилаҳои $x + y = 10$ ва $x - y = 4$ -ро ба баробарии дуруст табдил медиҳанд. Яъне, ёфтани ҳалли умумии ин муодилаҳо талаб карда мешавад. ▷

Агар ҳалли умумии ду ё якчанд муодила ҷуста шавад, он гоҳ мегӯянд, ки ин муодилаҳо система ро ташкил медиҳанд.

Қабул шудааст, ки системаи муодилаҳо ро бо ёрии қавси фигуравӣ нависанд. Системаеро, ки мо барои ҳалли масъала

тартиб додем, ин тавр навиштан мумкин аст:
$$\begin{cases} x + y = 10, \\ x - y = 4. \end{cases}$$

Ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳо $x = 7$, $y = 3$ ҳалли ҳар як муодилаи система аст, чунки ҳар ду баробарии $7 + 3 = 10$ ва $7 - 3 = 4$ дурустанд. Чунин ҷуфти қиматҳо ро ҳалли система меноманд.

Таъриф. *Ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳо ҳалли системаи муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда номида мешавад, агар он ҳар як муодилаи система ро ба баробарии дуруст табдил диҳад.*

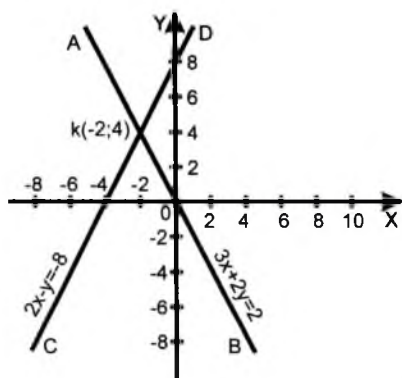
Ҳал намудани системаи муодилаҳо ин ёфтани ҳамаи ҳалҳо ё исбот намудани набудани ҳалли он мебошад.

Барои ҳал намудани системаи муодилаҳои хаттии дорои ду тағйирёбанда графики муодилаҳо ро истифода бурдан муфид аст.

Мисоли 1. Системаи муодилаҳо ро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 2x - y = 8. \end{cases}$$

Дар ҳамвории координатавӣ графики муодилаҳои



Расми 39.

системаро тартиб медиҳем (расми 39). Координатаҳои ҳар як нуқтаи хати рости AB ҳалли муодилаи $3x+2y=2$, мувофиқан координатаҳои ҳар як нуқтаи хати рости CD ҳалли муодилаи $2x-y=8$ мебошанд. Координатаҳои нуқтаи буриши ин хатҳо ҳам ҳалли муодилаи якуму ҳам ҳалли муодилаи дуюм ҳастанд, яъне ҳалли системаи ин муодилаҳо мебошанд. Графикҳо дар нуқтаи $K(-2; 4)$ ҳамдигарро

мебуранд, пас система ҳалли ягонаи $x = -2$, $y = 4$ -ро дорад.

Чунин тарзи ёфтани ҳалли системаи муодилаҳо *тарзи графикӣ* ном дорад. Зоҳиран фаҳмост, ки тарзи номбурда чун қоида имконияти тақрибӣ ёфтани ҳалро медиҳад.

Системаи муодилаҳои хаттиро, ки дорои ду тағйирёбанда мебошад ақаллан яке аз коэффитсиентҳои назди тағйирёбандаҳо гайринули аст, муоина намуда муайян мекунем, ки оё чунин система ҳал дорад ва агар ҳал дошта бошад чандто?

Графики муодилаҳои система хатҳои ростанд. Агар ин хатҳо ҳамдигарро буранд, он гоҳ система ҳалли ягона дорад; агар хатҳо параллел бошанд, система ҳал надорад; агар хатҳо ҳамчоя шаванд, он гоҳ система ҳалли бешумор дорад. Ҳар се мавриди ҷойгиршавии байниҳамдигарии хатҳои ростро, ҳангоми баёни мавзӯи «Графики вобастагии хаттӣ» (пп. 17–18) бо ёрии мафҳуми коэффитсиенти кунҷии хати рост омӯхта будем.

Мисоли 2. Муайян менамоем, ки системаи муодилаҳо чандто ҳал дорад:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 10, \\ 4x - y = 17. \end{cases}$$

Вазъи байниҳамдигарии ҷойгиршавии графикҳои муодилаҳои системаро меомӯзем. Аз ҳар як муодила y -ро бо воситаи x ифода намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} y = 2,5x - 5, \\ y = -4x + 17. \end{cases}$$

Функсияҳои $y = 2,5x - 5$ ва $y = -4x + 17$ функсияҳои хаттианд. Коэффитсиентҳои кунҷии хатҳои росте, ки графики ин функсияҳоанд, мувофиқан ба 2,5 ва -4 баробаранд, яъне онҳо гуногунанд. Пас ин хатҳо ҳамдигарро мебуранд ва системаи мазкур ҳалли ягона дорад. ▢

Мисоли 3. Шумораи ҳалҳои системаи муайян менамоем:

$$\begin{cases} 4x + 7y = 1, \\ 8x + 14y = 3. \end{cases}$$

◁ Аз ҳар як муодилаи система тағйирёбандаи y -ро бо воситаи тағйирёбандаи x ифода намуда, системаи зеринро ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} y = -\frac{4}{7}x + \frac{1}{7}, \\ y = -\frac{4}{7}x + \frac{3}{14}. \end{cases}$$

Хатҳои росте, ки графики функсияҳои хаттии $y = -\frac{4}{7}x + \frac{1}{7}$ ва $y = -\frac{4}{7}x + \frac{3}{14}$ мебошанд, бо ҳам параллеланд, зеро коэффитсиентҳои кунҷии онҳо ба як адади $-\frac{4}{7}$ баробаранд. Нуқтаи буриши онҳо бо тири OY гуногун аст (ординатаҳои онҳо мувофиқан $\frac{1}{7}$ ва $\frac{3}{14}$ мебошанд). Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки системаи муодилаҳои мазкур ҳал надорад. ▢

Мисоли 4. Шумораи ҳалҳои системаи муодилаҳоро муайян менамоем:

$$\begin{cases} x + y = -12, \\ 4x + 4y = -48. \end{cases}$$

◁ Возеҳ аст, ки графики муодилаҳо айнакҷояанд. Ин маънои онро дорад, ки ҳар гуна ҷуфти ададҳо $(x; y)$, ки дар ин ҷо x адади дилхоҳ ва $y = -12 - x$ мебошад, ҳалли система мешавад. Ҳамин тавр, система ҳалли бешумор дорад. ▢

Саволҳо барои пурсиш

1. Дар кадом ҳолат ду ё якчанд муодилаи системаи муодилаҳо ташкил медиҳад?
2. Ҳалли системаи муодилаҳои дутағйирёбандадор гуфта чиро мефаҳманд?
3. Ҳал кардани система чӣ маънӣ дорад?
4. Моҳияти тарзи графикӣ ҳал кардани системаи муодилаҳо фаҳмонед.
5. Системаи ду муодилаи хаттии дуномаълума чандто ҳал дошта метавонад? Ҳамаи ҳолатҳоро бо мисол шарҳ диҳед.

1154. Магар чуфти ададҳо: а) $x=2, y=-1$; б) $x=1, y=5$
 ҳалли системаи муодилаҳои $\begin{cases} 6x+y=11, \\ x-2y=4 \end{cases}$ мебошад?

1155. Оё чуфти ададҳои $u=4, v=-3$ ҳалли системаи муодилаҳои

а) $\begin{cases} u+3v=-5, \\ 7u-2v=33 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2u+v=5, \\ u+v=-1 \end{cases}$ мебошад?

1156. Кадоме аз ҷуфтҳои $(-3; 4), (-2; -6), (-4; 3)$ ҳалли системаи муодилаҳои

а) $\begin{cases} x=y-7, \\ 3x+4y=0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x-y=0, \\ 5x-y=-4 \end{cases}$ мебошад?

1157. Ягон системаи муодилаҳои хаттии дуномаълума тартиб диҳед, ки барояш чуфти: а) $x=2, y=-3$; б) $x=2, y=0$ ҳал бошад.

1158. Системаи муодилаҳои хаттиро бо тарзи графיקи ҳал кунед.

а) $\begin{cases} x+y=4, \\ x-y=2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x-y=10, \\ x-y=-6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x+4y=6, \\ x+2=0. \end{cases}$

1159. Системаи муодилаҳоро бо тарзи графיקи ҳал кунед:

а) $\begin{cases} 3x-2y=12, \\ 2x+3y=8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x-y=0, \\ 2x+3y=-5. \end{cases}$

1160. Муайян кунед, ки оё система ҳал дорад, агар дошта бошад чандто:

а) $\begin{cases} -x+2y=8, \\ x+4y=10; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2y-x=1, \\ 3y+x=-6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x=11-3y, \\ 6y=22-4x? \end{cases}$

1161. Оё система ҳал дорад? Чандто:

а) $\begin{cases} x=6y-1, \\ 2x-10y=2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x-7y=5, \\ x-y-7=0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 10x-4y=5, \\ 8y-20x=-10? \end{cases}$

1162. Сето ҳалли гуногуни системаи муодилаҳоро нишон диҳед:

а) $\begin{cases} x-2y=5, \\ 3x-6y=15; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2,5y+x=-0,5, \\ 2x+5y=-1. \end{cases}$

Машқҳо барои такрор

1163. Дар шакли бисёраъзоги нависед:

а) $(2m^2 - m + 7)(2m - 6) + 12$; б) $12m^3 - (3m - 2)(4m^2 - m + 1)$.

1164. Аз баробарии y -ро бо воситаи x , баъд x -ро бо воситаи y ифода намоед:

а) $\frac{1}{2}(8x - 4y) - 5 = 6(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y)$; б) $\frac{5x + 4y}{2} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}x - (y - 2x)$.

1165. Магар муодилаҳои зерин баробарқувваанд:

а) $(x - 1)(x - 2) = x - 2$ ва $x - 1 = 1$;

б) $x^2 - 9 = x + 3$ ва $x - 3 = 1$?

1166. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $(x - 1)^3 - 1$; б) $(2a + b)^2 - 4a^2$; в) $(7p + q)^3 - (q - 7p)^3$.

47. Системаҳои баробарқувва

Дар п. 44 мафҳуми баробарқуввагии ду муодилаи дуномаълумаро ҳамчун муодилаҳои ҳалҳои баробар дошта дохил намудем. Инчунин қайд намудем, ки барои чунин муодилаҳо хосиятҳои 1° ва 2° ҷой доранд. Ин мафҳум барои системаи муодилаҳо низ айнан дохил карда мешавад.

Таъриф. *Ду системаи муодилаҳо баробарқувва номида мешавад, агар ҳамаи ҳалҳои яке аз онҳо ҳалҳои системаи дигар бошанд ва баръакс.*

Системаҳои, ки ҳал надоранд низ байни ҳам баробарқувва ҳисобида мешаванд.

Масалан, системаи муодилаҳои

$$\begin{cases} x + 2y = 4, \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ва} \quad \begin{cases} 3x + 4y = 10, \\ -2x + 7y = 3 \end{cases}$$

баробарқувваанд, зеро ҷуфти $x = 2, y = 1$ ҳалли ҳар ду система буда, онҳо ҳалли дигар надоранд.

Аммо системаҳои $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$ ва $\begin{cases} x + 4y = -5, \\ 2x - 8y = -10 \end{cases}$

баробарқувва нестанд, гарчанде ҷуфти ададҳои $(3; 2)$ ҳалли ҳар кадоми ин системаҳо мебошад. Вале, масалан, ҷуфти $(11; 4)$ ҳалли системаи дуюм буда (он ҳалли бешумор дорад!), ҳалли системаи якум нест.

Чун дар мавриди ҳалли муодилаҳои яктағйирёбандадор, хангоми ҳалли системаи муодилаҳо лозим меояд, ки системаи додашуда ба системае, ки ёфтани ҳаллаш нисбатан осонтар

аст, иваз карда шавад. Ин ивазкуниро ба системаи дуҷум, сеҷум ва ҳоказо то системаи содатарини намуни $\begin{cases} x = A \\ y = B \end{cases}$, ки қимати номаълумҳоро бевосита нишон медиҳад, идома додан лозим меояд.

Саволе ба миён меояд, ки оё ҳамаи системаҳое, ки системаи додашуда бо онҳо иваз карда мешавад, бо системаи аввала баробарқувваанд? Охир танҳо дар ҳамин ҳолат тасдиқ карда метавонем, ки ҳалли ҳосилшуда ҳалли системаи додашуда мебошад ва ҳалҳои бегонаро пайдо намекунем.

Баъзе табдилдиҳиҳоро, ки баъди иҷрояшон баробарқуввагии системаи муодилаҳо нигоҳ дошта мешавад, меорем:

1. *Муодилаи дилхоҳи системаро ба муодилаи бо он баробарқувва иваз намудан мумкин аст.*

Масалан, системаҳои $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 3x + 2y = 19 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 4x - 6y = 8, \\ 9x + 6y = 57 \end{cases}$ баробарқувваанд, зеро муодилаҳои якуму дуҷуми системаи якум бо муодилаҳои бо онҳо баробарқувва иваз карда шудаанд (п. 44, ҳосияти 1°).

2. *Муодилаи дилхоҳи системаро ба сумма ё фарқи муодилаҳои додашуда иваз намуда, муодилаи дигари онро бетағйир гузоштан мумкин аст.*

Масалан, системаҳои $\begin{cases} 4x - 6y = 8, \\ 9x + 6y = 57 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 13x = 65, \\ 4x - 6y = 8 \end{cases}$ баробарқувваанд, зеро муодилаи якуми системаи дуҷум ба суммаи муодилаҳои системаи якум баробар буда, муодилаи дуҷуми системаи дуҷум муодилаи якуми системаи якум аст.

3. *Аз як муодилаи система яке аз тағйирёбандаҳоро бо воситаи дигараш ифода намуда, ифодаи ҳосилшударо дар муодилаи дигар гузоштан мумкин аст. Муодилаи ҳосилшуда бо муодилаи аввала системаеро ташкил медиҳад, ки он бо системаи додашуда баробарқувва мебошад.*

Масалан, системаҳои $\begin{cases} 2x + 3y = 23, \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 2(2y + 1) + 3y = 23, \\ x = 2y + 1 \end{cases}$

баробарқувваанд (дар муодилаи якуми системаи дуҷум x бо ифодае, ки аз муодилаи дуҷуми системаи якум ёфта мешавад, иваз карда шудааст).

Саволҳо барои пурсиш

1. Чи гуна системаи муодилаҳоро баробарқувва меноманд? 2. Табдилдиҳиҷроеро номбар кунед, ки баробарқуввагии ду системаро нигоҳ медоранд.

1167. Магар системаҳои зерин баробарқувваанд:

а) $\begin{cases} x+y=4, \\ x-y=2 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 4x+y=13, \\ -3x+5y=-4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 6x-2y=16, \\ 9x-3y=24 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 3x-y=8, \\ x+y=2? \end{cases}$

1168. Нишон диҳед, ки системаҳо баробарқувваанд:

а) $\begin{cases} 5x-7y=9, \\ 2x+9y=18 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 5x-7\cdot\frac{18-2x}{9}=9, \\ 9y=18-2x; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x+8y=2, \\ -5x+y=11 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 4x+3y=-5, \\ 2x+5y=1. \end{cases}$

Машқҳо барои такрор

1169. Барои кадом қимати тағйирёбанда суммаи

$\frac{2-y}{5}$ ва $\frac{3y+2}{7}$ ба нул баробар аст?

1170. Периметри секунҷа ба 669 см баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед, агар яке аз онҳо аз дигараш 23 см кӯтоҳ буда, аз тарафи сеюм 41 см дароз бошад.

1171. Решаи муодиларо ёбед:

а) $(2y+1)^2 - 4y^2 = 5$; б) $x + (5x+2)^2 = 25(1+x^2)$.

§ 2. ҲАЛЛИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ХАТТӢ

48. Тарзи гузориш

Бо яке аз тарзҳои ҳалли системаи муодилаҳои хаттӣ ошно мешавем, ки *тарзи гузориш* ном дорад. Моҳияти онро дар мисоли зерин баён мекунем:

Мисоли 1. Системаи муодилаҳои $\begin{cases} 5x-3y=17, \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ -ро ҳал мекунем.

◁Аз муодилаи дуюми система яке аз тағйирёбандаҳо, масалан, x -ро бо воситаи дигараш ифода намуда, ҳосил ме-

кунем: $x = \frac{11-3y}{2}$. Ҳамин ифодаро ба ҷои x дар муодилаи якуми

система гузошта, системаи
$$\begin{cases} 5 \cdot \frac{11-3y}{2} - 3y = 17, \\ 2x + 3y = 11 \end{cases} \quad \text{-ро ҳосил меку-}$$

нем. Бо ин амаламон (ниг. ба тасдиқи 3-и п. 47) системаи бо системаи аввала баробарқувваро ҳосил намудем. Дар системаи ҳосилкардаамон муодилаи якум танҳо як тағйирёбандаро дар бар гирифтааст. Ин муодиларо ҳал мекунем:

$$5 \cdot \frac{11-3y}{2} - 3y = 17, \quad 5(11 - 3y) - 6y = 34, \quad 55 - 15y - 6y = 34, \\ -21y = -21, y = 1.$$

Дар баробарии $x = \frac{11-3y}{2}$ қимати $y = 1$ -ро гузошта, қимати x -ро меёбем: $x = \frac{11-3 \cdot 1}{2} = 4$. Пас ҷуфти $(4; 1)$ ҳалли системаи ҳосилкардаамон аст ва аз ин ру ҳалли системаи додашуда низ мебошад. ▸

Аз ҳалли ин мисол бармеояд, ки тарзи гузориши ҳалли системаи хаттии дорои ду тағйирёбанда аз зинаҳои зерин иборат аст:

1) аз ягон муодилаи система яке аз тағйирёбандаҳоро бо воситаи дигараш ифода мекунанд;

2) ифодаи ёфташударо дар муодилаи дигари система ба ҷои тағйирёбандаи он мегузоранд;

3) муодилаи дорои як тағйирёбандаи ҳосилшударо ҳал мекунанд;

4) қимати мувофиқи тағйирёбандаи дуюмро меёбанд.

Истифода аз тарзи гузориш ҳангоми ба як баробар будани яке аз коэффитсиентҳои назди номаълуми ягон муодилаи система хеле қулай аст.

Мисоли 2. Системаи муодилаҳоро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 4x + 7y = 18, \\ -3x + y = -1. \end{cases}$$

◁ Аз муодилаи дуюм y -ро бо воситаи x ифода мекунем:
 $-3x + y = -1, \quad y = 3x - 1.$

Дар муодилаи якум ба ҷои y ифодаи ҳосилшудаи $3x - 1$ -ро мегузорем:

$$4x + 7(3x - 1) = 18.$$

Муодилаи бо тағйирёбандаи x ҳосилшударо ҳал мекунем:

$$4x + 21x - 7 = 18, \quad 25x = 25, \quad x = 1.$$

Дар муодилаи $y = 3x - 1$ ба ҷои x адади 1 мегузорем:

$$x = 3 \cdot 1 - 1, \quad x = 2.$$

Ҷавоб: $x = 2, y = 1$. ▽

Саволҳо барои пурсиш

1. Зинаҳои тарзи гузориши ҳалли системаи хаттиро номбар кунед. 2. Оё бо ин тарз ягон ҳалли системаеро, ки ҳалли бешумор дорад, ёфтан мумкин аст?

1172. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} y = 7 - 3x, \\ -5x + 2y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2y + 4x - 15 = 0, \\ x = y - 1. \end{cases}$

1173. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} y - 2x = 3, \\ 3x - y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = 5, \\ 3x - 4y = 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - y = 7, \\ 5x - 2y = 3. \end{cases}$

1174. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

а) $\begin{cases} 4x - y = 0, \\ x - y = -6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y - x = 1, \\ x + y = 12. \end{cases}$

1175. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} 6u - 9v + 11 = 0, \\ 9u + 3v = 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 14u + 7v = -4, \\ 49u - 7v = 22. \end{cases}$

1176. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} 7x + 6y = 6, \\ 3x + 4y = 9; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 7x + 7y = -7, \\ 10x + 2y = -5. \end{cases}$

1177. Графики муодилаҳоро насохта, координатаҳои нуқтаҳои буриши онҳоро ёбед:

а) $3x + 9y - 15 = 0$ ва $x = 8 + 3y$ -ро;

б) $11x - 6y = 2$ ва $-8x + 5y = 3$ -ро.

1178. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} 2(4x - y) + 3 = 5x, \\ 9(x + y) - 12 = 6x + 10y; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2y + 7(x - 3y) = 5x - 9, \\ 6x + 4(x - 5y) = 13y + 19. \end{cases}$

1179. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{5x}{2} + \frac{y}{5} = -4, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = \frac{1}{6}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9 - 3y = \frac{x-2}{3}, \\ 2x - 4 = \frac{y-3}{5}. \end{cases}$$

1180. Системаи муодилаҳо ҳал карда шавад:

$$\text{а) } \begin{cases} 2(x-y) - 3 = 4 - 3x, \\ 5(x-y) + 6y = -2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6(x+y) - y = -1, \\ 7(y+4) - (y+2) = 0. \end{cases}$$

1181. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{y-1}{4} - 2 = \frac{x+3}{3}, \\ \frac{x+3}{4} + 4 = \frac{y+1}{3}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{3x-5y}{2} + 3 = \frac{x+2y}{4}, \\ 7 - \frac{x-2y}{4} = \frac{x}{3} + \frac{y}{2}. \end{cases}$$

Машқҳо барои тақрор

1182. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } (3x - 2y)^2 + (3x + 2y)^2; \quad \text{б) } (4x + 3y)^2 - (4x - 3y)^2.$$

1183. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

$$\text{а) } \frac{1}{9}x^2 - y^2 + \left(\frac{1}{3}x + y\right)^2; \quad \text{б) } \frac{1}{9}x^2 - y^2 - \left(\frac{1}{3}x - y\right)^2.$$

1184. Нуқтаи буриши хати ростро бо тирҳои координатави ёбед:

$$\text{а) } x - y + 5 = 0; \quad \text{б) } 3x - y + 3 = 0; \quad \text{в) } 2x + y = 1; \quad \text{г) } 5x + 2y = 12.$$

1185. Нишон диҳед, ки системаи муодилаҳо ҳал надорад:

$$\text{а) } \begin{cases} y = 3x, \\ 6x - 2y = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - y = 1, \\ 2x = 1 + 2y. \end{cases}$$

1186. Дар се синф 119 нафар талаба меҳонад. Дар синфи якум нисбат ба синфи дуюм 4 нафар зиёд ва нисбат ба синфи сеюм 3 нафар кам хонанда мавҷуд аст. Ҳар як синф чанд нафар хонанда дорад?

49. Тарзи ҷамъи алгебравӣ

Тарзи дигари ҳалли системаи муодилаҳои хаттӣ *тарзи ҷамъи алгебравӣ* ном дорад. Ҳангоми истифодаи он, ба мисли тарзи гузориш, системаи додашуда ба системаи баробарқувва иваз карда мешавад. Дар системаи охирин яке аз муодилаҳо танҳо дорои як номаълум аст. Аз ин муодила номаълумро ёфта, баъд аз муодилаи дигар номаълуми дуюмро ёфтан мумкин аст.

М и с о л и 1. Системаи муодилаҳоро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 17, \\ 2x + 3y = 11. \end{cases}$$

◁ Коэффитсиенти назди у дар ҳар муодила аз руи қимати мутлақ баробар буда, аломатҳои муқобил доранд. Барои ҳамин, агар, масалан, ба ҷои муодилаи якум ҳосили ҷамъи ҳар ду муодиларо гирем, қимати x -ро аз муодилаи якум ёфтан осон мешавад. Дар натиҷа системаи зеринро ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} 7x = 28, \\ 2x + 3y = 11. \end{cases} \quad \text{Ин система дар асоси п. 47 (хосияти 2°) бо}$$

системаи додашуда баробарқувва аст. Вале дар он муодилаи якум танҳо дорои як номаълуми x мебошад. Аз он меёбем, ки $x = 4$ аст. Ин қимати x -ро дар муодилаи дуюм гузошта, муодилаеро ҳосил мекунем, ки танҳо як номаълум дорад: $8 + 3y = 11$.

Ин муодиларо ҳал намуда, қимати $y = 1$ -ро ҳосил мекунем. Ҳамин тавр, ҷуфти $(4; 1)$ ҳалли система мебошад. Хотиррасон мекунем, ки дар п. 48 мо ин системаро бо тарзи гузориш ҳал карда будем. ▷

М и с о л и 2. Системаи муодилаҳоро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 2x - 7y = 2, \\ 6x - 11y = 26. \end{cases}$$

◁ Бевосита аъзо ба аъзо ҷамъ намудани муодилаҳо ба хориҷ гардидани яке аз тағйирёбандаҳо намеорад. Вале агар ҳар як аъзои муодилаи якумро ба -3 зарб зада, муодилаи дуюмро бетағйир гузорем, коэффитсиентҳои назди x дар муодилаҳои ҳосилшуда ададҳои ба ҳам муқобил мешаванд:

$$\begin{cases} -6x + 21y = -6, \\ 6x - 11y = 26. \end{cases}$$

Акнун, аъзо бо аъзо ҷамъ кардани муодилаҳо ба муодилае меорад, ки як номаълум дорад: $10y = 20$. Аз ин баробарӣ меёбем, ки $y = 2$ аст. Қимати $y = 2$ -ро дар муодилаи дуюм гузошта, қимати x -ро меёбем: $6x - 11 \cdot 2 = 26$, $6x = 48$, $x = 8$.

Ҷавоб: $x = 8$, $y = 2$. ▷

Эзоҳ. Пеш аз ҷамъ намудани муодилаҳо метавонистем коэффитсиентҳои назди x -ро нею коэффитсиентҳои назди y -ро бо ҳам муқобил кунем. Барои ин кифоя буд, ки маса-

лан, муодилаи якумро бо 11 ва муодилаи дуюмро бо -7 зарб мезадем.

Мисоли 3. Ҳалли системаи
$$\begin{cases} 3x - 5y = 55, \\ 5x - 2y = 41 \end{cases}$$
 -ро меёбем.

Зарбкунандаҳоро чунон бояд интихоб намуд, ки коэффитсиентҳои назди y ададҳои ба ҳам муқобил шаванд. Пас муодилаи якумро ба -2 ва муодилаи дуюмро ба 5 зарб зада, ҳосил менамоем:

$$\begin{cases} -6x + 10y = -110, \\ 25x - 10y = 205 : \end{cases}$$

Аз ин ҷо меёбем, ки $19x = 95$ ё $x = 5$ аст. Қимати x -ро дар муодилаи $5x - 2y = 41$ гузошта меёбем: $y = -8$.

Ҷавоб: $x = 5$, $y = -8$.

Аз ҳалли мисолҳо бармеояд, ки тарзи ҷамъи алгебравии ҳалли системаи муодилаҳои хаттии дорои ду муодила аз зинаҳои зерин иборат аст:

1) муодилаҳои системаро аъзо ба аъзо ба зарбкунандаҳо зарб мезананд, то ки дар натиҷа коэффитсиентҳои назди яке аз тағйирёбандаҳо ададҳои ба ҳам муқобил шаванд;

2) қисмҳои чапу рости муодилаи якумро ба қисмҳои чапу рости муодилаи дуюм ҷамъ мекунанд;

3) муодилаи ҳосилшудаи дорои як тағйирёбандаро ҳал мекунанд;

4) қимати мувофиқи тағйирёбандаи дуюмро меёбанд.

Қайд кардан ба маврид аст, ки агар коэффитсиентҳои назди яке аз тағйирёбандаҳо ададҳои ба ҳам муқобил бошанд, якбора аз аъзо ба аъзо ҷамъ намудани муодилаҳо сар кардан мумкин, чуноне ки мо ҳангоми ҳалли мисоли 1 рафтор намудем.

Саволҳо барои пуршиш

1. Зинаҳои тарзи ҷамъи алгебравии ҳалли системаи муодилаҳои хаттиро номбар кунед. 2. Татбиқи ин тарз ба системаи хаттӣ, ки ҳал надорад, ба чӣ меорад?

1187. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а)
$$\begin{cases} 2x + y = 4, \\ x - y = -1; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 7x - 2y = 27, \\ 5x + 2y = 33. \end{cases}$$

1188. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

а) $\begin{cases} 2x + 3y = -5, \\ x - 3y = 38; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5x - 2y = 6, \\ 7x + 2y = 6. \end{cases}$

1189. Системаи муодилаҳо ҳал карда шавад:

а) $\begin{cases} 4x + 3y = 6, \\ 2x + y = 4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x + 5y = 25, \\ 4x + 3y = 15. \end{cases}$

1190. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} 24p - 3q = -87, \\ 5p + 7q = 20; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5a + 3b = -4, \\ 4a + 5b = -11. \end{cases}$

1191. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

а) $\begin{cases} 0,75x + 20y = 95, \\ 0,32x - 25y = 7; \end{cases}$

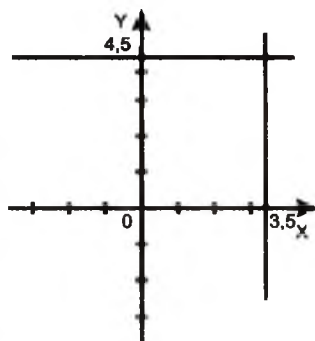
б) $\begin{cases} 0,5u - 0,6v = 0, \\ 0,4u + 1,7v = 10,9. \end{cases}$

1192. Графики функсияи хатти тирҳои координатавиرو дар нуқтаҳои $(-3; 0)$ ва $(0; 9)$ мебурад. Ин функсияро бо формула ифода намоед.

1193. Муодилаи намуни $y = kx + b$ -ро тартиб диҳед, ки графикаш аз нуқтаҳои: а) $A(7; -2)$ ва $B(-3; 11)$;

б) $P(4; 2)$ ва $Q(2; -4)$; в) $M(3; 3)$ ва $N(-7; -17)$; г) $C(-1; 3)$ ва $D(1; -19)$ мегузарад.

1194. Графики функсияи хатти тир OX -ро дар нуқтаи абсиссааш 2 ва тир OY -ро дар нуқтаи ординатааш 13 мебурад. Функсияро бо формула ифода намоед.



Расми 40

1195. Функсияи хаттиро, ки графикаш дар расми 40 оварда шудааст, бо формула ифода намоед.

1196. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} 4(x + 2y) - 1 = x - 3,5, \\ y + 2(x - 2y) = 40; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 1,5(3x - y) - 4 = -7x + 0,5, \\ 2(x + 5y) + 3 = 8y + 15. \end{cases}$

1197. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

а) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 3x - 5y = -3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 0,25x - y = -5, \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{7}y = 3. \end{cases}$

1198. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x = 3y, \\ 2(x-1) = y+2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x+2y=5, \\ 5(1-y)=2,5(3-2x). \end{cases}$$

1199. Системаи муодилаҳо ҳал карда шавад:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1, \\ \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{y-2}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{4} + \frac{y+1}{3} = 4. \end{cases}$$

1200. Ҳалли системаи муодилаҳо ёфта шавад:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{3}u + \frac{1}{3}v = 8, \\ 3u + 3v = 40; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5a - 2b = 10, \\ -0,5a + 0,2b = 1. \end{cases}$$

1201. Оё система ҳал дорад ва агар дошта бошад, чандто:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - y = 2, \\ 6x - 2y = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -7x + 3y = 7, \\ 21x - 9y = 2? \end{cases}$$

Машқҳо барои такрор

1202. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{a) } \frac{(5^6)^2 \cdot 5^9}{5^{20}}; \quad \text{б) } \frac{3^8 \cdot 81}{(3^3)^4}.$$

1203. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

$$\text{a) } (a-b)^2 - 3(b-a); \quad \text{б) } -4x(x+2y) + 4(x+2y)^2.$$

1204. Муодиларо ҳал кунед:

$$\text{a) } (4x+1)(2x-1) = 8x^2 + 0,8; \quad \text{б) } 12x^2 - (6x+3)(2x+1) = 1.$$

1205. Айниятро исбот кунед:

$$\text{a) } (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab; \quad \text{б) } (a+b)^2 - 2b(a+b) = a^2 - b^2.$$

50. Ҳалли масъалаҳо бо ёрии системаи муодилаҳо

Ҳангоми ҳалли масъалаҳо бо ёрии системаи муодилаҳо ин тавр рафтор мекунанд: баъзе ададҳои номаълумро бо ҳарфҳои ишорат мекунанд ва шартҳои масъаларо истифода бурда, системаи муодилаҳо тартиб медиҳанд; ин системаро ҳал мекунанд; натиҷаро мувофиқи шарти масъала маънидод мекунанд.

Масъалаи 1. Барои боғчаи бачаҳо 16 туби калон ва хурд харида 24,4 сомони доданд. Туби калон 2,5 сомони, туби

хурд 1,2 сомони нарх дорад. Аз ҳар як намуди туб чанд дона хариданд?

◁ Бигузор x шумораи тубҳои хурд ва y шумораи тубҳои калон бошад. Мувофиқи шарт масъала $x + y = 16$ аст.

Барои тартиб додани муодилаи дигар шартҳои боқи-мондаи масъаларо истифода мебарем: арзиши ҳамаи тубҳои хурд 1,2 x сомони, арзиши ҳамаи тубҳои калон бошад 2,5 y сомони мебошад. Мувофиқи шарт муодилаи дуюмро ҳосил мекунем: $1,2x + 2,5y = 24,4$.

Барои ба саволи масъала ҷавоб додан, чунин қиматҳои x ва y -ро ёфтан лозим аст, ки онҳо ҳам муодилаи якуму ҳам муодилаи дуюмро қонеъ созанд, бо ибораи дигар ҳалли системаи муодилаҳои

$$\begin{cases} x + y = 16, \\ 1,2x + 2,5y = 24,4 \end{cases}$$

бошанд. Барои ёфтани ҳал муодилаи якумро бо 12, муодилаи дуюмро ба -10 зарб зада, натиҷаҳоро ҷамъ мекунем.

Дар натиҷа муодилаи $-13y = -52$ ҳосил мешавад, ки $y = 4$ ҳалли он аст. Ин қиматро дар муодилаи якуми система гузошта меёбем: $x = 12$.

Ҷавоб: 12 туби хурд ва 4 туби калон. ▷

Ҳамин масъаларо бо ёрии як муодилаи хаттии якномаълума ҳал мекунем.

◁ Бигузор боз x шумораи тубҳои хурдро ифода намояд. Шумораи тубҳои калон, акнун ба $16 - x$ баробар мешавад. Арзиши ҳамаи тубҳои хурд ба 1,2 сомони, арзиши ҳамаи тубҳои калон ба 2,5(16 - x) сомони баробар мебошад. Нархи умумии тубҳои калону хурд ба $1,2x + 2,5(16 - x)$ сомони баробар аст. Мувофиқи шарт масъала $1,2x + 2,5(16 - x) = 24,4$. Ин муодиларо ҳал мекунем: $1,2x + 40 - 2,5x = 24,4$,

$$\begin{aligned} -1,3x &= -15,6, \\ x &= 12. \end{aligned}$$

Ин қиматро дар ифодаи $16 - x$ гузошта, шумораи тубҳои калонро меёбем:

$$16 - 12 = 4. \triangleright$$

Масъалаи 2. Масофаи байни ду бандари дарё 90 км аст. Заврақ онро бо самти ҳаракати об дар 3 соат ва ба муқобили самти ҳаракати об дар 4,5 соат тай мекунад. Суръати заврақ дар

оби ором ва суръати ҳаракати оби дарё ба чанд баробар аст?

◁ Суръати ҳаракати заврақро дар оби ором бо x (км/соат), суръати ҳаракати оби дарёро бо y (км/соат) ишорат мекунем. Суръати ҳаракати заврақ мувофиқи самти ҳаракати оби дарё ба $x+y$ (км/соат) ва ба муқобили самти ҳаракати об, мувофиқан ба $x-y$ (км/соат) баробар мешавад. $3(x+y)$ масофаест (бо км), ки заврақ ба самти ҳаракати оби дарё тай намудааст. Мувофиқи шarti масъала ин масофа ба 90 км баробар аст:

$$3(x+y) = 90. \text{ Айнан ҳамин тавр } 4,5(x-y)=90.$$

Аз ду муодилаи ҳосилшуда системаи муодилаҳоро

$$\text{тартиб медиҳем: } \begin{cases} 3(x+y)=90, \\ 4,5(x-y)=90. \end{cases}$$

Барои ёфтани ҳалли ин система муодилаи якумро ба 3 ва

$$\text{дуюмро ба } 4,5 \text{ тақсим мекунем. Системаи } \begin{cases} x+y=30, \\ x-y=20 \end{cases}$$

бо системаи аввала баробарқувва аст (ниг. ба ҳосияти 2, п. 47).

Ин муодилаҳоро ҷамъ намуда меёбем: $2x = 50$ ё $x = 25$.

Қимати $x = 25$ -ро дар муодилаи якуми система гузошта, қимати $y = 5$ -ро ҳосил мекунем.

Ҷавоб: Суръати заврақ дар оби ором 25 км/соат, суръати оби дарё 5 км/соат аст. ▷

Масъалаи 3. Оё садсомони ро ба пулҳои 10 сомона ва 5 сомона тавре иваз намудан мумкин аст, ки шумораи умумии онҳо 25-то бошад?

◁ Фарз мекунем, ки ивазнамой имконпазир аст. Бо x шумораи пулҳои 5 сомона ва бо y шумораи пулҳои 3 сомонро ишорат менамоем. Мувофиқи шарт бояд $x+y=25$ шавад. Азбаски бо ин пулҳо як садсомонаро иваз намудан мумкин, пас бояд баробарии $5x+3y=100$ дуруст бошад. Системаи

$$\text{муодилаҳои } \begin{cases} x+y=25 \\ 5x+3y=100 \end{cases} \text{ -ро ҳосил менамоем. Онро ҳал}$$

намуда меёбем: $x=y=12,5$. Аз руи маъно бояд x ва y ададҳои бутун шаванд. Мо бошад ададҳои касриро ҳосил намудем.

Ҷавоб: Не. ▷

1206. Суммаи ду адад 30 ва фарқашон 2 мебошад. Ин

ададҳоро ёбед.

1207. Дар ду сабад 148 дона себ ва дар айнӣ ҳол дар сабади дуюм назар ба сабади якум 3 маротиба зиёд себ аст. Сабадҳо чандтоғӣ себ доранд?

1208. Оё садсомони ро ба пулҳои 10 сомон ва 5 сомон тавре иваз намудан мумкин аст, ки шумораи умумии онҳо 15-ро бошад?

1209. Ду адад дода шудааст. Агар дучанди адади якумро бо адади дуюм ҷамъ кунем, 17 ҳосил мешавад. Ҷамъи адади якум бо дучанди адади дуюм 19 аст. Ин ададҳоро ёбед.

1210. Бо 96 сомони 4 дона тӯб ва 6 даста либоси спорти ё ки 2 дона тӯб ва 7 даста либоси спорти харидан мумкин аст. Арзиши як дона тӯб ва як дастаро ёбед.

1211. Теплоход 3 соат бо самти ҷараёни об ва 2 соат ба муқобили он ҳаракат карда, 240 км масофаро тай намуд. Вай дар 3 соати бо муқобили ҷараён шино кардани назар ба 2 соати бо самти ҷараён ҳаракат кардани 35 км бештар роҳ меравад. Суръати ҳаракати теплоход бо самти ҷараён ва бо муқобили он ёфта шавад.

1212. Теплоход 3 соат бо самти ҷараёни об ва 4 соат ба муқобили он ҳаракат намуда, 380 км масофаро тай намуд. Дар 1 соат бо самти ҷараён ва боз 30 дақиқа ҳаракат кардани теплоход 90 км масофаро тай мекунад. Суръати теплоходро дар оби ором ва суръати ҷараёни обро ёбед.

1213. Фермер аз ду қитъаи замин 460 т юнучқа ғундошт. Соли дигар дар натиҷаи 15% ва 10% афзудани ҳосилнокии қитъаҳо 516 т юнучқа ҷамъоварӣ кард. Соли аввал аз ҳар як қитъа чанд тоннагӣ ҳосил ғундошта шудааст?

1214. Дар ноҳия кишти тирамоҳӣ назар ба кишти баҳорӣ 480 га зиёд аст. Баъди он ки 80%-и кишти тирамоҳӣ ва 25%-и кишти баҳорӣ ғундошта шуд, кишти тирамоҳии боқимонда назар ба кишти баҳорӣ 320 га кам шуд. Дар ноҳия чанд гектар кишти тирамоҳӣ гузаронида шудаасту чанд гектар кишти баҳорӣ?

1215. Рузи якум сайёҳон 3 соат роҳ гашта, 4 соат дар заврақ шино карданд. Рузи дуюм онҳо 5 соат шино карда, 2 соат роҳ гаштанд. Ҳамин тавр, онҳо рузи якум 24 км ва рузи дуюм 23 км масофаро тай карданд. Суръати ҳаракати сайёҳон дар хушкӣ ва дар об ёфта шавад.

1216. Бузургии яке аз кунҷҳои секунҷа 40° буда, фарқи ду кунҷи дигар 58° аст. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.

1217. Адади дурақамае дода шудааст, ки суммаи рақам-хояш ба 8 баробар аст. Агар ҷойҳои рақамҳои ададро иваз намоем, адади ҳосилшуда аз адади аввала 18 воҳид хурд мешавад. Ин ададро ёбед.

1218. Барои харидаи 15 албом назар ба 20 дафтар 2 сомонию 40 дирам зиёд сарф карданд. Агар нархи 3 албом ба нархи 5 дафтар баробар бошад, албом ва дафтар чӣ қадар нарх доранд?

1219. Ба ҳисоби миёна дар як саҳифа 1300 ҳарфи ҳуруфи калон ё 1850 ҳарфи ҳуруфи майда меѓунҷад. Мақола аз 37250 ҳарф иборат буда, 24 саҳифаи пурраро дар бар мегирад. Чанд саҳифа бо ҳуруфи калону чанд саҳифа бо ҳуруфи майда чоп шудааст.

1220. Дар як раф назар ба рафи дигар 2 маротиба кам китоб гузошта шудааст. Агар аз рафи якум 6 китоб гирифта, ба рафи дуюм 8 китоби дигар гузошта шавад, он гоҳ шумораи китобҳои рафи якум аз дуюм 7 маротиба кам мешавад. Дар ҳар як раф чанд китоб ҳаст?

1221. Сими дарозияш 135 метрро ба ду қисм тарзе ҷудо намуданд, ки яке аз онҳо назар ба дигараш 2 маротиба кӯтоҳ аст. Дарозии ҳар як қисмро ёбед.

1222. Нархи ду қаламу се дафтар 12 сомони аст. Се қаламу ду дафтар 13 сомони нарх доранд. Панҷ қаламу 6 дафтар чанд сомони меистанд?

1223. Падар аз духтар 26 сол калон аст. Баъди 4 сол у аз духтар се маротиба калон мешавад. Падару духтар ҳоло чандсолаанд?

1224. Татбиқи технологияи пешқадам ба фермер имконият дод, ки ҳосилнокии картошкарро аз ҳар 1 га 4 сентнер зиёд намояд. Дар натиҷа аз майдони масоҳаташ 320 га нисбати ҳосили пештараи аз майдони масоҳаташ 400 га ғундошташуда 6,4 т зиёд картошка ҷамъовари кард. Ҳосилнокии аввала ва ҳозираи картошкарро аз 1 га муайян кунед.

Машқҳо барои такрор

1225. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $m^5 - m^3 + m^2 - 1$;

б) $4a^2 - 12a + a^3 - 27$.

1226. Магар графики функцияҳо ҳамдигарро мебуранд:

а) $y = -6x + 9$ ва $y = 2x - 7$;

б) $y = -0,5x + 2$ ва $y = -0,5x - 10$?

1227. Исбот намоед, ки баробарӣ айнӣ нест:

а) $x^4 + 4 = (x + 2)^2$; б) $(x-2)(x+2) = 4 - x^2$.

1228. Ифодаҳо ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $x^2 + 2xy + y - 1$; б) $9 - x^2 + 2xy - y^2$; в) $1 - m^2 + 2mn - n^2$;
г) $p^2 - 2pq + q^2 - 4$; д) $4 - a^2 - 2ab - b^2$; е) $1 - c^2 - 2cd - d^2$;
ё) $4a^2 - 20ab + 25b^2 - 36$; ж) $16k^2 - 8kt + t^2 - 49$.

Маълумоти мухтасари таърихӣ

Муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда $ax + by = c$ вобастагии байни ду тағйирёбандаро ифода карда, умуман номуайян аст. Яъне ҳалҳои бешумор дорад. Дар замони қадим чинӣҳо, юнонӣҳо, ҳиндуҳо ба ҳал кардани муодилаҳои номуайян сару кор доштанд. Дар асари математики юнонӣ Диофант (асри III) «Арифметика» шумораи зиёди масъалаҳои оварда шудааст, ки баъзеи онҳо бо ёрии муодилаҳои номуайяни хаттӣ ҳал шудаанд. Дар айнӣ ҳол Диофант зери мафҳуми ҳал танҳо адалҳои бутун ва касрҳои мусбатро раво медид. Тарзҳои гуногуни ёфтани ҳалҳои бутуни мусбати муодилаи номуайян, ки диофантӣ ном гирифтаанд, аз тарафи олимони Ҳиндустон кашф шудаанд. Онҳо тарзи умумии ёфтани ҳалли натуралии муодилаи хаттӣ ва баъзе муодилаҳои дараҷаи дуумро, ки ба масъалаҳои нучум алоқаманд буданд, пешниҳод кардаанд. Минбаъд ба муодилаҳои диофантӣ математикҳои машҳури дунё, аз қабили Муҳаммади Хоразмӣ (787–850), Абумаҳмуди Хучандӣ (ваф. 1000), Ферма (1601–1665), Эйлер (1707–1783), Гаусс К. (1777–1855), Чебишев П. (1821–1894) ва дигарон машғул шудаанд.

Ҳануз дар матнҳои дуҳазораи II то мелод масъалаҳои ро, ки ҳаллашон ба тартиб додану ҳал кардани системаи муодилаҳои дорои якчанд номаълум рост меояд, вохӯрдан мумкин аст. Матнҳои аз дунёи қадима ба мо расида гувоҳи ин гуфтаҳоанд. Масалан, дар рисолаи чинӣ «Математика дар даҳ китоб» системаи муодилаҳо муоина шуда, қоидаҳои мӯҷази ҳалли онҳо оварда шудааст. Дар айнӣ ҳол тамоми баёнот шиғоҳӣ оварда мешавад. Коэффитсиентҳои сис-

темаҳои муодилаҳо дар тахтаи ҳисоб дар намуди ҷадвал ҷойгир карда мешуданд. Ҳангоми амалиётҳои тақрорӣ дар тахта барои ёфтани ҳалли системаи муодилаҳо, дар рисола қайд шудааст, ки бо коэффитсиентҳо мунтазам ҳамон як қоида ро истифода кардан лозим аст.

Тарзҳои гузориш ва ҷамъи алгебравии ҳалли системаҳо дар асрҳои XVII—XVIII Ферма, Нютон, Эйлер ва дигарон асоснок кардаанд. Тарзи маълуми навишти ҳозираи системаи муодилаҳо соли 1675 математик ва файласуфи немис Г.Лейбнитс (1646–1716) пешниҳод кардааст. Тарзи ҷамъи алгебравиро барои ҳалли системаи муодилаҳои хаттии дорои шумораи дилҳои номаълумҳо аввалин шуда математики немис К.Гаусс тадқиқ намудааст. Ҳоло дар илми математика ин тарз бо номи методи Гаусс маълум аст.

Ба тӯфайли методи координатаҳо, ки онро дар асри XVII Ферма ва Декарт (1596–1650) кашф карда буданд, бо тарзи геометрии ҳал кардани системаи муодилаҳо имконпазир гашт. Тарзи графии ҳал аз сохтани абсисса ва ординати нуқтаи буриши ду хати рост, ки онҳо графии муодилаҳои система дар ҳамвории координатавӣ мебошанд, иборат аст.

ҶАВОБҲО

1124. а), в) — ҳа; б), г) — не. 1125. а), г) — не. 1126. Ҳа, масалан, (1; 4) ва (–1; 8). 1136. (3; 3). 1138. 1,5. 1139. а) 0,2; б) –1. 1140. б) $(1-a)(1+a^2)$. 1148. –1. 1149. 1. 1151. а) 1,75; б) $-\frac{25}{31}$. 1152. а) $\frac{7}{8}$; б) 2,4. 1153. а) –1. 1154. а) ҳа; б) не. 1155. а) не; б) ҳа. 1160. а) 1-то; б) 1-то; в) беҳад бисёр. 1161. а) 1-то; б) 1-то ; в) беҳад бисёр. 1162. а) масалан, (7; 1), (3; –1), (–1; –3). 1165. а) не; б) не. 1166. а) $(x-2)(x^2-x+1)$; б) $(4a+b)b$. 1167. а) ҳа; б) не. 1169. а) $n-3$; 1170. 217; 194 ва 258 см. 1171. а) 1; б) 1. 1172. а) (1; 4); б) $(2\frac{1}{6}; 3\frac{1}{6})$. 1173. а) (7; 17); б) (17; 12); в) (1; 6); г) (11; 26). 1174. а) (2; 8); б) (5,5; 6,5). 1175. а) $(\frac{13}{33}; \frac{49}{33})$; б) $(\frac{2}{7}; -\frac{8}{7})$. 1176. а) (–3; 4,5); б) $(-\frac{3}{8}; -\frac{5}{8})$. 1177. а) (6,5; –0,5); б) (4; 7). 1178. а) (9; 15); б)

$(5\frac{19}{62}; 1\frac{1}{31})$; 1179. а) $(-2; 5)$; б) $(2; 3)$. 1180. а) $(0,2; -3)$; б)

$(3\frac{7}{9}; -4\frac{1}{3})$. 1181. а) $(\frac{3}{7}; 13\frac{4}{7})$; б) $(12; 6)$. 1182. а) $2(9x^2+4y^2)$;

б) $48xy$ 1183. а) $\frac{2}{3}x(\frac{1}{3}x+y)$; б) $2y(\frac{1}{3}x-y)$. 1186. 40, 36 ва 43

талаба. 1187. а) $(1; 2)$; б) $(5; 4)$. 1188. а) $(11; -9)$; б) $(1; -\frac{1}{2})$.

1189. а) $(3; -2)$; б) $(0; 5)$. 1190. а) $(-3; 5)$; б) $(1; -3)$. 1191. а) $(100; 1)$; б) $(6; 5)$. 1193. а) $y = -1,3x+7,1$; б) $y=3x-10$; в) $y=2x-3$; г) $y=-11x-8$. 1194. $y = -6,5x + 13$. 1195. $y = 1,5x+3$.

1196. а) $(12,5; -5)$; б) $(\frac{27}{26}; \frac{129}{26})$. 1197. а) $(4; 3)$; б) $(8; 7)$.

1198. а) $(6; 8)$; б) $(1,2; 0,7)$. 1199. а) $(8; 9)$; б) $(5; 8)$. 1200. а) ҳал надорад; б) ҳал надорад. 1201. а) ҳалли бешумор дорад; б) ҳал надорад. 1202. а) 5; б) 1. 1203. а) $(a-b)(a-$

$b+3)$; б) $2y(x+2y)$. 1204. а) $-0,9$; б) $-\frac{1}{3}$. 1206. 16 ва 14. 1207.

37 ва 111 дона себ. 1208. Ҳа, 5 даҳсомона ва 10 панҷсомона.

1209. 5 ва 7. 1210. Нархи тӯб 6 сомони, нархи даста 12 сомони.

1211. 50 км/соат ва 45 км/соат 1212. 55 км/соат ва 5 км/соат.

1213. 200 т ва 260 т. 1214. 720 га ва 1200 га. 1215. 4 км/соат

ва 3 км/соат. 1216. $40^0, 41^0$ ва 99^0 1217. 53. 1218. 60 дирам ва

36 дирам. 1219. 13 саҳифа ва 11 саҳифа. 1220. 10 китоб ва 20

китоб. 1221. 45 м ва 90 м. 1222. 27 сомони 1223. 35 сола ва 90

сола. 1224. 8 сола ва 12 сола. 1225. а) $(m-1)(m^2-m+1)(m+1)^2$;

б) $(a-3)(a^2+7a+9)$. 1226. а) ҳа, дар нуқтаи $(2; -3)$. 1227.

масалан баробарии а) ҳангоми $x=-2$ ва баробарии б) ҳангоми

$x=0$ будан ҷой надорад. 1228. а) $(x+y-1)(x+y+1)$; ж) $(4k-t-$

$7)(4k-t+7)$.

**АСАДУЛЛО ШАРИФЗОДА
БОЙМУРОД АЛИЕВ**

АЛГЕБРА

Китоби дарси барои синфи 7

Мухаррирон: *А. Шарифов,*
Ф. Шарифов

Мухаррири техники *Б. Маърупов*
Саҳифабанди компютери *Ш. Файзуллоев*

Ба чоп 03.04.2011 иҷозат дода шуд. Андозаи 60x90¹/₁₆.
Гарнитураи «TIMES TAD». Чопи офсет. Қоғози офсет.
Ҷузъи чопии шартӣ 14,5. Ҷузъи нашриву ҳисобӣ 15,25.
Адади нашр 130 000. Супориши №15/2011.

Дар матбааи ҶДММ МН «Мир издателей» чоп шудааст.
734018, ш. Душанбе, к. Н. Қарабоев, 17а.